

П. Н. Мележик, А. Е. Поединчук, Н. П. Яшина, Г. Гране*

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

E-mail: melezhhik@ire.kharkov.ua

**Институт Паскаля, университет БП Клермонт-Феррана, Франция*

РЕЗОНАНСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА–ЧЕРЕНКОВА В ДИСПЕРСНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ

Проведено исследование излучения Вавилова–Черенкова, порождаемого потоком заряженных частиц, движущихся над поверхностью (в общем случае периодической) дисперсионной среды, которая в зависимости от частотного диапазона может быть правосторонней (обычный диэлектрик), монологативной (когда только диэлектрическая или только магнитная проницаемость имеют отрицательные значения) или же левосторонней (и диэлектрическая, и магнитная проницаемость отрицательны). Представленные результаты основаны на строгих математических моделях и соответствующих им эффективных вычислительных алгоритмах. В фокусе исследования качественно новые резонансные явления, возникающие в результате сочетания в данной электромагнитной задаче микро- и макропериодических структур: микро- (или даже нано-) периодическая структура метаматериала и макропериод дифракционной решетки, сравнимый с длиной волн, порождаемых пучком электронов.

Ключевые слова: метаматериал, периодическая граница раздела, резонансное излучение Вавилова–Черенкова, закон дисперсии материальных параметров, синхронизм, поток заряженных частиц.

Излучение Вавилова–Черенкова относится к наиболее значимым физическим явлениям, открытым в XX в. Это излучение возникает при движении заряженной частицы в среде со скоростью v большей, чем скорость света c_n в этой среде ($c_n = c/n$, c – скорость света в вакууме, n – показатель преломления среды).

Современная история излучения Вавилова–Черенкова началась вместе с экспериментами П. А. Черенкова (1934–1937) [1], а в 1937 г. И. Е. Таммом и И. М. Франком была построена теория этого излучения [2]. В 1958 г. эти исследования были отмечены Нобелевской премией по физике. С тех пор излучение Вавилова–Черенкова нашло обширное применение в современной физике и технике [3]. Новая волна интереса к излучению Вавилова–Черенкова возникла в свете развития новых материалов и появления реальных, а не только гипотетических левосторонних сред. Обратное излучение Вавилова–Черенкова, предсказанное В. Е. Пафомовым еще в 1959 г. [4], в последние годы привлекло значительное внимание исследователей [5–16].

Остановимся коротко на том, что уже сделано. В работе [6] рассмотрено излучение от точечного заряда, движущегося в изотропной левосторонней среде с материальными параметрами, определенными согласно формуле Лоренца. Показано, в соответствии с предсказаниями Пафомова и Веселаго [4, 5], что основные лепестки в диаграмме направленности ориентированы под углом более 90° по отношению к вектору скорости частицы. В работе [7] изучено излучение объемных и поверхностных волн, порождаемое электронным пучком, движущимся над поверхностью модели левосторонней среды. Влияние анизотропии левосторонних сред на спектральную плотность и полную энергию излучения

обратного излучения Вавилова–Черенкова исследовалось для точечного заряда, движущегося в неограниченной анизотропной левосторонней среде [12] и в волноводе, частично заполненном такой средой [8, 9]. В работе [10] сообщалось о непрямом экспериментальном наблюдении обратного излучения Вавилова–Черенкова, производимого пучком заряженных частиц, которые движутся в волноводе, нагруженном на левостороннюю среду. Однако задача об излучении Вавилова–Черенкова в присутствии левосторонних сред все еще далека от своего разрешения [12–16].

В настоящей работе мы представляем исследование излучения Вавилова–Черенкова, порождаемого потоком электронов, движущихся над поверхностью (в общем случае периодической) дисперсионной среды, которая в зависимости от частотного диапазона может быть правосторонней (обычный диэлектрик), монологативной (когда только диэлектрическая или только магнитная проницаемость имеет отрицательные значения) или же левосторонней (и диэлектрическая, и магнитная проницаемость отрицательны). Представленные результаты основаны на строгих математических моделях и соответствующих им эффективных вычислительных алгоритмах [17–19].

Нами исследованы качественно новые явления, возникающие в результате сочетания в данной электромагнитной задаче микро- и макропериодических структур: микро- (или даже нано-) периодическая структура метаматериала и макропериод дифракционной решетки, сравнимый с длиной волн, порождаемых пучком электронов.

1. Математическая модель. Решение задачи о поле излучения движущихся заряженных частиц над границей раздела сред, в том числе периодической, имеет богатую историю ([17–19] и ссылки там).

Периодическая поверхность метаматериала обладает гораздо более сложными, но в то же время и более интересными и практически полезными свойствами, чем обычный диэлектрик или металл. Поэтому, при построении математической модели пучка заряженных частиц с периодической границей метаматериала следует учитывать два принципиальных момента: электродинамические характеристики частотно селективной, зачастую резонансной поверхности метаматериала, и дисперсионные свойства самого метаматериала.

Для построения математической модели пучка заряженных частиц мы используем уже традиционный для нашей школы подход [17] – приближение теории заданного тока. Периодическая граница рассматривается в рамках метода, предложенного в работах [18, 19]. Если говорить о метаматериале, напомним: приставка «мета» переводится с греческого как «вне», что позволяет трактовать термин «метаматериалы» как структуры, чьи эффективные электромагнитные свойства выходят за пределы свойств образующих их компонентов, мы предполагаем, что он был изготовлен и дисперсионные характеристики его материальных параметров описываются законом П. Друде [20, 21].

Пусть плоский бесконечно тонкий модулированный поток электронов с плотностью заряда, заданной уравнением

$$\rho = \rho_0 \delta(z - h_1 + h) \exp i \left(y \frac{\omega}{V_0} - \omega t \right), \quad (1)$$

движется над периодической границей метаматериала (рис. 1). Здесь ρ_0 и ω – амплитуда и частота модуляции электронного потока; h_1 – расстояние между плоскостью потока и вершинами

периодической поверхности; V_0 – постоянная скорость потока, направленная по оси Oy ; $\delta(\dots)$ – дельта-функция Дирака. Профиль границы метаматериала задается функцией $z = ha(y)$ ($0 \leq a(y) \leq 1$) с периодом d . Полупространство $z < ha(y)$ заполнено однородным изотропным материалом, характеризующимся эффективными материальными параметрами, которые подчиняются закону Друде:

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) &= 1 - \frac{\omega_\varepsilon^2}{\omega(\omega + i\tilde{\nu}_\varepsilon)}, \\ \mu(\omega) &= 1 - \frac{\omega_\mu^2}{\omega(\omega + i\tilde{\nu}_\mu)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где ω_ε и ω_μ – характеристические частоты метаматериала; $\tilde{\nu}_\varepsilon, \tilde{\nu}_\mu > 0$ – параметры, описывающие потери в метаматериале. Верхнее полупространство $z > ha(y)$, в котором движется электронный поток, заполнено вакуумом $\varepsilon_0 = 1 \quad \mu_0 = 1$. Поле, возникающее в результате движения электронного потока над рассматриваемой поверхностью, должно удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \vec{H} = \begin{cases} \frac{4\pi}{c} \rho V_0 \vec{e}_y - ik\vec{E}, & z > ha(y), \\ -ik\varepsilon(\omega)\vec{E}, & z < ha(y); \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{rot } \vec{E} = \begin{cases} ik\vec{H} & z > ha(y), \\ ik\mu(\omega)\vec{H} & z < ha(y), \end{cases} \quad (4)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$; c – скорость света в вакууме; \vec{e}_y – единичный вектор, направленный вдоль оси Oy .

