

**А. Б. Веселовская, Г. И. Хлопов**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [veselovskaya3@mail.ru](mailto:veselovskaya3@mail.ru)

## СЕЧЕНИЕ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НЕСФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ ДОЖДЯ

Радиолокационным методам измерения характеристик жидких осадков уделяется значительное внимание в связи с исследованиями физических процессов в атмосфере, а также при решении прикладных задач. Однако существующие методы расчетов характеристик отражения основаны на предположении о сферической форме частиц осадков, в то время как форма реальных капель дождя в большинстве случаев имеет несферическую форму. Поэтому в настоящей работе рассмотрены результаты исследования обратного рассеяния от эллипсоидальных капель и капель Пруппахера-Питтера, которые наиболее широко используются при описании несферических частиц. При этом в качестве метода расчета используется приближение дипольного рассеяния, а также строгий метод моментов. Сравнительные вычисления проведены для горизонтальной и вертикальной поляризации падающего поля в диапазонах длин волн  $\lambda = 0,8; 3,2; 5,5$  и  $10$  см, которые позволили получить значения погрешности вычисления эффективной площади рассеяния капель при использовании приближенных методов. Кроме того предложена полиномиальная аппроксимация результатов строгих вычислений и найдены коэффициенты разложения, что позволяет использовать полученные данные при расчете характеристик рассеяния в случае полидисперсной среды. Ил. 8. Табл. 7. Библиогр.: 16 назв.

**Ключевые слова:** метод моментов, капля Пруппахера-Питтера, приближение дипольного рассеяния, эффективная площадь рассеяния.

Дистанционные методы исследования облаков и осадков имеют важное значение для изучения окружающей среды и атмосферных процессов [1]. Использование этих методов основано на решении обратных задач, что позволяет находить параметры распределения частиц по размерам (микроструктурные характеристики) [2]. При этом необходимо знать зависимость характеристик электромагнитного рассеяния частиц дождя от их размеров.

При свободном падении на частицу действуют силы гравитации, аэродинамического сопротивления и поверхностного натяжения, в результате чего форма частицы отличается от сферической [3] тем больше, чем крупнее капли. Это может приводить к значительным погрешностям при восстановлении микроструктурных характеристик частиц по характеристикам отраженных сигналов, в связи с чем важно учитывать влияние несферичности частиц на эффективную площадь рассеяния (ЭПР).

Действительно, форма частиц при падении претерпевает существенные изменения: так, если для частиц малых размеров их форма с достаточной степенью точности описывается сферой, то при увеличении размеров частица приобретает форму эллипсоида [3], а затем – форму эллипсоида с вогнутым дном в виде так называемой капли Пруппахера-Питтера [4]. Таким образом, разработка методов расчета рассеяния радиоволн на несферических каплях сложной формы представляет значительный интерес.

Тем не менее, до настоящего времени широко используется модель в виде частиц сферической формы эквивалентного объема, что позволяет использовать хорошо разработанные ме-

тоды теории дифракции на диэлектрической сфере [5] для вычисления ЭПР по величине отраженного сигнала и восстановить распределение частиц по размерам. Кроме того, часто используется приближение дипольного рассеяния [6], которое позволяет оценивать поляризационные эффекты при рассеянии на частицах эллипсоидальной формы. Однако степень достигаемого приближения и рамки применимости указанных методов остаются невыясненными, поэтому значительный интерес представляет использование строгих методов расчета, в частности метода моментов [7, 8], метода вспомогательных источников [9] и разложения по векторным собственным сферическим функциям [10].

Заметим, что реальные дожди представляют собой полидисперсную среду, которая состоит из капель различных размеров, в связи с чем использование строгих методов расчета обратного рассеяния в случае полидисперсной среды требует огромных вычислительных ресурсов и значительных затрат времени, следовательно использование приближенных методов, по-прежнему, является достаточно актуальным.

Целью настоящей работы является исследование точности приближенных методов вычисления ЭПР капель дождя несферической формы путем сравнения с результатами строгого решения с использованием метода моментов для оценки рамок применимости различных приближений.

**1. Форма дождевых капель в свободном падении.** Исторически первые работы по рассеянию электромагнитных волн на каплях дождя основаны на предположении о сферичности исследуемых капель [11], что справедливо,

если среднекубический радиус частицы не превышает значение  $r_3 = \sqrt[3]{\frac{3}{4}V_3} \leq 140 \text{ мкм}$  [3], где  $V_3$  – объем капли. Однако при дальнейшем увеличении размеров форма капли значительно усложняется, при этом широкое распространение получила аппроксимация формы падающей капли двухосным эллипсоидом [12], когда сечение капли имеет форму эллипса в ВП, а в ГП – форму окружности (рис. 1, а).

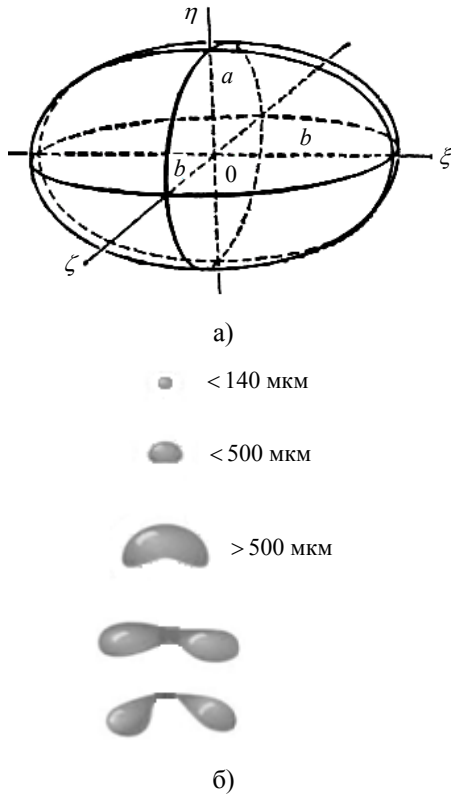


Рис. 1. Форма эллипсоидальной капли без влияния внешних сил (а), при падении (б)

Указанная аппроксимация позволяет решить уравнение баланса сил, действующих на каплю [13], и выразить деформацию капли в виде отношения малой и большой осей эллипсоида в зависимости от среднекубического радиуса  $r_3$  следующим образом:

$$e = \frac{a}{b} = \left[ 1 - \frac{9r_3 \rho_m V_\infty^2}{16\gamma} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

где  $\rho_m = 1,1937 \cdot 10^{-3} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$  – плотность водяного пара в насыщенной атмосфере;  $V_\infty$  – скорость установившегося падения капли [14];  $\gamma = 72,75 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-2}$  – поверхностное натяжение капли при температуре  $20^\circ\text{C}$ . Как показал анализ [4], приближение эллипсоидальной капли и выражение (1) хорошо

согласуется с экспериментальными данными вплоть до значения среднекубического радиуса  $r_3 \leq 500 \text{ мкм}$ .

