

Ю. П. Галюк¹, А. П. Николаенко², М. Хайакава³

¹Санкт-Петербургский государственный университет
35, Университетский просп., Санкт-Петербург, Петергоф, 198504, Россия
E-mail: galyuck@paloma.spbu.ru

²Институт радиопрофики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 64085, Украина
E-mail: sasha@ire.kharkov.ua

³Институт Хайакавы, Компания сейсмического электромагнетизма,
Инкубационный центр 508 Университета электросвязи,
1-5-1 Чофугаока, Чофу, Токио, 182-8585, Япония
E-mail: hayakawa@hi-seismo-em.jp

ШУМАНОВСКИЙ РЕЗОНАНС ДЛЯ ПРОФИЛЯ ПРОВОДИМОСТИ АТМОСФЕРЫ С ОДНИМ ИЗГИБОМ

Исследование связи параметров глобального электромагнитного (шумановского) резонанса с характеристиками вертикального профиля проводимости атмосферы остается актуальной задачей. В работе используется строгое решение электродинамической задачи в сферической полости Земля–ионосфера по методу полного поля и сопоставляются его результаты с эвристической моделью колена с одним изгибом, описанной в литературе. По параметрам этой модели был построен вертикальный профиль проводимости атмосферы, что позволило получить строгое решение для постоянной распространения СНЧ-радиоволн и найти энергетические спектры вертикального электрического и горизонтального магнитного полей при равномерном распределении мировых гроз по планете. Показано, что профиль проводимости, отвечающий модели колена с одним изгибом, не выдерживает проверки с помощью строгого решения задачи по методу полного поля и последующего вычисления энергетических спектров шумановского резонанса. Ил. 4. Библиогр.: 28 назв.

Ключевые слова: шумановский резонанс, проводимость атмосферы, метод полного поля, модель колена.

Резонансные параметры полости Земля–ионосфера зависят от проводимости атмосферы на высотах от 0 до 100 км. Общее решение задачи электродинамики в объемном резонаторе Земля–ионосфера с вертикально неоднородной ионосферой можно построить только с помощью численных методов, одним из которых является метод полного поля [1–5]. Обратная задача электродинамики, когда определяют вертикальный профиль проводимости по наблюдаемым параметрам глобального электромагнитного (шумановского) резонанса, в общей постановке не решена. Чаще всего реальный профиль выбирают из набора моделей, для которых решены прямые задачи, при этом останавливаются на профиле, лучше всего описывающем наблюдения.

С другой стороны, для стандартного расчета электромагнитного поля и интерпретации наблюдаемых данных высотный профиль проводимости атмосферы $\sigma(z)$ совсем не обязателен. Достаточно знать постоянную распространения радиоволн $\nu(f)$ и эффективную высоту ионосферы над Землей, поскольку эти величины входят в стандартные формулы наряду с токовым моментом источника и расстоянием источник–приемник [6, 7]. Реальный же профиль $\sigma(z)$ требуется для того, чтобы вычислить постоянную распространения радиоволн и эффективную высоту ионосферы. Часто используют упрощенный подход, в котором высота нижней границы ионосферы принимается равной 60 км, а постоянная

распространения $\nu(f)$ рассчитывается по наблюдаемым пиковым частотам и добротностям резонансных спектров [1]. Так была получена эталонная модель постоянной распространения радиоволн на сверхнизких частотах (СНЧ: 3...3000 Гц), описанная в работе [8]. Она обобщает значительный массив экспериментальных данных, собранных в обсерваториях всего мира. Наряду с этой моделью, в области частот шумановского резонанса предлагались и иные зависимости [6, 7], простейшей из которых является линейная зависимость от частоты: $\nu(f) = (f - 2)/6 - if/100$. Эта модель тоже основана на экспериментальных данных, она оказалась достаточно точной и позволила не только корректно описать наблюдаемую форму СНЧ-всплесков, приходящих от сверхмощных грозных разрядов, но также уточнить расстояние источник–наблюдатель [9].

1. Экспоненциальная модель. Своего рода прорыв в решении задачи о распространении монохроматических СНЧ-радиосигналов был сделан в работе [10]. Проведя обширное моделирование, авторы предложили способ приближенного вычисления постоянной распространения на данной частоте в плоском волноводе, если известен вертикальный профиль проводимости $\sigma(z)$. Идея состояла в следующем.

1. По профилю $\sigma(z)$ строят соответствующую вертикальную зависимость высотного масштаба $\zeta(z)$. То есть зависимость $\sigma(z)$ в окрестности каждой высоты аппроксимируют

экспоненциальной функцией и находят локальный высотный масштаб этой экспоненты $\zeta(z)$. Таким образом, для данного высотного профиля находят вспомогательный профиль изменений высотного масштаба.

2. С помощью двух функций $\sigma(z)$ и $\zeta(z)$ на фиксированной частоте определяют две характерные высоты профиля и отвечающие им высотные масштабы. На первой, меньшей высоте выполняется условие равенства токов проводимости и токов смещения. Выше нее начинается резкий спад амплитуды электрического поля, поэтому ее называют электрической высотой h_E . Так получают два действительных параметра: высоту h_E и масштаб высот ζ_E .

3. Находят вторую характерную высоту, где длина волны в плазме оказывается равной локальному высотному масштабу проводимости. Как было продемонстрировано в [10], магнитное поле СНЧ-радиоволны проникает до этой высоты, а затем его амплитуда начинает резко убывать. Эту характерную высоту и соответствующий высотный масштаб называют магнитными: h_M и ζ_M .