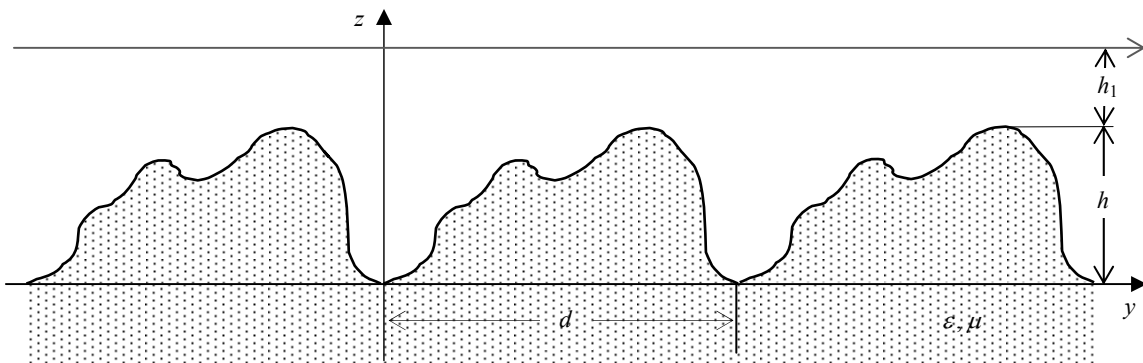


Рис. 1. Геометрия задачи

Систему уравнений (3), (4) необходимо дополнить граничными условиями для полей \vec{E} и

\vec{H} на поверхности метаматериала $z = ha(y)$, требующими непрерывности тангенциальных ком-

понент электромагнитного поля [22]. Кроме этого, искомое поле должно удовлетворять условиям излучения на бесконечности $z \rightarrow \pm\infty$, требующим в данном случае отсутствия в рассеянном поле волн, приходящих из бесконечности [18, 19, 23]. Поскольку плотность пучка частиц не зависит от координаты x (так как мы уже предположили, что рассматриваем поток частиц плоский и однородный по оси $0x$) и поверхность метаматериала безгранична и однородна вдоль $0x$, то, естественно, и рассеянное поле также не зависит от координаты x . Следовательно,

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} \equiv 0, \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial x} \equiv 0.$$

Можно показать, основываясь на (3) и (4), что в свободном пространстве (при отсутствии метаматериала) поле, возбужденное потоком частиц, может быть представлено в виде

$$\vec{H}^e = \vec{e}_x 2\pi\rho_0\beta \exp\left(-\frac{k}{\beta}\sqrt{1-\beta^2}|z-h_1|\right) \times \exp\left(i\frac{k}{\beta}y\right) \frac{|z-h_1|}{z-h_1}; \quad (5)$$

$$\vec{E}^e = 2\pi\rho_0\left(-i\sqrt{1-\beta^2}\vec{e}_y + \frac{|z-h_1|}{z-h_1}\vec{e}_z\right) \times \exp\left(-\frac{k}{\beta}\sqrt{1-\beta^2}|z-h_1|\right) \exp\left(i\frac{k}{\beta}y\right). \quad (6)$$

Здесь $\beta = \frac{V_0}{c}$; $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – единичные базисные векторы. Формулы (5), (6) описывают поле плоской неоднородной H -поляризованной волны, вектор напряженности магнитного поля параллелен оси $0x$. Учитывая наши предположения, задача об излучении электромагнитных волн потоком частиц, который движется над периодической поверхностью метаматериала, эквивалентна задаче дифракции плоской неоднородной H -поляризованной волны (5), (6) на периодической поверхности метаматериала. Очевидно [19], что дифракционное поле (или поле волн излучения) \vec{E}^r и \vec{H}^r также является H -поляризованным полем, имеющим единственную отличную от нуля компоненту магнитного поля H_x^r . Это поле излучения должно удовлетворять уравнениям Максвелла (в уравнениях (3), (4) необходимо положить $V_0 = 0$) и граничным условиям на поверхности метаматериала. Как следует из уравнения (3), все компоненты поля излучения могут быть выраже-

ны через единственную не равную нулю компоненту магнитного поля H_x^r следующим образом:

$$\vec{E}^r = \frac{1}{ik} \begin{cases} \left(-\vec{e}_y \frac{\partial H_x^r}{\partial z} + \vec{e}_z \frac{\partial H_x^r}{\partial y}\right), & z > ha(y), \\ \varepsilon(\omega)^{-1} \left(-\vec{e}_y \frac{\partial H_x^r}{\partial z} + \vec{e}_z \frac{\partial H_x^r}{\partial y}\right) & z < ha(y), \end{cases} \quad (7)$$

Из уравнения (4) видно, что компонента поля H_x^r должна удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$\Delta H_x^r + k^2 \hat{\varepsilon} \hat{\mu} H_x^r = 0, \quad (8)$$

где

$$\hat{\varepsilon} = \begin{cases} 1, & z > ha(y), \\ \varepsilon(\omega), & z < ha(y), \end{cases} \quad (9)$$

$$\hat{\mu} = \begin{cases} 1, & z > ha(y), \\ \mu(\omega), & z < ha(y). \end{cases}$$

Граничные условия на поверхности $z = ha(y)$ для H_x^r определяем из условия непрерывности тангенциальных компонент полного поля, которое является суперпозицией поля дифракции и поля пучка частиц (5), (6):

$$\left(H_x^e + H_x^r\right)^+ \Big|_{z=ha(y)} = \left(H_x^r\right)^- \Big|_{z=ha(y)}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(H_x^e + H_x^r\right)^+ \Big|_{z=ha(y)} = \left(\varepsilon^{-1}(\omega) \frac{\partial H_x^r}{\partial n}\right)^- \Big|_{z=ha(y)}.$$

Здесь H_x^r – определенная согласно (5) напряженность магнитного поля, порождаемого потоком частиц; $\frac{\partial}{\partial n}$ – нормальная производная; знаки + и – показывают, что предельные значения на границы метаматериала взяты из полупространств $z > ha(y)$ и $z < ha(y)$ соответственно.

Таким образом, исходная задача об электромагнитном поле, порождаемом движущимся над поверхностью метаматериала потоком частиц, сведена к решению задачи дифракции (8)–(10), решение которой будем искать в виде рядов Рэлея по пространственным гармоникам:

$$H_x^r = A \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} R_n e^{i\Phi_n \frac{2\pi}{d} y} e^{i\Gamma_n \frac{2\pi}{d} (z-h)}, & z > h, \\ \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} T_n e^{i\Phi_n \frac{2\pi}{d} y} e^{-i\Gamma_n \frac{2\pi}{d} z}, & z < 0. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь $A = -2\pi\rho_0\beta e^{-\frac{k}{\beta}h_1\sqrt{1-\beta^2}}$; $\bar{h}_1 = \frac{2\pi h_1}{d}$; $\kappa = \frac{kd}{2\pi}$;

$$\Phi_n = n + \frac{\kappa}{\beta}; \Gamma_n = \sqrt{\kappa^2 - \Phi_n^2}; \Gamma_{1n} = \sqrt{\kappa^2 \varepsilon \mu - \Phi_n^2}.$$

Выбор ветвей в корнях Γ_n, Γ_{1n} описан детально в работе [23]. Отметим, что $\text{Re } \Gamma_n \geq 0$, $\text{Im } \Gamma_n \geq 0$, $\text{Im } \Gamma_{1n} \geq 0$, а $\text{Re } \Gamma_{1n} \geq 0$, если $\text{Re } \varepsilon \geq 0$, $\text{Re } \mu \geq 0$; $\text{Re } \Gamma_{1n} \leq 0$, если $\text{Re } \varepsilon \leq 0$, $\text{Re } \mu \leq 0$.