Для дождей значительной интенсивности  $\geq 10 \text{ мм/ч}$  нельзя пренебрегать вкладом крупных капель, а создание модели, которая позволяет описывать форму капли вплоть до максимальных размеров ( $r_3 \geq 3 \text{ мм}$ ), требует решения уравнения баланса сил [3], получить которое в общем виде пока не удастся. В настоящее время широкое распространение получила модель капли Пруппахера-Питтера [4] в виде эллипсоида с вогнутым дном (рис. 2, а).

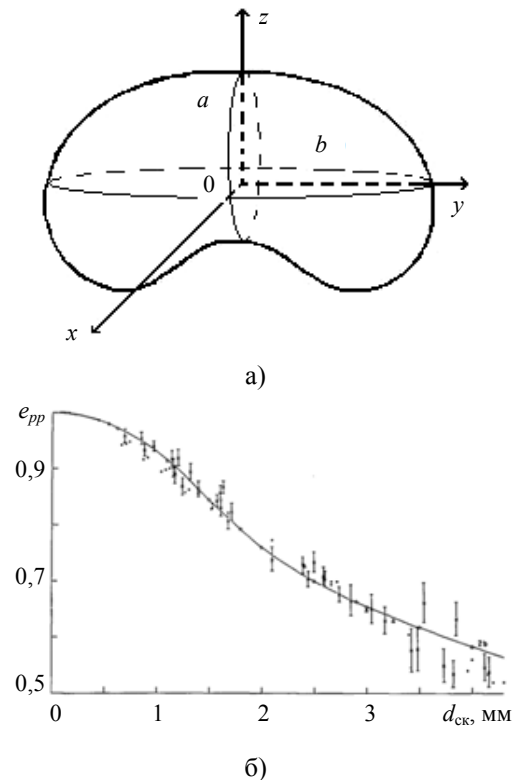


Рис. 2. Форма капли Пруппахера-Питтера (а), ее эксцентриситет  $e_{pp}$  от среднекубического диаметра  $d_{ck}$  (б)

Как было показано, подобная модель обеспечивает хорошее соответствие с экспериментальными данными, как приведено на рис. 2, б (репродукция из работы [4]), где представлены результаты сравнения экспериментальной и теоретической зависимости эксцентриситета капли от среднекубического диаметра.

При этом форма капли описывается в виде ряда Фурье в полярных координатах  $(r, \theta)$

$$r = r_0 \left( 1 + \sum c_n \cos n\theta \right), \quad (2)$$

где  $r_0$  – радиус эквивалентной сферы,  $c_n$  – коэффициенты разложения, значения которых для  $n \leq 9$  приведены в табл. 1 (взято из работы [4]).

Таблица 1

Рассчитанные коэффициенты разложения

Коэффициенты разложения $c \cdot 10^6$									
$r_3$ (см)	$c_0$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$c_5$	$c_6$	$c_7$	$c_8$	$c_9$
0,01711	-12	-36	-3	0	0	0	0	0	0
0,03505	-69	-208	-27	0	1	0	0	0	0
0,0433	-181	-543	-97	-3	5	-2	0	0	0
0,0532	-314	-939	-189	-12	10	-1	0	-1	0
0,062	-447	-1334	-300	-27	17	-2	1	-1	1
0,11	-1431	-4259	-1105	-173	62	25	3	-12	-4
0,14	-2344	-6977	-1843	-288	101	42	5	-19	-7
0,15	-2670	-7948	-2114	-330	115	48	5	-22	-8
0,18	-3659	-10889	-2963	-462	156	65	8	-30	-11
0,2	-4296	-12783	-3539	-551	182	77	9	-35	-13
0,25	-5734	-17053	-4959	-775	237	102	12	-47	-18
0,29	-6822	-20280	-6166	-971	274	122	14	-55	-21
0,3	-7089	-21070	-6482	-1023	283	127	15	-57	-22
0,35	-8380	-24888	-8151	-1310	318	149	18	-67	-25
0,4	-9763	-28966	-10143	-1677	346	173	21	-76	-29

В то же время отметим, что указанная модель удовлетворительно описывает форму капель, когда их размер не превышает 6 мм, так как более крупные капли разрушаются при падении [4].

**2. Расчет характеристик обратного рассеяния каплями дождя.** Обратное рассеяние радиолокационных сигналов определяется ЭПР  $\sigma$  [1], величина которой в значительной степени определяется формой капель. Коротко рассмотрим используемые в настоящее время методы расчета ЭПР капель различной формы.

ЭПР капель сферической формы обычно рассчитывается с использованием результатов строгого решения задачи о дифракции электромагнитного поля на диэлектрической сфере [5] (теория Ми). В этом случае выражение для ЭПР отдельной частицы, нормированное на ее поперечное сечение  $\pi r^2$  записывается в виде

$$\sigma_s(r_3) = \frac{1}{\rho^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n+1)(a_n - b_n) \right|^2, \quad (3)$$

где  $\rho = \frac{2\pi r_3}{\lambda} \sqrt{\epsilon'}$  – дифракционный параметр;

$a_n$  и  $b_n$  – коэффициенты разложения рассеянного поля, которые зависят от длины волны и диэлектрической постоянной материала частиц (коэффициенты Ми), выражения для них приведены в удобной для расчета форме в работе [15]. Данные выражения описывают рассеяние электромагнитных волн на сферических каплях с высокой точностью, однако при отклонении формы от сферической погрешность вычислений заметно возрастает.

