

**С. А. Стешенко**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [sergiy.steshenko@gmail.com](mailto:sergiy.steshenko@gmail.com)

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПЛОСКОСТНЫХ СОЧЛЕНЕНИЙ ВОЛНОВОДОВ ПРОИЗВОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОБЩЕЙ АПЕРТУРЫ

Метод частичных областей (МЧО) широко используется для расчета обобщенных матриц рассеяния скачкообразных сочленений волноводов. Его применение ограничено на случай, когда сечение одного волновода полностью вписывается в сечение другого волновода. Если пересечение сечений двух волноводов не совпадает ни с одним из них, как правило, между сочленяемыми волноводами искусственно вводят в рассмотрение «виртуальный» волновод нулевой длины так, чтобы образовавшиеся новые сочленения удовлетворяли требованию применимости МЧО. Однако такой подход требует обращения трех матриц, что приводит к дополнительным временным затратам. В данной работе исследованы возможности применения обобщения МЧО на случай сочленения волноводов с налагающимися сечениями, приводящего к системе линейных алгебраических уравнений первого рода. Доказана эквивалентность двух подходов. При этом рассматриваемый подход оказывается эффективнее традиционного, вводящего в рассмотрение «виртуальный» волновод. Результаты, полученные в данной работе, позволят повысить эффективность автоматизированных систем проектирования волноводных узлов, основанных на МЧО. Ил. 2. Библиогр.: 5 назв.

**Ключевые слова:** электродинамическая сборка, волноводные компоненты, метод частичных областей, система первого рода.

Одним из распространенных методов расчета обобщенных матриц рассеяния (ОМР) скачкообразных сочленений волноводов разных сечений является метод частичных областей (МЧО). Обычно он применяется к тем сочленениям, у которых сечение одного волновода полностью вписывается в сечение другого волновода, т. е. когда общая апертура сочленения совпадает с волноводом меньшего сечения. Однако при проектировании реальных устройств, содержащих скачкообразные сочленения, часто возникают ситуации, когда апертура сочленения не совпадает с сечением входного или выходного волновода, и в результате применение канонического МЧО к таким волноводным неоднородностям становится невозможным. Это сочленения со сдвигом осей [1] или повернутых относительно друг друга одинаковых волноводов [2], сочленения волноводов с разной формой поперечного сечения [3] и другие неоднородности. Традиционным подходом к построению эффективных алгоритмов расчета в таких ситуациях является введение между соединяемыми волноводами некоторого промежуточного волновода, для которого вычисление ОМР его сочленений с входным и выходным волноводами не вызывает затруднений. Как правило, в качестве такового выбирают волновод, сечение которого совпадает с образующейся апертурой сочленения. Затем, используя хорошо известный метод ОМР, находят матрицу рассеяния исходного сочленения при нулевой длине промежуточного волновода. Вместе с тем такой трехступенчатый алгоритм является и основным недостатком традиционного подхода, поскольку он требует примерно в 3 раза больше процессорного времени по сравнению с алгорит-

мами МЧО в задачах, к которым он может применяться непосредственно.

Существуют и другие задачи, где вводят в рассмотрение промежуточные волноводы нулевой длины. В частности, в работе [4] промежуточный волновод простого сечения предлагается вводить в тех случаях, когда условие применимости МЧО выполняется, но возникают определенные трудности вычисления интегралов связи волн непосредственно соединяемых волноводов сложных сечений. В отличие от традиционного подхода, построенный в работе [4] алгоритм требует обращения прямоугольной матрицы; достоинства предложенного алгоритма продемонстрированы на примере сочленения двух прямоугольных волноводов с промежуточным круглым волноводом, поперечное сечение которого больше сечений соединяемых волноводов. Хотя такой подход можно применить и для неоднородностей, описанных выше, он не получил широкого распространения. Очевидно, это связано с необходимостью решения специфических проблем, возникающих при численном обращении прямоугольных матриц.