Коэффициенты $(R_n)_{n=-\infty}^{n=\infty}$, $(T_n)_{n=-\infty}^{n=\infty}$ являются не-

известными амплитудами пространственных гармоник, формирующих поле дифракции.

Энергетические характеристики излучения, порожденного электронным потоком, определяются усредненным по периоду границы метаматериала вектором Умова–Пойнтинга:

$$\bar{P} = P_y \bar{e}_y + P_z \bar{e}_z = \frac{c}{8\pi d} \lim_{|z| \rightarrow \infty} \int_0^d \text{Re}[\bar{E}, \bar{H}^*] dy,$$

откуда после несложных преобразований получаем

$$P_z = P_0 \exp\left(-\frac{2\bar{h}_1\kappa}{\beta} \sqrt{1-\beta^2}\right) \begin{cases} \sum_{\text{Im } \Gamma_n=0} |R_n|^2 \text{Re } \Gamma_n, & z \rightarrow \infty, \\ -\frac{1}{\varepsilon(\omega)} \sum_{\text{Im } \Gamma_{1n}=0} |T_n|^2 \text{Re } \Gamma_{1n}, & z \rightarrow -\infty, \end{cases} \quad (12)$$

$$P_y = P_0 \exp\left(-\frac{2\bar{h}_1\kappa}{\beta} \sqrt{1-\beta^2}\right) \begin{cases} \sum_{\text{Im } \Gamma_n=0} |R_n|^2 \Phi_n, & z \rightarrow \infty, \\ \frac{1}{\varepsilon(\omega)} \sum_{\text{Im } \Gamma_{1n}=0} |T_n|^2 \Phi_n, & z \rightarrow -\infty, \end{cases}$$

где $P_0 = \frac{\pi\rho_0^2 V_0^2}{2c\kappa}$; $\kappa = \frac{kd}{2\pi}$.

При выводе (12) предполагалось, что потери в метаматериале пренебрежимо малы. Далее вместо величин P_z и P_y будем рассматривать безразмерные значения величин плотности потока энергии $P_{T(R)} = \frac{\sqrt{P_y^2 + P_z^2}}{P_0}$, где P_R – плотность

потока энергии в вакууме, P_T – в метаматериале.

Следуя схеме, описанной в работах [19, 23], сводим исходную краевую задачу к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Свойства матричных операторов этих систем делают численные алгоритмы решения этих задач устойчивыми, быстро сходящимися и позволяют находить численные решения с любой заданной точностью (детали – [19, 23]). Здесь необходимо остановиться на одном, принципиально важном для построения адекватной математической модели вопросе: при пренебрежительно малых потерях в метаматериале $\tilde{\nu}_\varepsilon \cong 0$, $\tilde{\nu}_\mu \cong 0$ решение задачи (1)–(11) может не существовать или она может иметь не единственное решение, когда величина ω/V_0 совпадает с фазовой скоростью одной из собственных поверхностных волн периодической границы метаматериала. Аналогичный вопрос обсуждался в работе [24]. Поэтому предполагаем наличие по-

терь в метаматериале ($\nu_\varepsilon \neq 0$ или $\nu_\mu \neq 0$), а в случае, когда $\nu_\varepsilon = 0$; $\nu_\mu = 0$, под решением задачи (1)–(11) в соответствии с принципом предельного поглощения понимаем предел, к которому стремится решение при $\nu_\varepsilon \rightarrow 0$ и $\nu_\mu \rightarrow 0$. Учитывая это важное замечание, далее будем рассматривать метаматериал с потерями, что соответствует физической проблеме.

2. Численное моделирование исходной задачи и обсуждение основных результатов. Построив надежный и адекватный исходной задаче численный алгоритм, мы имеем эффективный инструмент для изучения свойств и закономерностей, возникающих при пролете частиц над границей метаматериала. В этом разделе приведены, на наш взгляд, наиболее существенные результаты.

Далее, для удобства трактовки численных результатов перейдем от круговой частоты ω к безразмерным частотным параметрам $\kappa = \frac{\omega d}{2\pi c}$,

$$\kappa_\varepsilon = \frac{\omega_\varepsilon d}{2\pi c}, \quad \kappa_\mu = \frac{\omega_\mu d}{2\pi c}.$$

При рассмотрении данной задачи наиболее существенным свойством материала с двойной дисперсией является способность плоской

границы такого материала поддерживать поверхностные волны:

– прямые волны в частотном диапазоне

$$\kappa_\varepsilon \kappa_\mu / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2} < \kappa < \kappa_\varepsilon / \sqrt{2}, \quad \kappa_\varepsilon > \kappa_\mu; \quad (13)$$

– обратные волны (волны с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями, характеризующиеся аномальной дисперсией) в диапазоне

$$\kappa_\varepsilon / \sqrt{2} < \kappa < \kappa_\varepsilon \kappa_\mu / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2}, \quad \kappa_\varepsilon < \kappa_\mu. \quad (14)$$

Далее в качестве характеристических частот метаматериала мы используем безразмерные величины $\kappa_\varepsilon, \kappa_\mu$ и обозначения $\kappa_1 = \kappa_{ac} = \kappa_\varepsilon / \sqrt{2}$,

$$\kappa_2 = \kappa_\varepsilon \kappa_\mu / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2}.$$

Очевидно, что наиболее эффективное взаимодействие потока с метаматериалом происходит, если скорость потока частиц V_0 близка к фазовой скорости одной из поверхностных волн – выполняется так называемое условие синхронизма.

В области параметров, удовлетворяющих (13), (14), требование синхронизма в случае плоской границы раздела приводит к условию $\beta = \kappa / \gamma$, где γ – нормированная постоянная распространения собственной поверхностной волны.

Так в частотном диапазоне (13) для прямых волн

$$\beta_f = \kappa_\varepsilon \sqrt{\frac{(\kappa_\varepsilon^2 - 2\kappa^2)}{(\kappa_\varepsilon^2 - \kappa^2)(\kappa_\varepsilon^2 - \kappa_\mu^2)}},$$

$$\gamma_f = \frac{\kappa}{\kappa_\varepsilon} \sqrt{\frac{(\kappa_\varepsilon^2 - \kappa^2)(\kappa_\mu^2 - \kappa_\varepsilon^2)}{(\kappa_\varepsilon^2 - 2\kappa^2)}}, \quad (15)$$

$$\beta_b = \kappa_\varepsilon \sqrt{\frac{(2\kappa^2 - \kappa_\varepsilon^2)}{(\kappa_\varepsilon^2 - \kappa^2)(\kappa_\mu^2 - \kappa_\varepsilon^2)}}.$$

И для обратных волн из диапазона (14)

$$\gamma_b = \frac{\kappa}{\kappa_\varepsilon} \sqrt{\frac{(\kappa_\varepsilon^2 - \kappa^2)(\kappa_\mu^2 - \kappa_\varepsilon^2)}{(2\kappa^2 - \kappa_\varepsilon^2)}}. \quad (16)$$

На рис. 2 приведены кривые $\varepsilon(\kappa), \mu(\kappa), \gamma_f(\kappa), \beta_f(\kappa), \gamma_b(\kappa), \beta_b(\kappa)$ в частотных диапазонах, определенных соотношениями (13) и (14) для прямых и обратных волн. Например, для прямых волн $\kappa_\varepsilon > \kappa_\mu; \kappa_\mu = 0,5; \kappa_\varepsilon = 1$ частотный диапазон $0,4472 < \kappa < 0,7071$ (рис. 2, б); а для обратных волн $\kappa_\varepsilon < \kappa_\mu; \kappa_\varepsilon = 0,5; \kappa_\mu = 1$ – частотный диапазон $0,3536 < \kappa < 0,4472$ (рис. 2, а). Легко заметить принципиальный характер различного поведения величин $\gamma_f(\kappa), \beta_f(\kappa)$ и $\gamma_b(\kappa), \beta_b(\kappa)$ в заданных интервалах κ .