4. Согласно [10] фазовая скорость радиоволны определяется отношением h_M/h_E , а ее затухание прямо пропорционально сумме $(\zeta_E/h_E + \zeta_M/h_M)$.

Мы не станем загромождать наше изложение формулами, читатель легко найдет их в цитируемой литературе.

Впоследствии подход [10] был развит для получения частотной зависимости постоянной распространения [11–15]. В литературе описаны различные экспоненциальные профили проводимости, дающие реалистичные значения постоянной распространения. Типичные параметры этих профилей такие: $h_E \approx 50$ км и $\zeta_E \approx 3$ км на резонансной частоте первого шумановского резонанса $f = 8$ Гц (ее называют приведенной частотой). По этим трем величинам находят магнитную высоту $h_M = h_E - 2\zeta_E (2k\zeta_E) \approx 95$ км, а высотный масштаб ζ_M либо принимают равным ζ_E , либо приписывают ему иное значение. Во втором случае модель называют двухмасштабной.

Необходимо подчеркнуть, что описанный подход есть всего лишь удобное средство оценки постоянной распространения. Если использовать параметры такой экспоненциальной модели для построения соответствующей функции $\sigma(z)$, то особых трудностей не возникнет. Например, пользуясь значениями $f = 8$ Гц $h_E = 50$ км и $\zeta_E = 3$ км легко построить профиль проводимости в окрестности нижней характерной высоты. Это будет экспонента, проходящая через точку $z = h_E = 50$ км, где проводимость воздуха равна $\sigma_0 = 2\pi \cdot 8 \cdot \epsilon_0 = 4,444 \cdot 10^{-10}$ См/м (ϵ_0 – диэлектрическая проница-

емость вакуума), и имеющая высотный масштаб $\zeta_E = 3$ км. В окрестности верхней характерной высоты график проходит через точку $h_M = h_E - 2\zeta_E \ln(2k\zeta_E) = 95,6$ км (k – волновое число в вакууме) и $\sigma_M(h_M) [4\mu_0 \cdot 2\pi \cdot 8 \cdot \zeta_E^2]^{-1} = 4,4 \cdot 10^{-4}$ См/м (μ_0 – магнитная проницаемость вакуума). Здесь кривая $\sigma(z)$ имеет высотный масштаб ζ_M . Очевидно, что такой профиль в координатах «логарифм проводимости – высота» будет выглядеть как ломаная прямая, проходящая через указанные точки. Построить ее не составит труда. Однако до последнего времени никто не использовал такой профиль в строгом решении задачи, чтобы получить точную зависимость $\nu(f)$. Так было до тех пор, пока не появилась работа [16].

Для профиля проводимости, отвечающего данным экспоненциальной модели, возможны несколько ситуаций.

1. Линии, проведенные от характерных высот, пересекаются на некоторой промежуточной высоте и образуют изгиб профиля, или «колени». Это происходит, когда нижний высотный масштаб больше верхнего: $\zeta_E > \zeta_M$.

2. При $\zeta_E < \zeta_M$ колени оказываются выгнутым в обратную сторону. Такая ситуация реализуется на планете Титан.

3. Излом может отсутствовать, или же верхняя и нижняя части профиля могут не пересекаться вообще, или пересекаться на высотах, противоречащих здравому смыслу.

Тем не менее, пользуясь параметрами экспоненциальной модели, можно без особого труда построить эквивалентную высотную зависимость проводимости атмосферы $\sigma(z)$.

Очевидно, что такую зависимость можно использовать в точном решении электродинамической задачи и проверить, насколько приближенное решение из работы [10] отвечает строгому. Такого рода сравнение было сделано в [16], где для экспоненциального профиля строилось строгое решение по методу полного поля. Оказалось, что приближенные формулы с погрешностью 1–2 % позволяют вычислить реальную часть постоянной распространения $\nu(f)$. Что же касается ее мнимой части (затухания радиоволн), то приближенные значения могут отличаться от точных на 10–15 %.

Этот вывод был опубликован в работе [16], однако он не привлек к себе заметного внимания, хотя он означает следующее. Предположим, что с помощью соотношений из работ [11–15] нам удалось подобрать параметры модели, которая позволяет получить экспериментально наблюдаемые параметры шумановского резонанса. Тогда окажется, что приближенное решение близко к эксперименту, однако точное решение для того же

самого профиля заметно отличается от наблюдений. Такая ситуация возникает при прямом моделировании электромагнитных резонансов полости Земля–ионосфера, например, с помощью метода конечных элементов (*FDTD*). В решение задачи *FDTD*, которое требует значительных вычислительных ресурсов, закладывается «приблизительно оптимальный» профиль $\sigma(z)$, а в результате получают заметные отклонения от наблюдений. Поэтому необходимо помнить, что экспоненциальная модель [10] является всего лишь удобной интерпретацией, но она не соответствует в точности реальному физическому объекту.

2. Модель колена. Следующим шагом в развитии аппроксимирующих моделей была «модель колена» [17]. Она позволила повысить точность описания добротности резонансных колебаний. Модель завоевала популярность, и о ее приближенном характере забыли. В ней вводятся четыре частотно-зависимых параметра. Два из них интерпретируются как высотные масштабы проводимости вблизи характерных электрической и магнитной высот. Два других – это сами характерные высоты, являющиеся комплексными функциями частоты. По параметрам модели рассчитывается постоянная распространения, которую используют в расчетах поля.