ЭПР капель эллипсоидальной формы может быть вычислена в приближении дипольного рассеяния [6], когда интенсивность рассеянного

поля пропорциональна квадрату дипольного момента. В рамках этого подхода рассеивающие свойства эллипсоидальной капли определяются соотношением

$$\sigma_{x,y} = I_{x,y} \sigma_s, \quad (4)$$

где  $\sigma_s$  – ЭПР сферической капли;  $I_{x,y}$  – интенсивность рассеянного поля для вертикальной (ВП) и горизонтальной (ГП) поляризации падающего поля, выражение для которого приведено в работе [6]. Однако с увеличением размеров капель применение этого метода также приводит к ошибкам вычисления.

ЭПР капель Пруппахера-Питтера вычисляется с помощью строгих методов, в частности метода моментов [7], который основан на использовании современных численных методов. Модификация этого метода, которая в зарубежной литературе получила название «point matching technique», предполагает выполнение граничных условий в конечном множестве точек контура поперечного сечения и впервые позволила получить характеристики рассеяния капель Пруппахера-Питтера на длине волны  $\lambda = 0,86$  см [4].

**3. Моделирование обратного рассеяния частицами дождя.** Использование традиционного приближения в виде капель сферической формы позволяет существенно упростить вычисления ЭПР, однако для оценки погрешности, связанной с несферичностью формы реальных капель, необходимо сравнение со строгим решением.

На рис. 3 приведены полученные авторами настоящей работы зависимости ЭПР эллипсоидальной капли от среднекубического диаметра на длинах волн  $\lambda = 0,8; 3,2; 5,5$  и  $10$  см (кривые 1–4 соответственно), которые рассчитаны с помощью строгого метода моментов для ГП и ВП (сплошная кривая), а также в приближении сферических ка-

пель эквивалентного объема (пунктир). Как видно, приближенные вычисления в целом правильно отражают ход зависимостей, а наибольшие отличия возникают в коротковолновой части диапазона СВЧ ( $\lambda = 0,8$  см) в области резонансного рассеяния, когда среднекубический диаметр капель равен  $d_{\text{ск}} \approx 4$  мм (дифракционный параметр  $\rho_\varepsilon = \frac{2\pi r_3}{\lambda} \sqrt{\varepsilon} \approx 7,7$ ).

В качестве критерия сравнения естественно выбрать величину ошибки  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{сф}}$  ( $\sigma_{\text{ММ}}$  – точное значение ЭПР (по методу моментов),  $\sigma_{\text{сф}}$  – приближенное значение ЭПР) для капель максимально возможного средне-кубического диаметра ( $d_{\text{ск}} \leq 6$  мм). В табл. 2 приведены результаты сравнения, которые показывают, что

максимальная погрешность не превышает 5 дБ для всех длин волн, хотя в диапазоне  $\lambda = 0,8$  см ошибка достигает 7 дБ для капель резонансного диаметра  $d_{\text{ск}} = 4$  мм (рис. 3). При этом ошибка приближенных вычислений максимальна для ГП, а результаты вычислений с помощью метода моментов всегда превышают значения приближенных расчетов.

Таблица 2

Ошибка вычисления ЭПР эллипсоидальных капель максимального размера в приближении сферических капель

$\Delta\sigma$ , дБ							
$\lambda = 0,8$ см		$\lambda = 3,2$ см		$\lambda = 5,5$ см		$\lambda = 10$ см	
ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП
-5,5	-3,2	1,5	-2,54	3,21	-4,91	1,31	-2,88

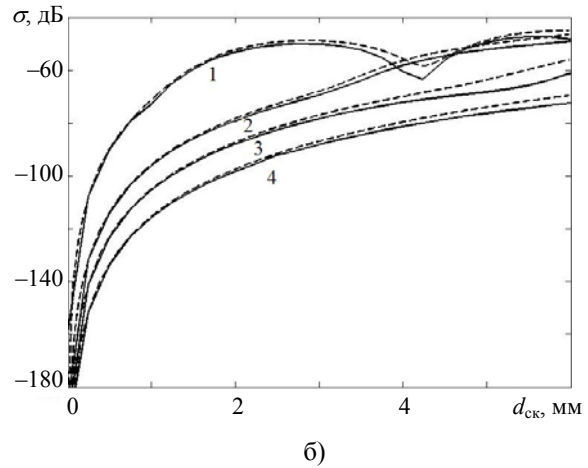
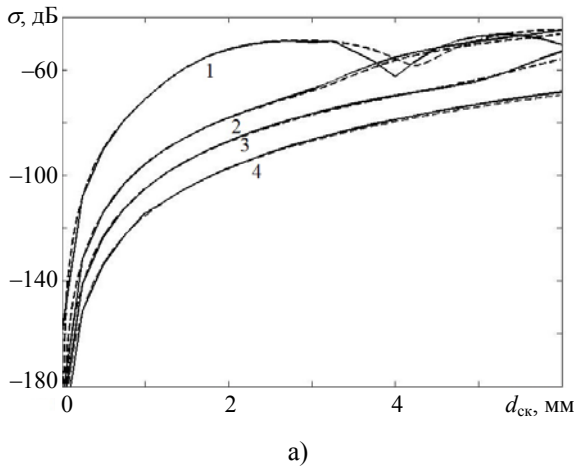


Рис. 3. Зависимость ЭПР эллипсоидальной капли от средне-кубического диаметра  $d_{\text{ск}}$ : в приближении сферических капель (пунктир) и с использованием метода моментов (сплошная кривая) для ГП (а) и ВП (б)

Аналогичные результаты получены нами при сравнении результатов вычисления ЭПР для капель Пруппахера-Питтера с помощью метода моментов и в приближении сферических капель эквивалентного объема с использованием теории Ми. На рис. 4 (пунктир) приведены данные приближенных вычислений на длинах волн  $\lambda = 0,8; 3,2; 5,5$  и  $10$  см (кривые 1–4 соответственно), а также результаты вычислений с помощью метода моментов (сплошные кривые), при этом рис. 4, а соответствует ГП падающего поля, а рис. 4, б – ВП.