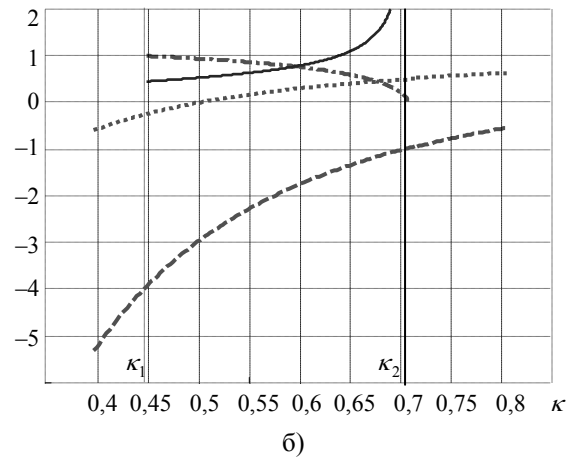
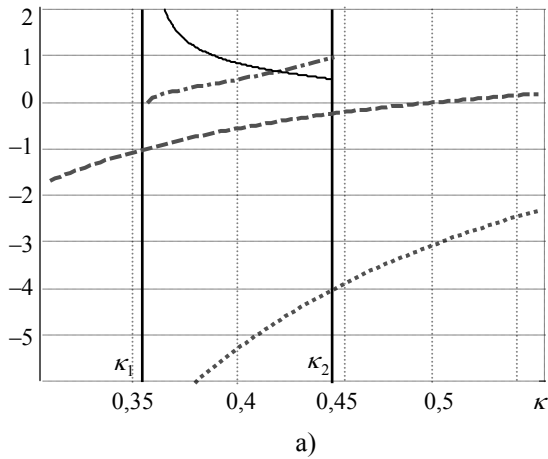


Рис. 2. Поведение основных дисперсионных параметров задачи $\varepsilon(\kappa), \mu(\kappa), \gamma_b(\kappa), \beta_b(\kappa), \gamma_f(\kappa), \beta_f(\kappa)$ в указанных (13) и (14) диапазонах частот для обратных волн (а) и прямых волн (б); $\kappa_1 = \kappa_\varepsilon / \sqrt{2}, \kappa_2 = \kappa_\varepsilon \kappa_\mu / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2}$. Сплошные кривые соответствуют зависимостям $\gamma_b(\kappa), \gamma_f(\kappa)$; штрихпунктирные – $\beta_b(\kappa)$ и $\beta_f(\kappa)$; пунктирные – $\varepsilon(\kappa)$, точечные линии – $\mu(\kappa)$

Отметим, что в области существования обратных поверхностных волн при заданном законе дисперсии мы имеем дело с бинегативной средой – $\varepsilon < 0, \mu < 0$. Прямые волны существуют в области κ , где величина μ в точке $\kappa = 0,5$

меняет знак, и здесь при $\kappa < 0,5$ среда является бинегативной $\varepsilon < 0, \mu < 0$, а при $\kappa > 0,5$ имеем $\varepsilon < 0, \mu > 0$. Естественно, такое изменение величин материальных параметров сказывается на

характеристиках электромагнитного поля, возбуждаемого потоком частиц.

Условием существования излучения Вавилова–Черенкова является выполнение неравенства $\beta^2 > (\varepsilon\mu)^{-1}$. Таким образом, это излучение возможно в случае бинегативных $\varepsilon < 0$,

$\mu < 0$ или же бипозитивных $\varepsilon > 0$, $\mu > 0$, т. е. обычных сред.

Для задания закона дисперсии материальных параметров (2) получаем ограничение на допустимый частотный диапазон излучения Вавилова–Черенкова

$$\kappa < \kappa_0 = \sqrt{2\kappa_\varepsilon\kappa_\mu} / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2 + \sqrt{(\kappa_\varepsilon^2 - \kappa_\mu^2)^2 + 4\kappa_\varepsilon^2\kappa_\mu^2}} / \beta^2. \quad (17)$$

Можно показать, что при $0 < \beta < 1$ для частотного параметра κ_0 всегда выполняется неравенство $\kappa_0 < \kappa_\varepsilon\kappa_\mu / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2}$, причем при $\beta \rightarrow 0$ $\kappa_0 \rightarrow 0$, а при $\beta \rightarrow 1$ $\kappa_0 \rightarrow \kappa_\varepsilon\kappa_\mu / \sqrt{\kappa_\varepsilon^2 + \kappa_\mu^2}$.

Видно, что в случае $\kappa_\varepsilon < \kappa_\mu$, когда возможно существование обратных поверхностных волн, допустимые частотные диапазоны для излучения Вавилова–Черенкова и обратных поверхностных волн могут перекрываться. В случае же $\kappa_\varepsilon > \kappa_\mu$ возбуждение прямых поверхностных волн находится вне зоны возможного существования излучения Вавилова–Черенкова (см. (13)).

Рассмотрим сначала предельную для данной задачи ситуацию $h \rightarrow 0$ (переход периодической границы метаматериала в плоскость). В представлении (11) остаются только нулевые пространственные гармоники с амплитудами R_0 и T_0 . При этом нулевая пространственная гармоника в метаматериале является распространяющейся при тех же условиях, что и излучение Вавилова–Черенкова потока частиц, движущегося вблизи диэлектрика, т. е. при скорости частиц $\varepsilon\mu\beta^2 > 1$.

Поэтому далее, следуя [17], под 0-й распространяющейся гармоникой дифракционного излучения будем подразумевать излучение Вавилова–Черенкова. При $h = 0$ из (11) видно, что поток частиц возбуждает только излучение Вавилова–Черенкова с амплитудой поля T_0 и с нормированной плотностью потока энергии

$$P_T = \exp\left(-\frac{2\bar{h}_1\kappa}{\beta}\sqrt{1-\beta^2}\right)\left(\sqrt{\frac{\mu(\omega)}{\varepsilon(\omega)}}|T_0|^2\kappa\right). \quad (18)$$

На рис. 3 в координатах κ, β приведены распределения линий равных значений плотности потока энергии прошедшего в среду поля $P_T(\kappa, \beta) = \text{const}$ для плоской границы метаматериала ($h = 0$) при различных соотношениях ме-