В работе [5] для скачкообразных сочленений, к которым МЧО непосредственно неприменим, поперечное электрическое поле в общей апертуре представляется в виде фурье-разложения по собственным функциям соответствующего по сечению волновода. Применяя процедуру МЧО для электрических компонент полей входного и выходного волноводов, амплитуды дифрагированных волн выражаются через неизвестные коэффициенты введенного разложения поля в апертуре. После подстановки выражений для дифрагированных амплитуд в условие непрерывнос-

ти на апертуре магнитных полей соединяемых волноводов получается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно коэффициентов разложения поля на апертуре, а затем по ним определяются искомые элементы матрицы рассеяния рассматриваемого сочленения. Однако результатов применения предложенного подхода к анализу какого-либо скачкообразного сочленения в работе [5] не приведено.

Следует отметить, что получаемая в работе [5] (как, кстати, и в [4]) СЛАУ формально является системой первого рода (СЛАУ-1) вида  $A\vec{x} = \vec{b}$ , а в каноническом МЧО – системой второго рода (СЛАУ-2) вида  $I + A\vec{x} = \vec{b}$ , где  $I$  – единичная диагональная матрица.

Целью настоящей работы является дальнейшее развитие и исследование потенциальных возможностей применения метода [5] к классу скачкообразных сочленений волноводов с общей апертурой, не совпадающей с сечением какого-либо волновода. Конкретные результаты приведены для сочленений прямоугольных волноводов. Как указано выше, традиционный подход к анализу таких неоднородностей базируется на введении в рассмотрение промежуточного волновода нулевой длины. Далее будет показано, что предлагаемый и традиционный подходы эквивалентны в математическом плане и дают совпадающие численные результаты. При этом предлагаемый подход оказывается эффективнее, так как требует обращения и хранения меньшего числа матриц.

**1. Описание геометрии задачи.** Пусть волноводы с сечениями  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  состыкованы таким образом, что их связь осуществляется через общую аперттуру сечением  $\Omega_0$  (рис. 1). Рассмотрим алгоритм расчета ОМР сочленений, возникающих в случае, когда один из волноводов не вписывается полностью в сечение другого волновода. Пример такого сочленения показан на рис. 1, а.

Традиционный подход к анализу таких сочленений базируется на методах декомпозиции и ОМР. Вначале сочленение разбивается на два ключевых элемента, ОМР которых могут быть рассчитаны с использованием строгих аналитических или численных методов. Для этого можно ввести промежуточный («виртуальный») волновод 0 сечением  $\Omega_0$  и тогда в качестве ключевых элементов естественно рассматривать два плоскостных сочленения, а именно: волноводов 0 и 1, волноводов 0 и 2 (рис. 1, б). На последнем этапе производится рекомпозиция этих ключевых элементов с использованием метода ОМР через введенный промежуточный волновод нулевой длины. Если для расчета двух ключевых неоднородностей используется МЧО, то в итоге оказывается,

что построенный алгоритм требует обращения не менее трех СЛАУ, что делает такой алгоритм неэкономичным в плане затрат машинного времени.

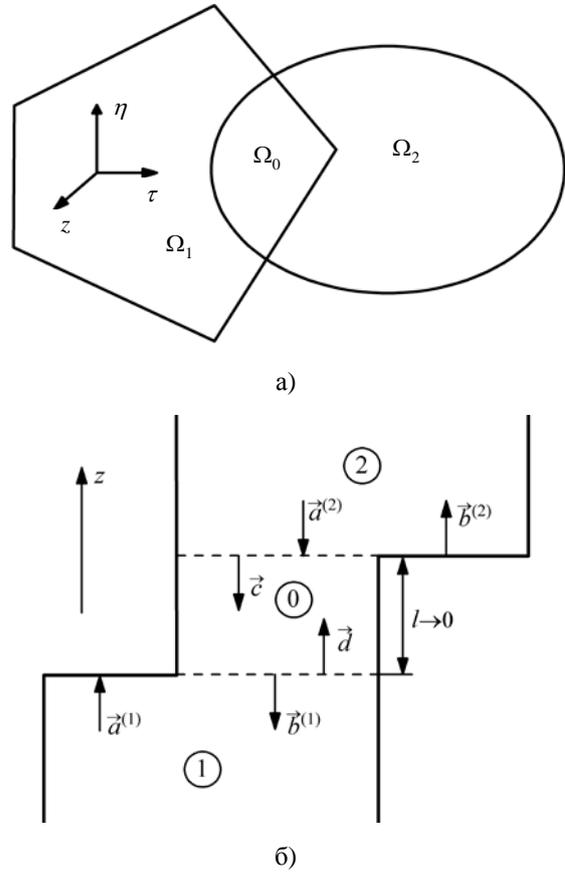


Рис. 1. Плоскостное сочленение волноводов (а) и традиционная схема выделения ключевых элементов в методе ОМР (б)