Отличие модели колена от экспоненциальной модели состоит в том, что у нее в окрестности электрической высоты имеются два различных высотных масштаба. На частоте первого резонанса главную роль играет нижний, больший высотный масштаб, тогда как на высших модах происходит переход к верхнему, меньшему высотному масштабу. Частотные изменения элементов, входящих в формулы, позволяют более точно описать изменения добротности резонансов с номером мода.

Параметры модели колена словесно соотнесены с неким профилем проводимости, который сами авторы [17] никогда не приводили. Лишь в работе [18] рассматривалась нижняя часть профиля в области электрической высоты, которая сопоставлялась с данными аэрномии. Поскольку ни одна из работ, оперирующая моделью колена, не приводит соответствующей зависимости $\sigma(h)$, а прямое численное решение задачи по методу сеток обязательно использует высотный профиль проводимости воздуха, авторам работ, применявших прямые методы, приходилось самим изобретать такой профиль [19–23]. При этом резонансные частоты, получаемые при прямом моделировании, обычно отличаются от значений, предсказываемых той же моделью колена. Ниже мы проанализируем такие отличия и покажем, что они существуют всегда и обусловлены приближенным характером модели колена.

В работах, использующих прямое моделирование [20–23], обычно строят график проводимости, изогнутый в окрестности 50...60 км, что близко к реальной части нижней характерной высоты $\text{Re}[h_E]$. При этом игнорируют наличие в модели колена второй характерной высоты h_M и высотного масштаба ζ_M . Так получали профиль проводимости с одним изгибом, который и использовали в расчетах. Очевидно, что в этих условиях получение данных, близких к наблюдаемым, зависит исключительно от удачи авторов.

Модельные профили проводимости с одним изгибом широко использовались в расчетах шумановского резонанса в рамках экспоненциальной модели [6, 7, 14, 15]. Они называются двухмасштабными моделями. Таким образом, использование метода сеток невольно возвращает исследователя к профилю с единственным изгибом, когда из решения исключается верхняя характерная высота.

3. Профиль проводимости, постоянная распространения и энергетические спектры. Попробуем самостоятельно построить профиль $\sigma(h)$, отвечающий модели колена, поскольку получение такого профиля не описано в литературе. Модель оперирует двумя комплексными характерными высотами $h_E(f)$ и $h_M(f)$, а также действительными (имеющими нулевую мнимую часть) высотными масштабами проводимости в окрестности этих высот $\zeta_E(f)$ и $\zeta_M(f)$. Все перечисленные величины зависят от частоты, и с их помощью по соотношениям из работы [17] можно рассчитать постоянную распространения. В этих условиях неясно, как из перечисленных функций получить действительную функцию $\sigma(h)$, не зависящую от частоты.

Воспользуемся результатами работы [18], где авторы модели колена [17] подробно анализируют поведение проводимости в области колена и сопоставляют его с данными аэрномии. Пример классического профиля $\sigma(h)$, взятый из работы [24], показан кривой 1 на рис. 1. Кривые 2 и 3 на этом рисунке показывают высотные изменения проводимости дневной и ночной ионосферы, взятые из [18]. Здесь по оси абсцисс отложен десятичный логарифм проводимости воздуха, а по оси ординат – высота над поверхностью Земли.

Изгиб графиков 2 и 3 на рис. 1 физически объясняют изменением преобладающих носителей тока. На малых высотах проводимость воздуха обусловлена ионами и ионными комплексами. Она сравнительно медленно изменяется по вертикали. На больших высотах начинают преобладать подвижные свободные электроны, их концентрация быстро нарастает с высотой, и проводимость среды резко увеличивается. В дальнейшем, чтобы избежать путаницы, вместо терминов

«колено» и «двухмасштабная модель» будем использовать словосочетание «переход от ионной к электронной проводимости», или ПИЭ. Этот термин относится исключительно к специфическому виду профиля [18], рассматриваемому ниже. Подобные профили использовались в технике FDTD [20–23], поэтому мы постараемся выяснить, насколько реалистичны ожидаемые при этом данные.

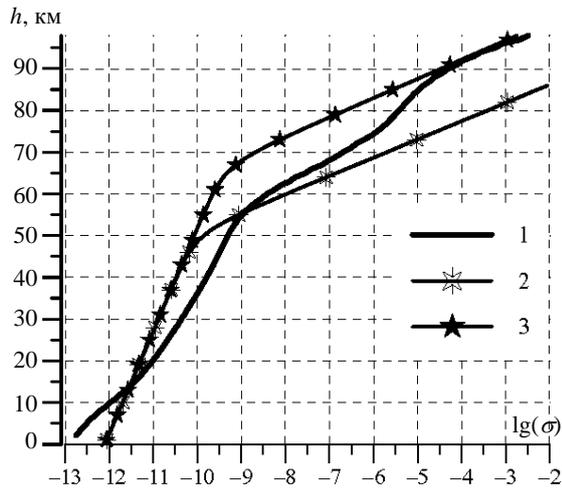


Рис. 1. Высотные профили проводимости воздуха: 1 – классический профиль [24]; 2 и 3 – профили ПИЭ для дневных и ночных условий [18]

С помощью профиля ПИЭ можно точно рассчитать частотную зависимость постоянной распространения СНЧ-радиоволн, а затем вычислить энергетические спектры шумановского резонанса. При этом вместо двух кривых 2 и 3 (рис. 1) мы используем семейство профилей ПИЭ, для которых переход ионной проводимости к электронной происходит на разных высотах. Это семейство изображено на рис. 2.