жду κ_ε и κ_μ . В данном случае, поскольку рассматривается дисперсионная среда, то амплитудно-частотные характеристики не всегда оказываются достаточно информативными в силу зависимости многих параметров задачи от частоты. На рис. 3, а соотношения параметров метаматериала таковы, что возможен режим существования обратных волн $\kappa_\varepsilon < \kappa_\mu$; $\kappa_\varepsilon = 0,5$; $\kappa_\mu = 1$, а на рис. 3, б соотношения параметров метаматериала $\kappa_\varepsilon > \kappa_\mu$; $\kappa_\mu = 0,5$; $\kappa_\varepsilon = 1$. Область изменения параметров κ, β , при которых возможно излучение, в обоих случаях ограничена линией $\beta = (\sqrt{\varepsilon\mu})^{-1}$, однако на рис. 3, б область максимальных значений интенсивности излучения сдвинута в сторону больших, в то время как на рис. 3, а максимальные значения интенсивности излучения достигаются при значительно меньшей скорости потока. Следует обратить внимание на область сгущения линий $P_T(\kappa, \beta) = \text{const}$ при $\beta > 0,4$, в окрестности линии $\beta = (\sqrt{\varepsilon\mu})^{-1}$, соответствующей границе области излучения Вавилова–Черенкова. Такое поведение энергетических характеристик излучения характерно только для дисперсной среды, в подтверждение этому на рис. 3, в приведено аналогичное распределение линий $P_T(\kappa, \beta) = \text{const}$ для бинегативной среды, но без дисперсии: $\varepsilon = -2,24$; $\mu = -1,24$. Излучение локализовано в области параметров $\beta > (\sqrt{\varepsilon\mu})^{-1} \approx 0,6$, при увеличении скорости движения частиц возникает максимум величины плотности потока энергии, а с ростом частотного параметра κ наблюдается его монотонное возрастание.

Рассмотрим теперь более сложную ситуацию – периодическую границу метаматериала. Теперь мы имеем излучение Вавилова–Черенкова и порождаемое наличием периодической границы излучение Смита–Парселла или дифракционное [17, 19]. Из (11) видно, что рассеянное поле является суперпозицией распространяющихся (объемных) волн и затухающих (поверхностных) вдоль оси $0z$ волн.

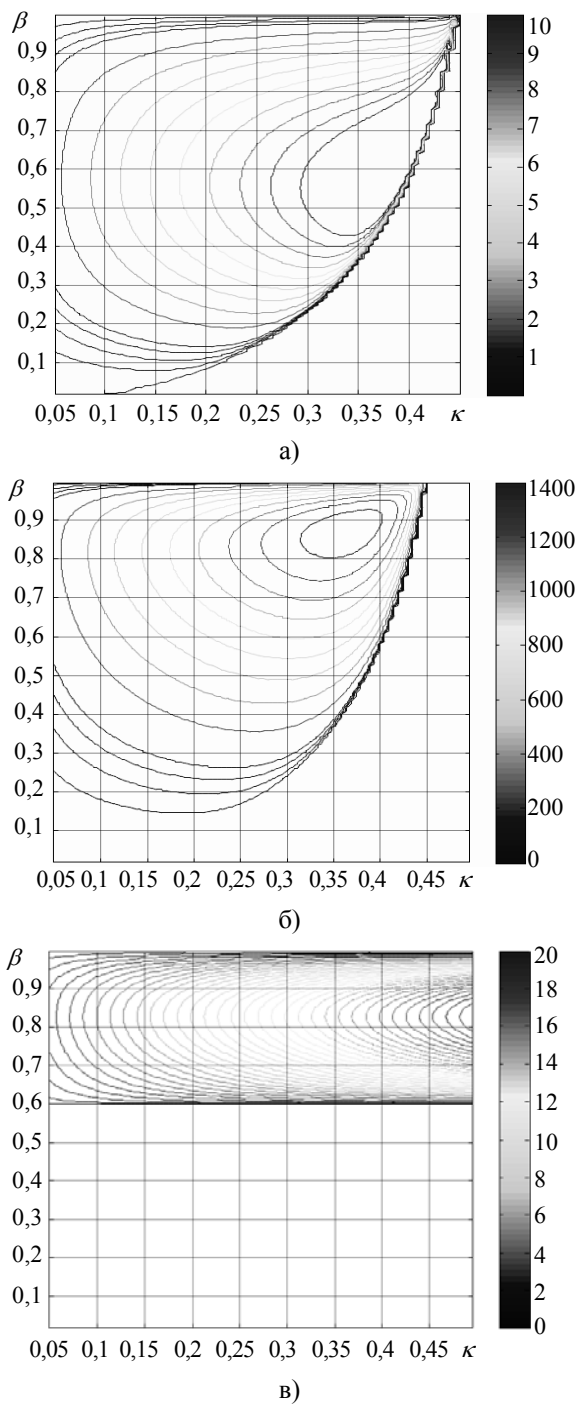


Рис. 3. Распределения линий равных значений плотности потока энергии, прошедшего в среду поля $P_T(\kappa, \beta) = \text{const}$ для плоской границы метаматериала ($h \square 0$) для различных соотношений между κ_ε и κ_μ , в координатах κ, β : а) – соотношения параметров метаматериала $\kappa_\varepsilon < \kappa_\mu$; $\kappa_\varepsilon = 0,5$; $\kappa_\mu = 1$, режим возможного существования обратных волн; б) – соотношения параметров метаматериала $\kappa_\varepsilon > \kappa_\mu$; $\kappa_\mu = 0,5$; $\kappa_\varepsilon = 1$; в) – $P_T(\kappa, \beta) = \text{const}$ для бинегативной среды, но без дисперсии: $\varepsilon = -2,24$; $\mu = -1,24$

Волновые числа $\Phi_n = n + \frac{\kappa}{\beta}$;

$\Gamma_n = \sqrt{\kappa^2 - \Phi_n^2}$; $\Gamma_{1n} = \sqrt{\kappa^2 \varepsilon \mu - \Phi_n^2}$, которые соответствуют распространяющимся волнам в вакууме и метаматериале, образуют векторы $r = \vec{e}_y \Phi_n + \vec{e}_z \Gamma_n$ и $r_1 = \vec{e}_y \Phi_n + \vec{e}_z \Gamma_{1n}$, модуль которых соответственно равен κ и $\kappa \sqrt{\varepsilon \mu}$. Направления этих векторов зависят от параметров $\kappa, \beta, \varepsilon, \mu$, номера гармоники n и определяют угол излучения объемных волн в свободном пространстве (вакууме) $\alpha_n = \arccos(\Phi_n/\kappa)$ и в метаматериале $\alpha_{1n} = \arccos(\Phi_n/(\kappa \sqrt{\varepsilon \mu}))$ (углы отсчитываем от оси y , причем в вакууме против часовой стрелки, а в метаматериале – по часовой стрелке). В свободном пространстве электромагнитные волны излучаются при условии $\kappa^2 > \Phi_n^2$, а в метаматериале $\kappa^2 \varepsilon \mu > \Phi_n^2$.

Отсюда понятно, что при заданных параметрах $\kappa, \beta, \varepsilon, \mu$ в свободном пространстве могут распространяться только пространственные гармоники с отрицательным значением индекса $n = -1, -2, \dots$. Пространственная гармоника с индексом $n = 0$ описывает излучение Вавилова–Черенкова в метаматериале при выполнении условия $\beta^2 > 1/\varepsilon \mu$. В дальнейшем, не ограничивая общности, будем считать, что частотный параметр $\kappa \leq 1$.