**2. Сведение задачи к СЛАУ первого рода.** Суть предлагаемого подхода к решению рассматриваемой задачи состоит в следующем. Введем обозначения:  $\vec{e}_n^{(i)}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N_i$  – базисные функции для представления поперечного электрического поля в каждом из трех волноводов, изображенных на рис. 1, а. Тогда тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей в  $i$ -м волноводе при падении  $p$ -й волны из  $j$ -го волновода можно представить в виде

$$\vec{E}_t^{(i)} = \sum_{n=1}^{N_i} \sqrt{W_n^{(i)}} (b_{ij,np} + \delta_{ij} \delta_{np}) \vec{e}_n^{(i)}; \quad (1)$$

$$\vec{H}_t^{(i)} = (-1)^i \sum_{n=1}^{N_i} \sqrt{Y_n^{(i)}} (b_{ij,np} - \delta_{ij} \delta_{np}) \vec{h}_n^{(i)}, \quad (2)$$

где  $b_{ij,np}$  – искомые амплитуды дифрагированных волн, определяющие элементы матрицы рассеяния рассматриваемого сочленения;  $W_n^{(i)}$  и

$Y_n^{(i)} = (W_n^{(i)})^{-1}$  – импеданс и адмитанс  $n$ -й волны  $i$ -го волновода;  $\vec{h}_n^{(i)} = [\hat{z} \times \vec{e}_n^{(i)}]$  – базисные функции поперечного магнитного поля волн в  $i$ -м волноводе;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Граничные условия и условия непрерывности полей в плоскости  $z = 0$  запишем в виде

$$\vec{E}_t^{(i)} = \begin{cases} \vec{E}_t^{(0)}, & (\tau, \eta) \in \Omega_0, \\ 0, & (\tau, \eta) \notin \Omega_0, \end{cases} \quad i = 1, 2; \quad (3)$$

$$\vec{H}_t^{(1)} = \vec{H}_t^{(1)}, \quad (\tau, \eta) \in \Omega_0, \quad (4)$$

где  $\vec{E}_t^{(0)}$  – неизвестное поперечное электрическое поле в общей апертуре соединяемых волноводов  $\Omega_0$ .

Используя представление (1) и ортонормированность системы функций  $\vec{e}_n^{(i)}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N_i$  в сечении  $i$ -го волновода, после проецирования (3) на набор указанных функций получаем выражение для векторов искомых амплитуд

$$b_{ij, np} = \sqrt{Y_n^{(i)}} (\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)})_0 - \delta_{ij} \delta_{np}, \quad (5)$$

где

$$(\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)})_0 = \int_{\Omega_0} (\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta') \vec{e}_n^{(i)}(\tau', \eta')) d\Omega'. \quad (6)$$

Подставим выражение (5) в представление (2) и, используя условие непрерывности (4), получим функциональное уравнение

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} (\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)})_0 \vec{h}_n^{(i)}(\tau, \eta) = \\ = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{h}_p^{(j)}(\tau, \eta), \quad (\tau, \eta) \in \Omega_0 \end{aligned} \quad (7)$$

или в интегральной форме

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_0} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} (\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta') \vec{e}_n^{(i)}(\tau', \eta')) \vec{h}_n^{(i)}(\tau, \eta) d\Omega' = \\ = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{h}_p^{(j)}(\tau, \eta), \quad (\tau, \eta) \in \Omega_0, \end{aligned} \quad (8)$$

т. е. фактически мы получили аналог интегрального уравнения первого рода относительно неизвестной функции  $\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta')$ , описывающей распределение поперечного электрического поля на общей апертуре сочленения волноводов  $\Omega_0$ .

Представим искомую функцию  $\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta')$  в виде ряда по базисным функциям волновода с сечением  $\Omega_0$

$$\vec{E}_t^{(0)} = \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} \vec{e}_r^{(0)}, \quad (9)$$

где  $C_{rp}^{(j)}$  – неизвестные коэффициенты, зависящие от номеров моды ( $p$ ) и порта ( $j$ ) возбуждения.