Ионно-электронный переход описывается с помощью двух экспонент, имеющих разные высотные масштабы. Все параметры заимствованы из работы [18]. Проводимость в нижней области, где доминируют ионы и ионные комплексы, равна

$$\sigma_i(z) = \sigma_0 \{ \exp[(z - h_R) / \zeta_i] \}. \quad (1)$$

Здесь $\sigma_i(z)$ – ионная проводимость; z – высота над поверхностью Земли; $h_R = 1$ км – высота привязки ионной проводимости; $\sigma_0 = 9,1 \cdot 10^{-13}$ См/м – ионная проводимость атмосферы на высоте привязки; $\zeta_i = 10,7$ км – высотный масштаб профиля проводимости в области доминирования ионов [18].

Проводимость свободных электронов становится существенной, начиная с высоты перехода h_T . Здесь появляется новый высотный масштаб

$$\sigma_e(h) = \sigma_i(h) \exp[(z - h_T) / \zeta_e], \quad (2)$$

где σ_e – электронная проводимость; h_T – высота перехода от ионной проводимости к электронной; $\zeta_e = 2$ км – высотный масштаб профиля проводимости электронов.

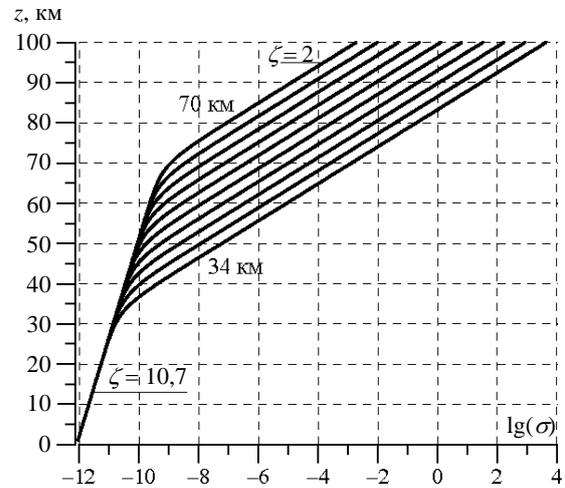


Рис. 2. Профили с ионно-электронным переходом на разных высотах

Проводимость атмосферы на данной высоте равна сумме ионной и электронной проводимостей:

$$\sigma(h) = \sigma_i(h) + \sigma_e(h). \quad (3)$$

На рис. 2 приведены изогнутые высотные профили $\sigma(h)$ в области $1 \leq z \leq 100$ км, построенные для модели с фиксированными параметрами, кроме высоты перехода h_T . Последняя изменяется от 34 (нижняя кривая) до 70 км (верхняя кривая) с шагом 4 км. Как видно из графиков рис. 2, в области доминирования ионов проводимость сравнительно медленно изменяется с высотой. Выше ПИЭ главную роль играют электроны, здесь проводимость быстрее нарастает с высотой. Сам переход описывается плавно изогнутой кривой. Все профили совпадают в области доминирования ионной проводимости. Верхние части кривых, отвечающие электронной проводимости, образуют вертикально разнесенные «параллельные» линии. Чем выше h_T , тем на больших высотах проявляются электроны. Очевидно, что нижние профили на рис. 2 близки к дневной ионосфере, а верхние – к ночной.

Для каждого профиля мы с помощью метода полного поля [2–5] рассчитали постоянную распространения $\nu(f)$, а затем вычислили энергетические спектры шумановского резонанса в вертикальном электрическом и горизонтальном магнитном поле. Предполагалось, что грозовые разряды, служащие источником поля, равномерно распределены по всей поверхности Земли. Это позволяет не рассматривать изменения формы спектра с расстоянием источник–приемник.

Спектр токового момента источника не зависит от частоты и принимался равным 1. Случайные молнии происходят независимо друг от друга, а их излучение формирует пуассонов поток импульсов. Поэтому результирующий энергетический спектр представляет собой сумму энергетических спектров отдельных разрядов.

Спектр вертикального электрического поля можно найти тремя разными способами. Первый их них состоит в вычислении следующего ряда [6, 7]:

$$\langle |E(f)|^2 \rangle \approx \left| \frac{v(v+1)}{\omega} \right|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{|n(n+1)-v(v+1)|^2}. \quad (4)$$

Здесь v – постоянная распространения СНЧ-радиоволн; ω – круговая частота; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ – номер резонансного мода.

Формула (4) получается в результате интегрирования разложений поля в ряд зональных гармоник при равномерном распределении источников по поверхности Земли [6, 7]. К сожалению, аналогичную формулу для магнитного поля получить не удастся из-за неинтегрируемой особенности в точке источника. Поэтому пришлось использовать численное интегрирование по методу Монте-Карло и непосредственное вычисление интегралов по всей поверхности Земли за исключением малой, но конечной окрестности источника. При этом результат, полученный по формуле (4), служил эталоном для оценки точности интегрирования с помощью второго и третьего способов. Ошибка в получаемой величине энергетических спектров не превышала $\pm 3\%$, что вполне приемлемо для наших целей.