На рис. 4, а для значений $\kappa_\varepsilon = 0,5$; $\kappa_\mu = 1$ в координатах κ, β изображены линии $\Gamma_{1n}(\kappa, \beta) = 0$, определяющие границы областей существования распространяющихся пространственных гармоник (их принято называть режимами) в метаматериале, и являются, по сути, аналогом диаграммы Бриллюэна. Понятно, что границы режимов для метаматериала ($\Gamma_{1n}(\kappa, \beta) = 0$), в силу наличия частотной дисперсии материальных параметров, имеет более сложную структуру, чем для вакуума. Так, для диэлектрической и магнитной проницаемости, зависящих от частоты согласно закону Друде (2), в метаматериале могут распространяться пространственные гармоники с положительным значением индекса n в области $\beta^2 > 1/\varepsilon \mu$, а с отрицательными – при частотах $\kappa < \min(\kappa_\varepsilon, \kappa_\mu)$, $\kappa > \max(\kappa_\varepsilon, \kappa_\mu)$ и значениях β , соответствующих условию $\text{Im}(\Gamma_{1n}(\kappa, \beta)) = 0$.

С уменьшением частотного параметра κ и относительной скорости потока β имеем неограниченный рост количества распространяющихся волн в метаматериале.

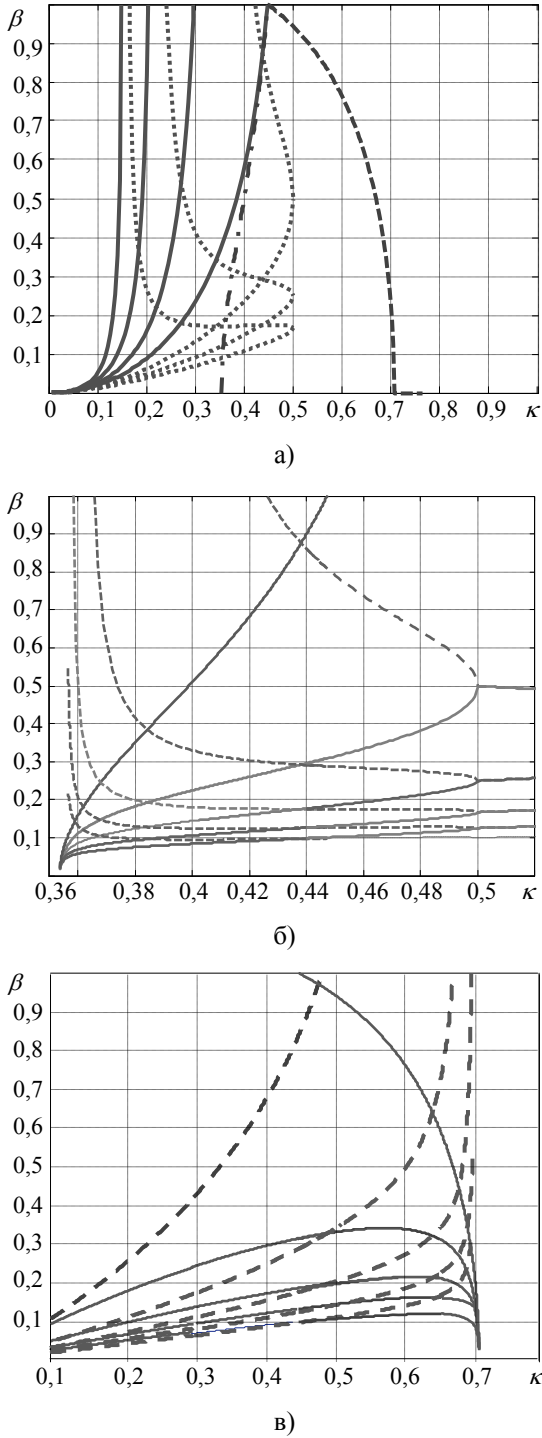


Рис. 4. Схема границ областей распространения объемных волн в метаматериале $\Gamma_{1n}(\kappa, \beta) = \sqrt{\kappa^2 \varepsilon \mu - \Phi_n^2} = 0$ (а); пунктирные линии соответствуют индексам $n < 0$ (возрастание слева направо $n = -3, -2, -1$), сплошные – $n \geq 0$, (убывание слева направо $n = 3, 2, 1, 0$); β_{b0} – штрихпунктирная линия: $\beta_{f0}(\kappa)$ – пунктирная; б) – кривые для обратных β_{bn} поверхностных волн; в) – кривые для прямых β_{fn} поверхностных волн. На фрагментах б) и в) сплошные кривые изображают β_{bn} и β_{fn} , а пунктирные $\beta_{bn(-)}$ и $\beta_{fn(-)}$

Линии с соответствующими указателями являются ограничительными кривыми режимов распространения или затухания тех или иных гармоник; значение $\kappa = \kappa_\varepsilon / \sqrt{2} \cong 0,354$ является, как уже отмечалось ранее, точкой сгущения. При этом только в области 1 реализуется модовый состав, аналогичной режиму излучения Вавилова–Черенкова.

При $\kappa_\varepsilon > \kappa_\mu$ определяем набор распространяющихся волн в той или иной области параметров κ, β таким же образом.

С введением периодичности возникает возможность возбуждения целого спектра поверхностных волн, приближенно описываемых соотношениями $\gamma_{fn}(\kappa) = \pm \gamma_f(\kappa) \pm n$ и $\gamma_{bn}(\kappa) = \pm \gamma_b(\kappa) \pm n$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Соответственно, появляется целый набор приближенных значений $\beta_{bn}(\kappa) = \kappa / \gamma_{bn}$ и $\beta_{fn}(\kappa) = \kappa / \gamma_{fn}$. В дальнейшем представляют интерес значения $\beta_{bn}(\kappa)$ и $\beta_{fn}(\kappa)$, попадающие в интересующую область изменения κ, β . На рис. 4, б, в представлены диаграммы кривых $\beta_{bn}(\kappa)$ и $\beta_{fn}(\kappa)$, попадающие в заданную область κ, β .

Амплитудно-частотные и амплитудно-скоростные характеристики излучения в метаматериале. Рассмотрим те изменения, которые вносит появление периодической границы в поле, возбуждаемое в метаматериале в области параметров, где существует только излучение Вавилова–Черенкова, т. е. в метаматериале распространяется только 0-я пространственная гармоника. Отметим, что в этой области частот имеем бинегативную среду $\varepsilon < 0, \mu < 0$.

Проанализируем частотные зависимости плотности потока энергии, распространяющейся в метаматериале объемной волны, полученные при $\beta = 0,89$. Рассмотрим различные соотношения частотных параметров метаматериала. Частотный параметр κ изменяется в диапазоне, где $\varepsilon \leq 0, \mu \leq 0$. На рис. 5, а представлены результаты для частотных параметров метаматериала $\kappa_\varepsilon > \kappa_\mu$; $\kappa_\varepsilon = 1; \kappa_\mu = 0,5$, а на рис. 5, б – для $\kappa_\varepsilon < \kappa_\mu$; $\kappa_\varepsilon = 0,5; \kappa_\mu = 1$ для различных глубин канавок периодической границы $\bar{h} = 0; 0,01; 0,1; 0,4$; здесь $\bar{h} = 2\pi h/d$. Как видно, в случае значений параметров, при которых возможно возбуждение прямых поверхностных волн, характер поведения величины $P_T(\kappa)$ остается таким же, как и в случае плоской границы. С ростом глубины канавок сначала происходит уменьшение величины $P_T(\kappa)$, а затем с увеличением \bar{h} величина потока энер-

гии в метаматериал возрастает, причем кривые $P_T(\kappa)$ для $\bar{h} = 0$ и $\bar{h} = 0,01$ совпадают с графической точностью.