В табл. 3 приведены значения ошибки расчета ЭПР капли Пруппахера-Питтера максимального размера ( $d_{\text{ск}} = 6$  мм) в приближении эквивалентной сферической капли  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{сф}}$  относительно данных метода моментов.

Таблица 3

Ошибка вычисления ЭПР капель Пруппахера-Питтера максимального размера в приближении сферических капель

$\Delta\sigma$ , дБ							
$\lambda = 0,8$ см		$\lambda = 3,2$ см		$\lambda = 5,5$ см		$\lambda = 10$ см	
ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП
-4,8	-2,1	1,68	-1,91	3,77	-3,51	1,49	-2,11

Как и ранее, расхождение результатов расчета ЭПР капель Пруппахера-Питтера и сферических капель эквивалентного объема достигает  $\approx 7$  дБ на длине волны  $\lambda = 0,8$  см для капель резонансного диаметра  $d_{\text{ск}} = 4$  мм.

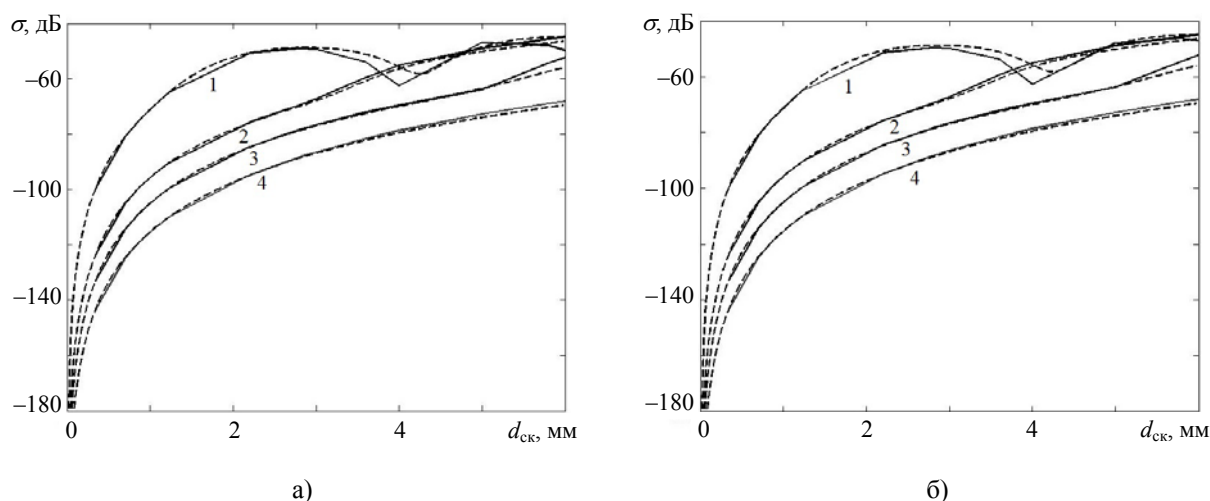


Рис. 4. ЭПР капли Пруппахера-Питтера в приближении сферических капель (пунктир) и с использованием метода моментов (сплошная кривая) для ГП (а) и ВП (б)

При этом в более длинноволновом диапазоне  $\lambda \geq 3$  см ошибка не превышает 4 дБ, в связи с чем погрешность приближенных вычислений для капли Пруппахера-Питтера меньше, чем для эллипсоидальной капли, несмотря на более сложную форму капли.

Другим широко распространенным подходом при расчете ЭПР несферических капель дождя является приближение дипольного рассеяния [6]. На рис. 5 приведены зависимости ЭПР эллипсоидальной капли от среднекубического диаметра для ГП (рис. 5, а) и ВП (рис. 5, б) на длинах волн  $\lambda = 0,8; 3,2; 5,5$  и 10 см (кривые 1–4 соответственно, данные для метода моментов – сплошные кривые, приближение дипольного рассеяния – пунктир). Как и ранее (рис. 3), приближенные вычисления правильно отражают ход зависимостей, а наибольшие отличия характерны для коротковолновой части диапазона СВЧ ( $\lambda = 0,8$  см) в связи с резонансным рассеянием (среднекубический диаметр капель  $d_{\text{ск}} \approx 4$  мм).

Также рассчитывалась погрешность вычисления ЭПР эллипсоидальной капли в приближении дипольного рассеяния  $\Delta\sigma = \sigma_{\text{ММ}} - \sigma_{\text{ДР}}$  для капель максимально возможного размера ( $d_{\text{ск}} = 6$  мм), значения которой приведены в табл. 4.

Несмотря на приближенный характер вычислений, указанный метод обеспечивает погрешность не более 4 дБ относительно строгого решения во всем диапазоне изменения геометрического и частотного параметров, исключая длину волны 8 мм, где для капель резонансного размера ( $d_{\text{ск}} = 4$  мм) максимальная ошибка достигает 8,5 дБ. Сравнение с погрешностью вычисления ЭПР эллипсоидальной капли в приближении сфериче-

ских капель эквивалентного объема показывает, что приближение дипольного рассеяния в целом обеспечивает лучшую точность. Также представляет интерес сравнение результатов вычислений ЭПР в приближении дипольного рассеяния и с помощью метода моментов, результаты которого приведены на рис. 6 для длин волн  $\lambda = 0,8; 3,2; 5,5$  и 10 см (1–4 соответственно).