Второй способ состоит в использовании метода Монте-Карло. В нем энергетические спектры вычисляются как суммы:

$$\langle |E(f)|^2 \rangle = \frac{|v(v+1)|^2}{\omega^2} \times \sum_M \sin \theta_k \left| \frac{P_v[\cos(\pi - \theta_k)]}{\sin(v\pi)} \right|^2; \quad (5)$$

$$\langle |H(f)|^2 \rangle = \sum_M \sin \theta_k \cos^2 \varphi_k \left| \frac{d}{d\theta} \frac{P_v[\cos(\pi - \theta_k)]}{\sin(v\pi)} \right|^2, \quad (6)$$

где M – число испытаний; θ_k – угловое расстояние от точки наблюдения до k -й молнии (случайная величина, распределенная равномерно в интервале $0 < \theta_k \leq \pi$; множитель $\cos \varphi_k$ учитывает распределение азимутов источника (случайная величина, распределена равномерно в интервале $0 < \varphi_k \leq 2\pi$); множитель $\sin \theta_k$ учитывает разницу в длине па-

раллелей. Число испытаний по методу Монте-Карло выбрано равным $M = 2000$.

Третий способ состоял в усреднении отдельных энергетических спектров по случайным координатам молний, что сводится к вычислению следующих интегралов, очень похожих на суммы в (5) и (6):

$$\langle |E(f)|^2 \rangle = \frac{|v(v+1)|^2}{\omega^2} \times \int_{\delta}^{\pi} \sin \theta \left| \frac{P_v[\cos(\pi - \theta)]}{\sin(v\pi)} \right|^2 d\theta; \quad (7)$$

$$\langle |H(f)|^2 \rangle = \frac{1}{2} \int_{\delta}^{\pi} \sin \theta \left| \frac{d}{d\theta} \frac{P_v[\cos(\pi - \theta)]}{\sin(v\pi)} \right|^2 d\theta. \quad (8)$$

Интегралы (7) и (8) вычислялись по методу Симпсона (Котеса). Как отмечалось выше, сложность возникает при расчете энергетического спектра магнитного поля. Дело в том, что при малых θ (окрестность источника) функция Лежандра имеет логарифмическую особенность, а ее производная – степенную особенность вида $(\theta)^{-1}$. Поэтому интеграл для магнитного поля расходится, несмотря на множитель $\sin \theta$. Особенность поля оказывается существенной на расстояниях от источника порядка высоты промежутка Земля–ионосфера. Самым простым способом обхода этой трудности является интегрирование (7) и (8), начиная с расстояний больше 200 км или от $\delta = \pi/10$. То же самое соображение касается и использования метода Монте-Карло.

После проведения статистических испытаний и вычислений спектров для профиля проводимости с высотой перехода h_T эту высоту изменяли, и процедура повторялась. В расчете рассмотрены изменения высоты h_T в от 44 до 66 км с шагом 2 км. Так с помощью метода Монте-Карло были получены энергетические спектры обеих компонент поля для каждого профиля из семейства, показанного на рис. 2. Результаты расчетов представлены на рис. 3 в виде двумерных карт, построенных над плоскостью частота–высота перехода. Таким образом удалось объединить индивидуальные спектры, отвечающие различным высотам перехода, и получить рельеф глобального электромагнитного резонанса над плоскостью частота–высота перехода.

На рис. 3, а показан профиль энергетических спектров горизонтального магнитного поля, на рис. 3, б – вертикального электрического поля. По оси абсцисс отложена частота в герцах в интервале 1...25 Гц. По оси ординат показана высота h_T ионно-электронного перехода. Интенсивность колебаний (в относительных единицах) показана

темной заливкой, приведены также линии постоянного уровня интенсивности колебаний.

В рельефе шумановского резонанса хорошо видны первый, второй и третий пики (темные области). Карты для электрического и магнитного полей оказываются очень похожими визуально при равномерном распределении источников по поверхности Земли. Очевидно, что резонансные частоты монотонно возрастают при увеличении высоты перехода h_T . Однако эту зависимость нельзя назвать сильной, поскольку в рассмотренном диапазоне высот 44...66 км смещение первого резонансного максимума не превышает 0,2 Гц.

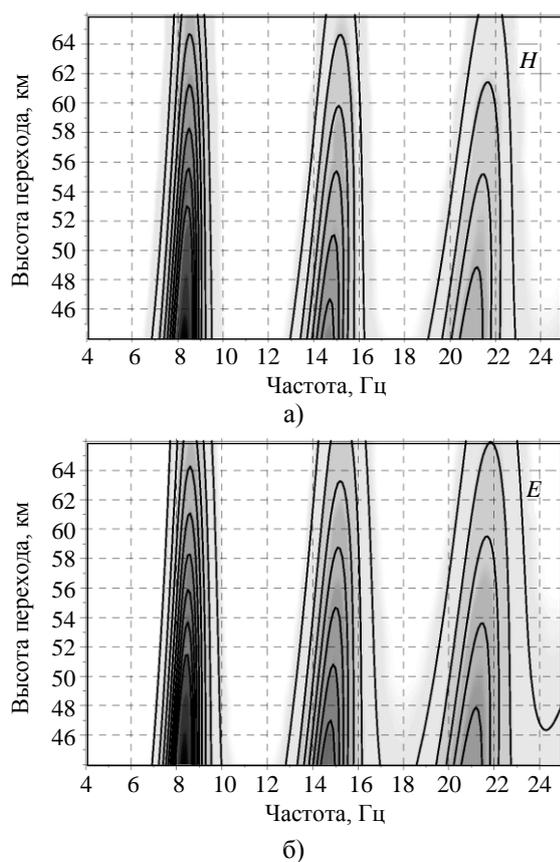


Рис. 3. Резонансные спектры в модели ПИЭ над плоскостью частота–высота перехода при грозах, равномерно распределенных по поверхности Земли: а) энергетические спектры горизонтального магнитного поля; б) энергетические спектры вертикального электрического поля