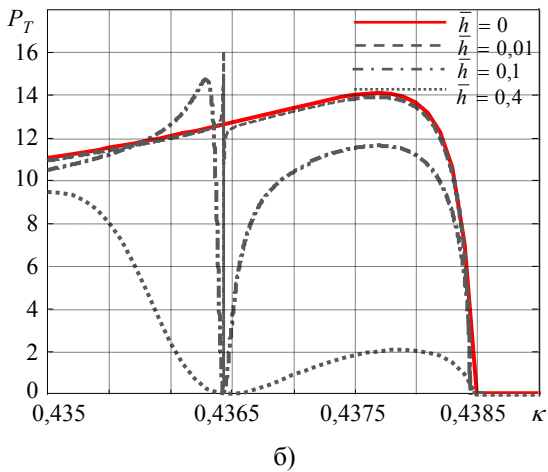
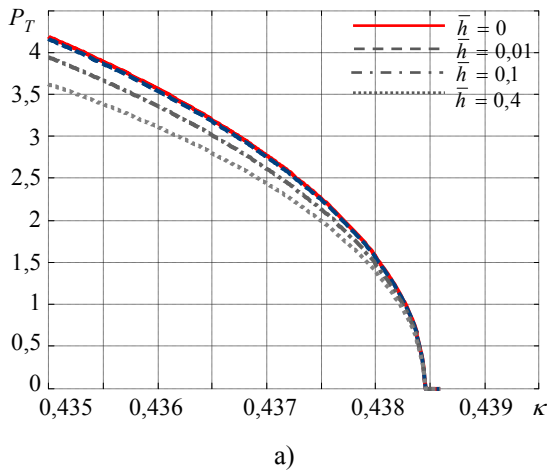


Рис. 5. Влияние периодичности границы метаматериала и глубины канавок \bar{h} на величину плотности потока излучения в области параметров κ, β , где возможно только излучение Вавилова–Черенкова. В обоих случаях $\beta = 0,89$: а) – прямые волны $k_\epsilon > k_\mu$, $k_\epsilon = 1$; $k_\mu = 0,5$; б) – $k_\epsilon < k_\mu$, $k_\epsilon = 0,5$; $k_\mu = 1$, резонанс при $\kappa \approx 0,4365$ связан с возбуждением поверхностной обратной волны отвечающей $\beta_{bm} = \frac{\kappa}{1 - \gamma_b}$

В случае значений параметров, при которых возможно возбуждение обратных поверхностных волн, введение периодичности существенно меняет характер зависимости $P_T(\kappa)$: в точке $\kappa \approx 0,4365$ появляется резонанс, связанный с возбуждением поверхностной волны, имеющей фазовую скорость, синхронизированную со скоростью потока частиц (см. рис. 5, б). С ростом глубины канавок добротность этого резонанса падает и при $\bar{h} = 0,4$ зависимость $P_T(\kappa)$ имеет плавный минимум.

Легко заметить, что такое различие связано с простым фактом: в случае прямых волн в область параметров κ, β , соответствующую распространению в метаматериале только нулевой объемной волны, не попадает значение β_{syn} , отвечающее за синхронизм с той или иной поверхностной волной.

Процесс рассеяния или взаимодействия поля потока частиц с периодической границей раздела дисперсного метаматериала неразделимо зависит от соотношения значений пары параметров κ, β , и поэтому понятно, что тенденции поведения энергетических характеристик поля в метаматериале, возбужденного пучком частиц, движущимся над его периодической границей, ярче проявляются на двухпараметрических картинках $P_T(\kappa, \beta) = const$, построенных на плоскости κ, β , а не при выбранных фиксированных значениях κ или β .

На рис. 6 показаны линии $P_T(\kappa, \beta) = const$ для метаматериала с частотными параметрами $\kappa_\epsilon = 0,5$; $\kappa_\mu = 1$ при значении безразмерного параметра $\bar{h} = 0,1$, описывающего максимальное отклонение периодической границы от плоскости. Область изменения параметров κ, β , где возможно только излучение Вавилова–Черенкова, ограничено линиями $\kappa^2 \epsilon \mu - (1 - \kappa / \beta)^2 = 0$ (линия 1); $\beta^2 \epsilon \mu = 1$ (линия 2); $\beta = 1$ (см. рис. 6).

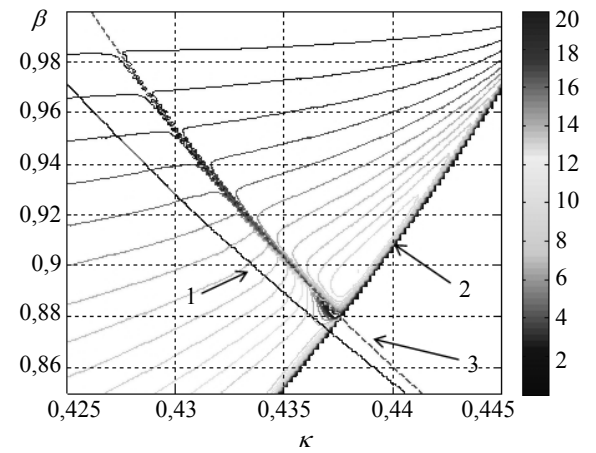


Рис. 6. Линии равных значений плотности потока энергии прошедшего в метаматериал поля $P_T(\kappa, \beta) = const$ в области параметров, допускающих существование излучения Вавилова–Черенкова при $\bar{h} = 0,1$. Кривые 1 и 2 ограничивают область существования только 0-й пространственной гармоники в метаматериале. Кривая 3 – $\beta_{b1(-)}(\kappa)$, вычисленное по приближенным формулам (16)

Через эту область при выбранных значениях частотных параметров метаматериала прохо-

дит дисперсионная кривая (линия 3 на рис. 6) одной из поверхностных собственных волн периодической границы метаматериала. Эта дисперсионная зависимость может быть описана следующей приближенной формулой:

$$\beta = \frac{\kappa}{1 - \gamma_b}, \quad (19)$$

где γ_b – нормированная постоянная распространения обратной поверхностной волны плоской границы метаматериала (16). Как видно из рис. 6 (см. рис. 5, б), при значениях параметров κ и β , удовлетворяющих соотношению (19), плотность потока энергии излучения Вавилова–Черенкова практически равна нулю $P_T(\kappa, \beta) \cong 0$. Такое поведение энергетической характеристики $P_T(\kappa, \beta)$ связано, по-видимому, с возбуждением поверхностной волны периодической границы метаматериала, поскольку соотношение (19) можно трактовать как условие синхронизма между фазовой скоростью этой поверхностной волны и скоростью потока частиц. Другой особенностью поведения $P_T(\kappa, \beta)$ является наличие резонансов, локализованных в окрестности дисперсионной кривой (19), которые отсутствуют в случае плоской границы метаматериала (см. рис. 5, б, сплошная линия $\bar{h} = 0$). Следовательно, резонансное поведение энергетических характеристик излучения Вавилова–Черенкова обусловлено наряду с частотной дисперсией материальных параметров метаматериала наличием периодической границы.

Выводы. Таким образом, в работе решена задача о поле излучения модулированного потока заряженных частиц, движущихся над периодической границей изотропного метаматериала с эффективными материальными параметрами, зависящими от частоты по закону Друде. Установлено, что плотность потока энергии излучения Вавилова–Черенкова резонансным образом зависит от частоты модуляции потока заряженных частиц и его скорости. Эти резонансы излучения наблюдаются в областях параметров, определяемых условием синхронизма скорости потока частиц с фазовыми скоростями поверхностных волн периодической границы метаматериала и в диапазоне частот, где эффективная диэлектрическая и магнитная проницаемости принимают отрицательные значения.