Таблица 4

Ошибка вычисления ЭПР эллипсоидальных капель методом моментов и в приближении дипольного рассеяния

$\Delta\sigma$ , ЭПР, дБ							
$\lambda = 0,8$ см		$\lambda = 3,2$ см		$\lambda = 5,5$ см		$\lambda = 10$ см	
ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП
-8,13	-2,12	-1,65	-1,45	0,03	-3,81	-1,65	-1,54

При этом сплошные кривые соответствуют строгим расчетам, пунктир – приближенным данным для ГП (рис. 6, а) и ВП (рис. 6, б). Несмотря на усложнение формы капель, точность приближенного метода для капель Пруппахера-Питтера заметно выше по сравнению с каплями эллипсоидальной формы (см. рис. 5), хотя, как и ранее, максимальная погрешность составляет 8,3 дБ на длине волны 0,8 см для капель резонансного размера ( $d_{\text{ск}} = 4$  мм). Подобные отличия вполне объяснимы, так как в резонансной области применимость приближенных методов существенно ограничена, в то время как для других длин волн ошибка не превышает 2,5 дБ для капель максимального размера порядка  $d_{\text{ск}} = 6$  мм, что не является серьезным ограничением во многих случаях при практическом использовании теории.

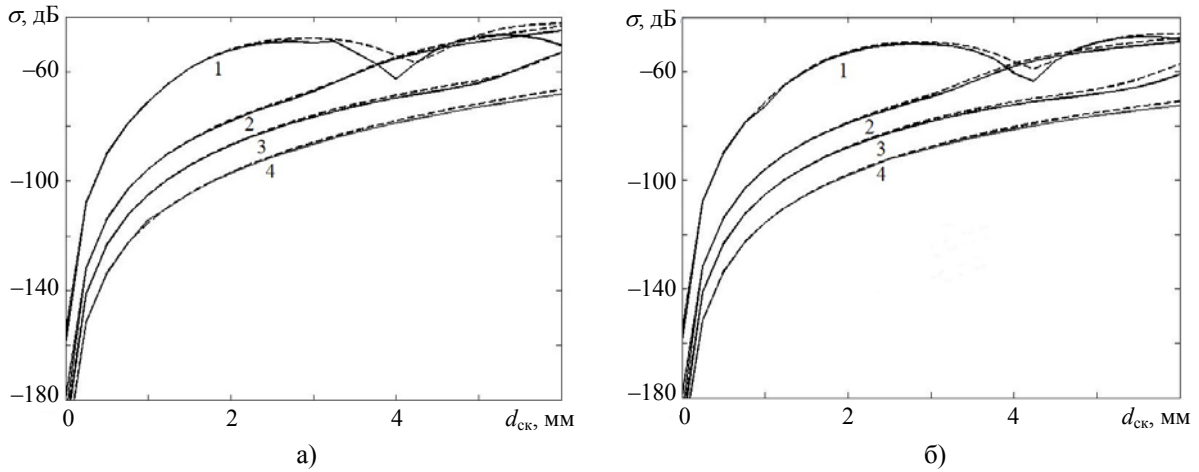


Рис. 5. ЭПР эллипсоидальной капли от среднекубического диаметра  $d_{\text{ck}}$ : в приближении дипольного рассеяния (пунктир) и с использованием метода моментов (сплошная кривая) для ГП (а) и ВП (б)

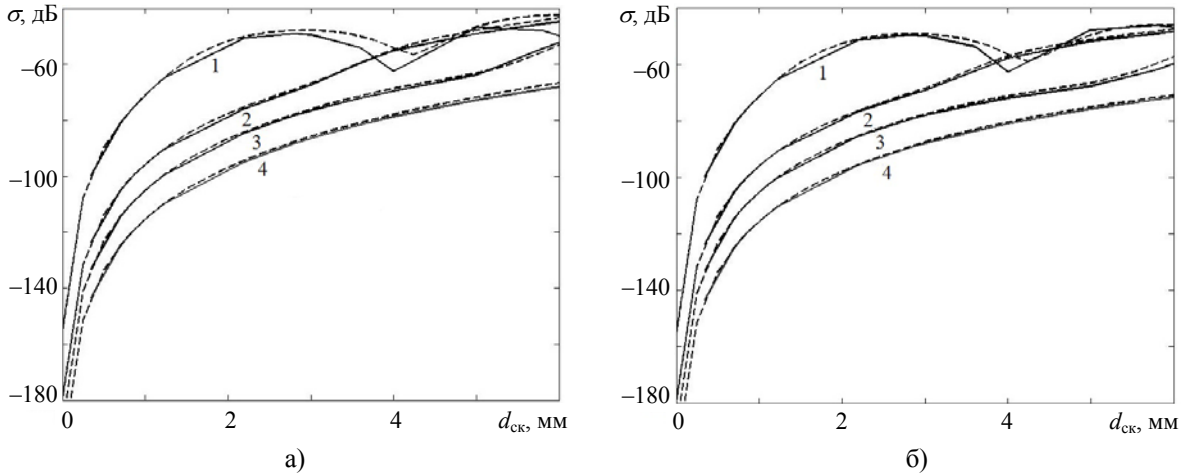


Рис. 6. Зависимость ЭПР капли Пруппахера-Питтера от среднекубического диаметра  $d_{\text{ck}}$  в приближении дипольного рассеяния (пунктир) и с использованием метода моментов (сплошная кривая) для ГП (а) и ВП (б)

В табл. 5 приведена ошибка вычисления ЭПР капли Пруппахера-Питтера при использовании приближения дипольного рассеяния.

Таблица 5  
Ошибка вычисления ЭПР каплей Пруппахера-Питтера методом моментов и в приближении дипольного рассеяния

$\Delta\sigma$ , ЭПР, дБ							
$\lambda = 0,8$ см		$\lambda = 3,2$ см		$\lambda = 5,5$ см		$\lambda = 10$ см	
ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП
-7,43	-0,97	-1,48	-0,81	0,59	-2,41	-1,47	-0,77

Как и в случае эллипсоидальных капель, сравнение с погрешностью вычисления ЭПР капли Пруппахера-Питтера в приближении сферических капель эквивалентного объема показывает, что приближение дипольного рассеяния в целом обеспечивает лучшую точность.

Таким образом, проведенный анализ показал, что применение приближенных методов

обеспечивает сравнительно небольшую погрешность вычисления ЭПР несферических капель, среднекубический диаметр которых не превышает 3 мм. В то же время при увеличении размеров несферических капель  $d_{\text{ck}} > 3$  мм и, в частности, каплей Пруппахера-Питтера необходимо использовать строгие методы расчета, что связано со значительными вычислительными трудностями, особенно в случае полидисперсных сред.