Получив набор резонансных спектров для разных высот перехода h_T , мы надеялись оценить влияние ПИЭ на форму спектра. Результаты таких расчетов могли подсказать, какой из профилей лучше всего соответствует наблюдаемым частотам 7,8...8,0; 13,8...14,0; 19,8...20,0 Гц. Его можно было бы рекомендовать для трудоемкого моделирования шумановского резонанса с помощью техники *FDTD*. Как видно из графиков рис. 3, ни одна из моделей ПИЭ [18] не пригодна для ис-

пользования в таком моделировании. Дело в том, что ни один из профилей не обеспечивает реалистичных значений резонансных частот – все они лежат выше экспериментально наблюдаемых значений. Даже самая низкая высота перехода 44 км соответствует первой пиковой частоте 8,3 Гц, что ощутимо выше наблюдаемых значений. Таким образом, данные работы [18], несмотря на их солидное обоснование, приводят к систематическим ошибкам в постоянной распространения СНЧ-радиоволн. Любой из этих профилей приведет в технике *FDTD* к нереальным значениям резонансных частот.

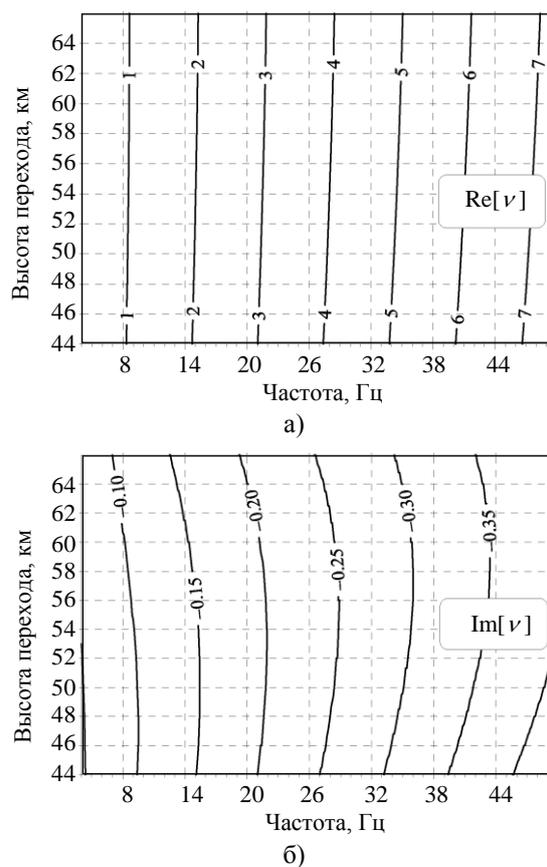


Рис. 4. Реальная (а) и мнимая (б) части постоянной распространения модели ПИЭ

Графики на рис. 4 поясняют, что обнаруженные нами отклонения пиковых частот энергетических спектров обусловлены постоянной распространения СНЧ-радиоволн. На этом рисунке приведены двумерные профили действительной и мнимой части постоянной распространения над плоскостью частота–высота перехода. Способ представления данных и диапазон изменений на рис. 4 такой же, как и на рис. 3, но вместо энергетических спектров здесь показаны линии постоянного уровня постоянной распространения. Верхняя панель рисунка показывает изменения реальной части; пронумерованные линии отвеча-

ют уровню $\text{Re}[v(f, h_T)] = n$, где n – номер резонансного мода. Если сопоставить рис. 3 и 4, то легко видеть, что максимумы в энергетических спектрах рис. 3 соответствуют линиям $\text{Re}[v] = n$ рис. 4, а. Графики рис. 4 показывают, что рассмотренный в работе [18] профиль проводимости с одним изгибом, возможно, обеспечит реалистичное значение резонансной частоты 8 Гц, если принять высоту перехода $h_T \leq 30$ км, что, конечно, не соответствует физической реальности.

Высотную зависимость проводимости с одним изгибом неразумно использовать в прямом электромагнитном моделировании. Во всяком случае, она не обеспечит реалистичные пиковые частоты энергетических спектров. Одна из причин наблюдаемых расхождений состоит в том, что при расчетах постоянной распространения в модели колена отдельно дополнительно вводят верхнюю (магнитную) характерную высоту. В модели [18] этого не делают, она получается «автоматически», что, по-видимому, и привело к искаженным энергетическим спектрам. Отсюда следует, что либо модель [18] требует доработки, либо в прямых расчетах разумнее использовать некие другие реалистичные зависимости $\sigma(h)$, например, основанные на измерениях поля ясной погоды [25–28].

Еще одну важную особенность профиля ПИЭ демонстрирует рис. 4, б: немонотонное изменение затухания при изменениях высоты перехода, особенно заметное на высших резонансных модах. Очевидный максимум затухания в области 50...60 км трудно объяснить элементарными физическими соображениями, однако его присутствие может оказаться существенным в СНЧ-распространении.