Библиографический список

1. Čerenkov P. A. Visible radiation produced by electrons moving in a medium with velocities exceeding that of light / P. A. Čerenkov // *Phys. Rev.* – 1937. – 52, iss. 4. – P. 378–379.
2. Frank I. M. Coherent visible radiation of fast electrons passing through matter / I. M. Frank and I. G. Tamm // *Compt. Rend. (Dokl.)* – 1937. – 14. – P. 109–114.
3. Jelley J. V. Cherenkov radiation and its applications / J. V. Jelley. – L., Pergamon Press, 1958. – 304 p.
4. Pafomov V. E. On transition radiation and the Vavilov-Cherenkov radiation / V. E. Pafomov // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* – 1959. – 36. – P. 1853–1858.
5. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ / В. Г. Веселаго // *Успехи физ. наук.* – 1967. – 92, № 7. – С. 517–526.
6. Čerenkov radiation in materials with negative permittivity and permeability / J. Lu, T. Grzegorzczak, Y. Zhang et al. // *Opt. Express.* – 2003. – 11, N 7. – P. 723–734.
7. Averkov Yu. O. Cherenkov radiation by an electron bunch that moves in a vacuum above a left-handed material / Yu. O. Averkov, V. M. Yakovenko // *Phys. Rev. B.* – 2005. – 72, N 20. – 205110 (10 p.).
8. Theoretical investigation into Čerenkov radiation in an anisotropic double-negative medium / Z. Y. Duan, Y. B. Gong, Y. Y. Wei et al. // *33rd Intern. Conf. Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves: Proc.* – Pasadena, 2008.
9. Reversed Čerenkov radiation in a waveguide filled with anisotropic double-negative metamaterials / Z. Y. Duan, B.-I. Wu, J. Lu et al. // *J. Appl. Phys.* – 2008. – 104, iss. 6. – 063303 (6 p.).
10. Čerenkov radiation in anisotropic double-negative metamaterials / Z. Y. Duan, B.-I. Wu, J. Lu et al. // *Opt. Express.* – 2008. – 16, N 22. – P. 18479–18484.
11. Observation of wakefield generation in left-handed band of metamaterial-loaded waveguide / S. Antipov, L. Spentzouris, W. Gai et al. // *J. Appl. Phys.* – 2008. – 104, N 1. – 014901 (6 p.).
12. Experimental verification of reversed Čerenkov radiation in left-handed metamaterial / S. Xi, H. Chen, T. Jiang et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – 103, N 19. – 194801 (4 p.).
13. Research progress in reversed Čerenkov radiation in double-negative metamaterials / Z. Y. Duan, B.-I. Wu, S. Xi et al. // *Progress In Electromagnetic Research (PIER).* – 2009. – 90. – P. 75–87.
14. Experimental verification of reversed Čerenkov radiation in left-handed metamaterial / S. Xi, H. Chen, T. Jiang et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. – 103, N 19. – 194801 (4 p.).
15. Burlak G. Spectrum of Čerenkov radiation in dispersive metamaterials with negative refraction index / G. Burlak // *Progress In Electromagnetics Research.* – 2012. – 132. – P. 149–158.
16. Reversed Čerenkov emission of terahertz waves from an ultrashort laser pulse in a sandwich structure with nonlinear core and left-handed cladding / M. I. Bakunov, R. V. Mikhaylovskiy, S. B. Bodrov, and B. S. Luk'yanchuk // *Optics express.* – 2010. – 18, N 2. – P. 1684–1694.
17. Shestopalov V. P. The Smith-Purcell Effect / V. P. Shestopalov. – N. Y.: Nova Science Publishes Inc., 1997. – 473 p.
18. Modern Theory of Gratings / Y. Sirenko, S. Strom (eds.); Springer Series in Optical Sciences. – N. Y.: Springer-Verlag, 2010. – Vol. 153. – 386 p.
19. Radiation from surface with periodic boundary of metamaterials excited by a current / P. Melezhhik, A. Poyedinchuk, N. Yashina et al. // *Progress In Electromagnetic Research (PIER).* – 2006. – 65. – P. 1–14.
20. Drude P. (1900) Zur Elektronentheorie der metalle / P. Drude // *Annalen der Physik.* – 2006. – 306, N (3). – P. 566–613.
21. Landau L. D. Electrodynamics of Continuous Media / L. D. Landau, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii. – Ed. 2. – Oxford, Butterworth-Heinemann, 1984. – p. 287.
22. Пазынин Л. А. Отрицательное преломление в изотропных дважды негативных средах / Л. А. Пазынин // *Электромагнитные волны и электронные системы.* – 2009. – 14, № 9. – С. 45–50.
23. Periodic boundary of metamaterial: eigen regimes and resonant radiation / P. Melezhhik, A. Poyedinchuk, N. Yashina, G. Granet // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2007. – 9. – S403–S409.
24. Shatrov A. D. On resolving of excitation problems for stratified plane media of metamaterials / A. D. Shatrov // *Radiotekhnika & Elektronika.* – 2007. – 52, N 8. – P. 909–916.

Рукопись поступила 27.08.2013 г.

P. N. Melezhib, A. Ye. Poyedinchuk,
N. P. Yashina, G. Granet

RESONANT VAVILOV–CHERENKOV RADIATION IN DISPERSE METAMATERIALS

The present work suggests some investigation into the Vavilov–Cherenkov radiation coming from a beam of charged particles skimming the surface (generally periodic) of a dispersive medium. Depending on frequency, this medium can be right-handed (normal dielectric), mono-negative (either permittivity or permeability can be negative) or left-handed (both permittivity and permeability are negative). The obtained results are provided by rigorous mathematical models and corresponding effective computational algorithms. The present research is focused on qualitatively new resonant phenomena arising after micro- and macroperiodic structures are put together in the context of the given electromagnetic problem. Specifically, the micro- (and even nano-) periodic structure of a metamaterial will be combined with a macro-periodic diffraction grating whose period is comparable with the electron beam radiation wavelength.

Key words: metamaterial, periodic interface, resonant Vavilov–Cherenkov radiation, the dispersion of the material parameters, matching, flow of charged particles.

П. М. Мележик, А. Є. Поєдинчук,
Н. П. Яшина, Г. Гране

РЕЗОНАНСНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ВАВІЛОВА–ЧЕРЕНКОВА В ДИСПЕРСНИХ МЕТАМАТЕРІАЛАХ

Проведено дослідження випромінювання Вавілова–Черенкова, породжуваного потоком заряджених частинок, що рухаються над поверхнею (у загальному випадку періодичною) дисперсійного середовища, яка залежно від частотного діапазону може бути правобічною (звичайний діелектрик), мононегативною (коли тільки діелектрична або тільки магнітна проникність має негативні значення) або ж лівосторонньою (і діелектрична, і магнітна проникність негативні). Подані результати засновано на строгих математичних моделях і відповідних їм ефективних обчислювальних алгоритмах. У фокусі дослідження якісно нові резонансні явища, що виникають в результаті поєднання в даній електромагнітній задачі мікро- та макроперіодичних структур: мікро- (або навіть нано-) періодична структура метаматеріала й макроперіод дифракційних ґрат, порівнянний з довжиною хвиль, породжуваних пучком електронів.

Ключові слова: метаматеріал, періодична межа розділу, резонансне випромінювання Вавілова–Черенкова, закон дисперсії матеріальних параметрів, синхронізм, потік заряджених частинок.