В последнем случае использование строгих методов расчета, даже с использованием современных программных продуктов, требует значительных вычислительных ресурсов, в связи с чем представляет интерес полиномиальная аппроксимация данных вычислений ЭПР эллипсоидальных капель и каплей Пруппахера-Питтера с использованием метода моментов [7] в виде ряда по степеням среднекубического диаметра

$$\sigma(d_{\text{ck}}) = a_0 d_{\text{ck}}^0 + a_1 d_{\text{ck}}^1 + a_2 d_{\text{ck}}^2 + \dots + a_N d_{\text{ck}}^N, \quad (5)$$

причем значения коэффициентов  $a_n$  зависят от длины волны, ориентации плоскости поляризации и диэлектрической постоянной частиц дождя. В табл. 6 приведены значения коэффициентов разложения, которые найдены с использованием известного метода наименьших квадратов [16].

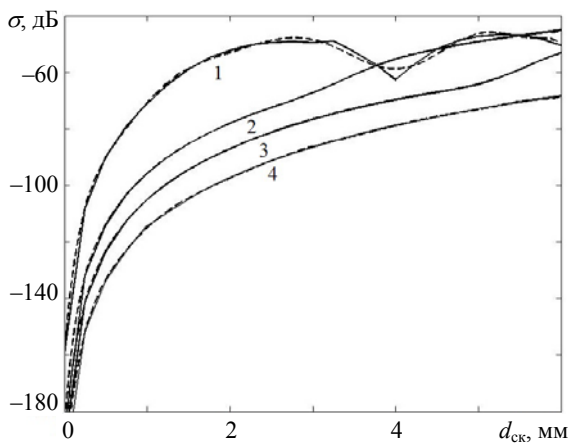
В частности, на рис. 7 приведено сравнение строгого решения (сплошные кривые) и его аппроксимации (пунктир) для эллипсоидальной капли с помощью полинома (5), которое показывает, что найденные коэффициенты (табл. 6) обеспечивают достаточно малую погрешность аппроксимации  $< 0,1$  дБ для всех выбранных длин волн.

В то же время погрешность аппроксимации  $\Delta\sigma_{АП}$ , как и в случае использования приближенных методов (рис. 3–6), существенно возрастает ( $\Delta\sigma_{АП} = \sigma_{ММ} - \sigma_{АП} \leq 4$  дБ) в области резонансного рассеяния для капель со среднекубическим диаметром  $d_{СК} \approx 4$  мм.

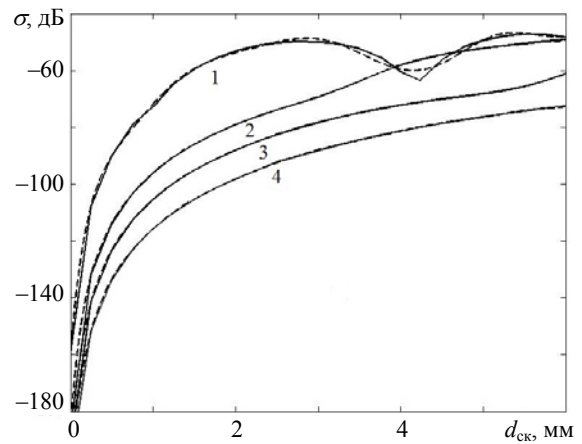
Для капель Пруппахера-Питтера значения коэффициентов полинома приведены в табл. 7 в разных диапазонах длин волн и для ортогональных поляризаций падающего поля, а на рис. 8 показаны результаты сравнения строгих данных и их аппроксимации.

Таблица 6  
Коэффициенты полинома, аппроксимирующего строгое решение для эллипсоидальной капли

$a_n$	Длина волны $\lambda$							
	8 мм		3,2 см		5,5 см		10 см	
	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП
$a_0$	-159,6	-159,4	-185,9	-185,9	-192,7	-192,5	-201,8	-197,2
$a_1$	356,1	352,9	399	403,3	372,8	369	328,3	287,3
$a_2$	-845,9	-815,7	$-1,2 \cdot 10^3$	$-1,2 \cdot 10^3$	$-1,05 \cdot 10^3$	$-1,04 \cdot 10^3$	-726,6	-584,5
$a_3$	$1,25 \cdot 10^3$	$1,15 \cdot 10^3$	$2,43 \cdot 10^3$	$2,6 \cdot 10^3$	$2,13 \cdot 10^3$	$2,1 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	797,1
$a_4$	$-1,1 \cdot 10^3$	-980	$-3,5 \cdot 10^3$	$-3,9 \cdot 10^3$	$-2,98 \cdot 10^3$	$-2,92 \cdot 10^3$	-979,3	-705,9
$a_5$	613,9	517,2	$3,6 \cdot 10^3$	$4,2 \cdot 10^3$	$2,94 \cdot 10^3$	$2,9 \cdot 10^3$	594,2	414,4
$a_6$	-215,3	-173,4	$-2,7 \cdot 10^3$	$-3,3 \cdot 10^3$	$-2,1 \cdot 10^3$	$-2,1 \cdot 10^3$	-240,4	-163,8
$a_7$	47,8	36,8	$1,5 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	$1,1 \cdot 10^3$	65,2	43,7
$a_8$	-6,5	-4,8	-638,5	801,1	-432,7	-435,6	-11,7	-7,7
$a_9$	0,5	0,35	202,8	255,7	126,6	128,4	1,3	0,9
$a_{10}$	-0,02	-0,01	-48	-60,4	-27,5	-28,1	-0,09	-0,06
$a_{11}$		0	8,3	10,4	4,38	4,5	0,003	0,002
$a_{12}$	0	0	-1,02	-1,3	-0,5	-0,5	0	0
$a_{13}$	0	0	0,08	0,1	0,04	0,04	0	0
$a_{14}$	0	0	-0,004	-0,005	-0,002	-0,002	0	0
$a_{15}$	0	0	$9,2 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-5}$	0	0



а)



б)