Выводы. Проведенный выше анализ показал, что подобно экспоненциальной модели [10] упрощенные методики вычисления постоянной распространения СНЧ-радиоволн с помощью модели колена не позволяют построить реалистичные вертикальные профили проводимости атмосферы, и это затрудняет их применение в прямых методах расчета. В частности, рассмотренная и подробно проанализированная модель [18] не выдерживает проверки с помощью строгого решения задачи по методу полного поля и последующего вычисления энергетических спектров шумановского резонанса.

Причина в том, что профиль ПИЭ [18] не отличается принципиально от двухмасштабной экспоненциальной модели [14]. Отличия этих моделей можно обнаружить только в величине параметров. Во всех моделях колена [17, 19] для согласованности с экспериментальными наблюдениями приходится вводить верхнюю (магнит-

ную) характеристическую высоту. Таким образом, набор свободных параметров увеличивается, а постулированная магнитная высота лежит выше значений, определяемых по формуле $h_M > h_M - 2\zeta_E \ln(2k\zeta_E)$ [14], при этом $\zeta_M > \zeta_a$. Это модификация позволила вернуть расчетные пиковые частоты и добротности шумановского резонанса в область наблюдаемых значений.

В трудоемких прямых расчетах электромагнитных полей разумно было бы использовать иные, более реалистичные профили проводимости воздуха, апробированные в соседних диапазонах частот [25–28]. При этом может оказаться, что далеко не все известные из литературы профили соответствуют наблюдениям глобального электромагнитного резонанса. Таким образом, расчеты с помощью строгого метода полного поля и последующее сопоставление резонансных спектров позволят проводить отбраковку имеющихся высотных профилей проводимости атмосферы.

Библиографический список

1. Блюх П. В. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля–ионосфера / П. В. Блюх, А. П. Николаенко, Ю. Ф. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1977. – 199 с.
2. Гюннинен Э. М. Поле вертикального электрического диполя над сферической землей с неоднородной по высоте ионосферой / Э. М. Гюннинен, Ю. П. Галюк // Проблемы дифракции и распространения радиоволн. – Вып. 11. – Л.: ЛГУ, 1972. – С. 109–120.
3. О резонансных явлениях в полости Земля–ионосфера / П. В. Блюх, Ю. П. Галюк, Э. М. Гюннинен и др. // Изв. вузов. Радиофизика. – 1977. – 20, № 4. – С. 501–509.
4. Галюк Ю. П. Определение характеристик распространения СДВ-полей в волноводе Земля–неоднородная по высоте анизотропная ионосфера / Ю. П. Галюк, В. И. Иванов // Проблемы дифракции и распространения радиоволн. – Вып. 16. – Л.: ЛГУ, 1978. – С. 148–153.
5. Галюк Ю. П. Модель колена: сравнение точного и эвристического решения задачи о шумановском резонансе / Ю. П. Галюк, А. П. Николаенко, М. Хайакава // Радиофизика и электрон. – 2015. – 6(20), № 2. – С. 40–46.
6. Nickolaenko A. P. Resonances in the Earth-ionosphere cavity / A. P. Nickolaenko, M. Hayakawa. – Dordrecht-Boston-L.: Kluwer Academic Publ., 2002. – 380 p.
7. Nickolaenko A. Schumann resonance for tyros (Essentials of Global Electromagnetic Resonance in the Earth–Ionosphere Cavity) / A. Nickolaenko, M. Hayakawa. – Tokyo-Heidelberg-N. Y.-Dordrecht-L.: Springer, 2014. – Ser. XI. Springer Geophysics. – 348 p.
8. Ishaq M. Method of obtaining radiowave propagation parameters for the Earth–ionosphere duct at ELF / M. Ishaq, D.Ll. Jones // Electronic Lett. – 1977. – 13, N 2. – P. 254–255.
9. Q-bursts: A comparison of experimental and computed ELF waveforms / A. P. Nickolaenko, M. Hayakawa, T. Ogawa, M. Komatsu // Radio Sci. – 2008. – 43, Iss. 4. – P. RS4014 (9 p.).
10. Greifinger C. Approximate method for determining ELF eigenvalues in the Earth–ionosphere waveguide / C. Greifinger, P. Greifinger // Radio Sci. – 1978. – 13, N 5. – P. 831–837.
11. Николаенко А. П. О возможности существования глобальных электромагнитных резонансов на планетах Солнеч-