Рис. 7. Зависимость ЭПР эллипсоидальной капли  $\sigma$  от среднекубического диаметра  $d_{СК}$  для ГП (а) и ВП (б): строгое решение – сплошные кривые, полиномиальная аппроксимация – пунктир

Таблица 7

Коэффициенты полинома, аппроксимирующего строгое решение для капли Пруппахера-Питтера

$a_n$	Длина волны $\lambda$							
	8 мм		3,2 см		5,5 см		10 см	
	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП	ГП	ВП
$a_0$	-86,8	-85,3	-98,1	-101,4	-115,9	-115,4	-121,7	-125,2
$a_1$	204,5	196,1	134,8	159,5	197,8	193,7	161,8	189,8
$a_2$	-253,2	-236,9	-111,6	-183,9	-297,1	-284,8	-185,6	-272,4
$a_3$	182,8	167,7	23,4	135,4	311,6	291,9	125,5	270,6
$a_4$	-72,7	-65,6	48,4	-55,3	-215,9	-198	-27,2	-175,4
$a_5$	15,5	13,9	-51,5	8,8	99,4	89,2	-24	74,1
$a_6$	-1,7	-1,5	24,2	1,8	-30,5	-26,8	23	-20,1
$a_7$	0,07	0,06	-6,4	-1,1	6,2	5,3	-9,4	3,3
$a_8$	0	0	0,98	0,2	-0,8	-0,7	2,2	-0,3
$a_9$	0	0	-0,08	-0,02	0,06	0,05	-0,3	0,001
$a_{10}$	0	0	0,003	$7,1 \cdot 10^{-4}$	-0,002	-0,002	0,02	0,002
$a_{11}$	0	0	0	0	0	0	$-7,4 \cdot 10^{-4}$	$-9,3 \cdot 10^{-5}$

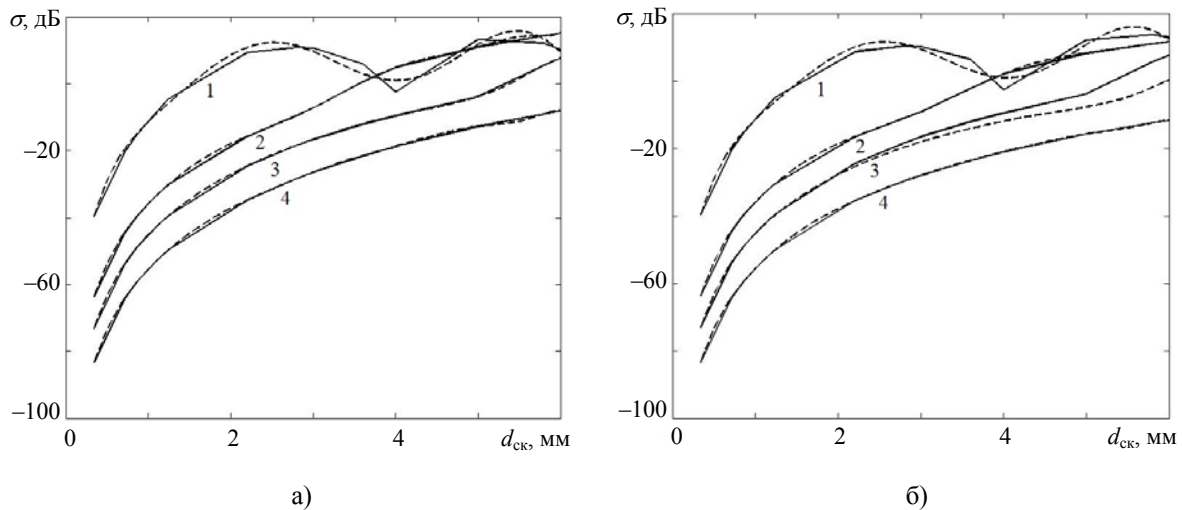


Рис. 8. Зависимость ЭПР капли Пруппахера-Питтера  $\sigma$  от среднекубического диаметра  $d_{\text{ск}}$  для ГП (а) и ВП (б): строгое решение – сплошные кривые, полиномиальная аппроксимация – пунктир

Как видно, погрешность аппроксимации  $\Delta\sigma_{\text{АП}}$  остается достаточно малой для всех длин волн ( $\Delta\sigma_{\text{АП}} \leq 0,1$  дБ), исключая, как и ранее, коротковолновую часть СВЧ-диапазона ( $\lambda = 0,8$  см), что показано на рис. 8, а (ГП) и на рис. 8, б (ВП), где строгое решение соответствует сплошным кривым, а его аппроксимация – пунктирным.

При этом в связи с резонансным рассеянием капель со среднекубическим диаметром  $d_{\text{ск}} \approx 4$  мм для  $\lambda = 0,8$  см погрешность достигает 4 дБ, что необходимо учитывать при вычислении ЭПР полидисперсных сред.

**Выводы.** Таким образом, в резонансной области рассеяния, когда среднекубический диаметр равен половине длины волны падающего поля, использование приближенных методов приводит к значительным погрешностям (7...8 дБ) как

для эллипсоидальных капель, так и для капель Пруппахера-Питтера.

Для капель с размерами  $d_{\text{ск}} \leq 3$  мм, которые наиболее часто встречаются в реальных дождях, погрешность приближенных вычислений ЭПР в длинноволновых диапазонах не более 1,7 дБ для ГП и 1,4 дБ для ВП.

Использование приближенных методов в длинноволновых диапазонах СВЧ приводит к погрешности вычисления  $\leq 4...5$  дБ для капель максимального размера ( $d_{\text{ск}} = 6$  мм), поэтому применение приближенных методов для дождей большой интенсивности, где преобладают капли больших размеров, вряд ли целесообразно.

Предложена полиномиальная аппроксимация строгого решения для ЭПР эллипсоидальных капель и капель Пруппахера-Питтера, а также найдены коэффициенты разложения, которые



обеспечивают погрешность аппроксимации не более 0,1 дБ в длинноволновых СВЧ-диапазонах. При этом в резонансной области рассеяния погрешность аппроксимации составляет 4 дБ (среднекубический диаметр  $d_{\text{СК}} = 4$  мм,  $\lambda = 0,8$  см).