- ной системы / А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович // Космические исслед. – 1982. – 20, № 1. – С. 82–89.
12. Николаенко А. П. О применимости сверхнизко-частотных глобальных резонансов для исследования грозовой активности Венеры / А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович // Космические исслед. – 1987. – 25, № 2. – С. 301–306.
 13. Sentman D. D. Approximate Schumann resonance parameters for a two-scale-height ionosphere / D. D. Sentman // J. Atmos. Terr. Phys. – 1990. – 52, N 1. – P. 35–46.
 14. Sentman D. D. Schumann Resonances // Handbook of Atmospheric Electrodynamics: in 2 vol., Vol. 1 / D. D. Sentman. – L.-Tokyo: CRC Press, Boca Raton, 1995. – P. 267–298.
 15. Füllekrug M. Dispersion relation for spherical electromagnetic resonances in the atmosphere / M. Füllekrug // Phys. Lett. A. – 2000. – 275, Iss. 1–2. – P. 80–89.
 16. Джонс Д. Расчет электромагнитного резонанса полости Земля–ионосфера по методу полного поля и с помощью упрощенной модели / Д. Джонс, М. Кнотт // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2003. – 8, № 1. – С. 55–66.
 17. Mushtak V. C. Propagation parameters for uniform models of the Earth-ionosphere waveguide / V. C. Mushtak, E. Williams // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 2002. – 64, N 6. – P. 1989–2001.
 18. Greifinger P. S. On modeling the lower characteristic ELF altitude from aeronautical data / P. S. Greifinger, V. C. Mushtak, E. R. Williams // Radio Sci. – 2007. – 42, Iss. 2. – RS2S12 (12 p.).
 19. Pechony O. Schumann resonance parameters calculated with a partially uniform knee model on Earth, Venus, Mars, and Titan / O. Pechony, C. Price // Radio Sci. – 2004. – 39, Iss. 5. – RS5007 (10 p.).
 20. Yang H. Three-dimensional finite-difference time domain modeling of the Earth-ionosphere cavity resonances / H. Yang, V. P. Pasko // Geophys. Res. Lett. – 2005. – 32, Iss. 3. – L03114 (4 p.).
 21. A numerical simulation of Earth's electromagnetic cavity with the Transmission Line Matrix method: Schumann resonances / J. A. Morente, G. J. Molina-Cuberos, J. A. Port et al. // J. Geophys. Res. – 2003. – 108, Iss. A5. – P. SIA 17-1–17-11.
 22. Parallel 3D-TLM algorithm for simulation of the Earth-ionosphere cavity / S. Toledo-Redondo, A. Salinas, J. A. Morente-Molinera et al. // J. Computational Phys. – 2013. – 236, N 3. – P. 367–379.
 23. Diurnal and seasonal variations in the Schumann resonance parameters observed at Chinese observatories / H. Zhou, H. Yu, B. Cao, X. Qiao // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 2013. – 98, N 1. – P. 86–96.
 24. Cole R. K. Electrification in the Earth's atmosphere from altitudes between 0 and 100 kilometers / R. K. Cole, E. T. Pierce // J. Geophys. Res. – 1965. – 70, N 11. – P. 2735–2749.
 25. Makino M. Response of atmospheric electric field and air-earth current to variations of conductivity profiles / M. Makino, T. Ogawa // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 1984. – 46, N 5. – P. 431–435.
 26. Ogawa T. Fair Weather Field Electricity / T. Ogawa // J. Geophys. Res. – 1985. – 90, N 4D. – P. 5951–5961
 27. New model simulations of the global atmospheric electric circuit driven by thunderstorms and electrified shower clouds: The roles of lightning and sprites / M. J. Rycroft, A. Odzimek, N. F. Arnold et al. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 2007. – 69, Iss. 17–18. – P. 2485–2509.
 28. Recent advances in global electric circuit coupling between the space environment and the troposphere / M. J. Rycroft, K. A. Nicoll, K. L. Aplin, R. G. Harrison // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. – 2012. – 90–91. – P. 198–211.

Рукопись поступила 01.07.2015.

Yu. P. Galuk, A. P. Nickolaenko, M. Hayakawa

SCHUMANN RESONANCES FOR CONDUCTIVITY PROFILE OF ATMOSPHERE WITH SINGLE BENDING

Investigations of link between parameters of global electromagnetic (Schumann) resonance and characteristics of vertical profile of atmospheric conductivity remain an actual problem. We use a rigorous solution of the electrodynamic problem in the spherical Earth-ionosphere cavity by the full wave technique and compare the results with the knee model, as introduced in the literature. The vertical conductivity profile of the atmosphere was constructed by using parameters of this model, and this allowed us to build the rigorous electromagnetic solution, and to compute the energy spectra of the vertical and horizontal electric magnetic fields corresponding to the uniform distribution of the global thunderstorms over the planet. It is shown that the knee model, discussed in the literature, does not match the rigorous full wave solution and the subsequent computations of the power spectra of Schumann resonance.

Key words: Schumann resonance, the conductivity of the atmosphere, the full wave solution, the knee model.

Ю. П. Галук, О. П. Николаенко, М. Хайакава

ШУМАНІВСЬКИЙ РЕЗОНАНС ДЛЯ ПРОФІЛЮ ПРОВІДНОСТІ АТМОСФЕРИ З ОДНИМ ВИГІНОМ

Дослідження зв'язку параметрів глобального електромагнітного (шуманівського) резонансу з характеристиками вертикального профілю провідності атмосфери залишається актуальною сучасною проблемою. У роботі використовується точний розв'язок електродинамічної задачі у сферичній порожнині Земля–іоносфера за допомогою методу повного поля, який зіставляється з моделлю коліна, що описано в літературі. За параметрами цієї моделі був побудований вертикальний профіль провідності атмосфери, це дозволило отримати точний розв'язок і розрахувати енергетичні спектри вертикального електричного та горизонтального магнітного поля при рівномірному розподілі світових гроз по планеті. Показано, що модель коліна, розглянута в літературі, не витримує перевірки за допомогою строго розв'язку задачі за методом повного поля і подальшого обчислення енергетичних спектрів шуманівського резонансу.

Ключові слова: шуманівський резонанс, провідність атмосфери, метод повного поля, модель коліна.