#### Библиографический список

1. Степаненко В. Д. Радиолокация в метеорологии / В. Д. Степаненко. – Л.: Гидрометеоздат, 1973. – 344 с.
2. Menenghini R. On the equivalence of dual-wavelength and dual-polarization equations for estimations of the raindrop size distribution / R. Menenghini // J. Atmos. and Oceanic Technol. – 2007. – 24, iss. 5. – P. 806–820.
3. Jones D. M. A. The shape of raindrops / D. M. A. Jones // J. Meteor. – 1959. – 16, N 5. – P. 504–510.
4. Pruppacher H. R. A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops / H. R. Pruppacher, R. L. Pitter // J. of the Atmos. Sci. – 1971. – 28, N 1. – P. 86–94.
5. Ван-де-Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами / Г. Ван-де-Хюлст; пер. с англ. под ред. В. В. Соболева. – М.: Изд. иностр. лит., 1961. – 536 с.
6. Шупяцкий А. Б. Радиолокационное измерение интенсивности и некоторых других характеристик осадков / А. Б. Шупяцкий. – М.: Гидрометеоздат, 1960. – 119 с.
7. Oguchi T. Rain depolarization studies at centimeter and millimeter wavelengths: theory and measurement / T. Oguchi // J. of the Radio Research Laboratories. – 1975. – 22, N 109. – P. 165–211.
8. Огутти Т. Распространение и рассеяние электромагнитных волн в дожде и других гидрометеорах / Т. Огутти // Тр. Ин-та инж. по электронике и радиоэлектрон. – 1983. – 71, № 9. – С. 6–65.
9. Kanellopoulos S. A. Calculation of electromagnetic scattering from a Pruppacher-Pitter raindrop using M.A.S. and slant path rain attenuation prediction / S. A. Kanellopoulos, A. D. Panagopoulos, J. D. Kanellopoulos // Intern. J. of Infrared and Millimeter Waves. – 2005. – 26, N 12 – P. 1783–1802.
10. Le-Wei Li. An efficient calculational approach to evaluation of microwave specific attenuation / Le-Wei Li, Tat-Soon Yeo, Pang-Shyan Kooi // IEEE Transaction on antennas and propagation. – 2000. – 48, N 8. – P. 1220–1229.
11. Атлас Д. Успехи радарной метеорологии / Атлас Д. – Л.: Гидрометеоздат, 1967. – 194 с.
12. Pruppacher H. R. A wind tunnel investigation of the internal circulation and shape of water drops falling at terminal velocity in air / H. R. Pruppacher, K. V. Beard // Quart. J. Met. Soc. – 1970. – 96, iss. 408. – P. 247–256.
13. Imai I. On the velocity of falling raindrops / I. Imai // J. Met. Soc. – 1950. – 28, N 4. – P. 113–118.
14. Gunn R. The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air / R. Gunn, G. D. Kinzer // J. Met. – 1949. – 6. – P. 243–248.
15. Айвазян Г. М. Распространение миллиметровых и субмиллиметровых волн в облаках / Г. М. Айвазян. – Л.: Гидрометеоздат, 1991. – 480 с.
16. Bretscher O. Linear algebra with application / O. Bretscher. – 4<sup>th</sup> ed. – Pearson Pentice Hall, 2008. – 504 p.

Рукопись поступила 04.03.2014.

G. Veselovska, G. Khlopov

#### RADAR CROSS SECTION OF NONSPHERICAL RAINDROPS

Considerable attention is devoted to radar methods of measuring characteristics of rains in connection with studies of physical processes in the atmosphere, as well as for solving practical problems. However, existing methods of calculating the reflection characteristics are based on the assumption of a spherical shape of rain particles, whereas, the shape of real raindrops in most cases has a nonspherical shape. Therefore, in this paper, the research results of backscattering are considered from ellipsoidal drops and Pruppacher-Pitter drops that are most widely used at description of nonspherical particles. In the process as a method of calculation we use the dipole scattering approximation and rigorous method of moments. Comparative calculations were made for horizontal and vertical polarization of the incident field at wavelengths  $\lambda = 0,8, 3,2, 5,5$  and  $10$  cm, which gave values of the calculation error of the effective radar cross section of drops using approximate methods. Also polynomial approximation of rigorous calculations results is proposed and the expansion coefficients are found, which allows to use the given data for calculation of the scattering characteristics in the case of polydisperse medium.

**Key words:** method of moments, Pruppacher-Pitter drop, dipole scattering approximation, radar cross section.

Г. Б. Веселовська, Г. І. Хлопов

#### ПЕРЕРІЗ ЗВОРОТНОГО РОЗСІЮВАННЯ НЕСФЕРИЧНИМИ ЧАСТИНКАМИ ДОЩУ

Радіолокаційним методам вимірювання характеристик рідких опадів приділяється значна увага у зв'язку з дослідженнями фізичних процесів у атмосфері, а також при розв'язанні прикладних задач. Проте існуючі методи розрахунків характеристик відбиття засновані на припущенні про сферичну форму частинок опадів, а форма реальних крапель дощу у більшості випадків має несферичну форму. Тому нами розглянуто результати дослідження зворотного розсіювання від еліпсоїдальних крапель і крапель Пруппахера-Піттера, які найбільш широко використовуються при описі несферичних частинок. При цьому як метод розрахунку використовується наближення дипольного розсіювання та строгий метод моментів. Порівняльні розрахунки проведено для горизонтальної та вертикальної поляризацій падаючого поля у діапазонах довжин хвиль  $\lambda = 0,8; 3,2; 5,5$  і  $10$  см, які дозволили отримати значення похибки обчислення ефективної площі розсіювання крапель при використанні наближених методів. Крім цього запропоновано поліноміальну апроксимацію результатів строгих обчислень і знайдено коефіцієнти розкладання, що дозволило використовувати отримані дані при обчисленні характеристик розсіювання у випадку полідисперсного середовища.

**Ключові слова:** метод моментів, крапля Пруппахера-Піттера, наближення дипольного розсіювання, ефективна площа розсіювання.