Тогда (6) представляется в виде

$$(\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)})_0 = \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)}, \quad (10)$$

где  $M_{nr}^{(i)} = (\vec{e}_n^{(i)}, \vec{e}_r^{(0)})_0$  – интеграл связи между базисными функциями  $i$ -го и нулевого волноводов ( $i = 1, 2$ ;  $n = 1, 2, \dots, N_i$ ;  $r = 1, 2, \dots, N_0$ ).

Заметим, что  $M_{nr}^{(i)} = 0$ , если  $\vec{e}_n^{(i)}$  – базисная функция  $TE$ -волны  $i$ -го плеча сочленения ( $i = 1, 2$ ), а  $\vec{e}_r^{(0)}$  – базисная функция  $TM$ - или  $TEM$ -волны введенного в рассмотрение волновода с сечением  $\Omega_0$ , а также если  $\vec{e}_n^{(i)}$  соответствует  $TEM$ -волне, а  $\vec{e}_r^{(0)}$  –  $TM$ -волне.

Подставим представление (10) в (7) и получим

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)} \vec{h}_n^{(i)}(\tau, \eta) = \\ = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{h}_p^{(j)}(\tau, \eta). \end{aligned} \quad (11)$$

Далее мы можем умножить справа это уравнение векторно на продольный орт  $\hat{z}$ , учесть соотношение  $\vec{e}_n^{(i)} = [\vec{h}_n^{(i)} \times \hat{z}]$  и получить равенство, эквивалентное (11):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)} \vec{e}_n^{(i)}(\tau, \eta) = \\ = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{e}_p^{(j)}(\tau, \eta). \end{aligned} \quad (12)$$

Умножим (12) скалярно на  $\sqrt{W_k^{(0)}} \vec{e}_k^{(0)}(\tau, \eta)$  и проинтегрируем по площади апертуры  $\Omega_0$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{W_k^{(0)}} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)} M_{nk}^{(i)} = \\ = 2\sqrt{W_k^{(0)}} \sqrt{Y_p^{(j)}} M_{pk}^{(i)}, \quad k = 1, 2, \dots, N_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Фактически мы свели задачу к СЛАУ первого рода (СЛАУ-1) относительно вектора неизвестных  $C_{rp}^{(j)}$ ,  $r = 1, 2, \dots, N_0$ .

Обозначим  $\mathbf{W}_i = \text{diag}(W_n^{(i)})$  и  $\mathbf{Y}_i = \text{diag}(Y_n^{(i)})$  – диагональные матрицы размером  $N_i \times N_i$  импедансов и адмитансов собственных волн  $i$ -го волновода;  $\mathbf{M}_i = \{(\vec{e}_n^{(i)}, \vec{e}_r^{(0)})_0\}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N_i$ ,  $r = 1, 2, \dots, N_0$  – матрицы интегралов связи;  $\mathbf{C}_j = \{C_{rp}^{(j)}\}$ ,  $j = 1, 2$ ,  $r = 1, 2, \dots, N_0$ ,

$p = 1, 2, \dots, N_j$  – матрицы неизвестных коэффициентов представления (9).

Тогда система уравнений (13) может быть записана в матричном виде:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\mathbf{W}_0} (\mathbf{M}_1^T \mathbf{Y}_1 \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2^T \mathbf{Y}_2 \mathbf{M}_2) \sqrt{\mathbf{W}_0} \mathbf{C}_j = \\ & = 2\sqrt{\mathbf{W}_0} \mathbf{M}_j^T \sqrt{\mathbf{Y}_j}, \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (14)$$

$S$ -матрица сочленения двух налагающихся волноводов выражается через решения систем (14)  $\mathbf{C}_1$  и  $\mathbf{C}_2$  по формулам, получаемым из (5) и (10):

$$\mathbf{S}^{(i,j)} = \sqrt{\mathbf{Y}_i} \mathbf{M}_i \sqrt{\mathbf{W}_0} \mathbf{C}_j - \delta_{ij} \mathbf{I}. \quad (15)$$

Таким образом, окончательный алгоритм расчета плоскостных сочленений «сдвигового» типа сводится к нахождению решения матричного уравнения первого рода (14) и пересчетным формулам (15) для определения элементов матрицы рассеяния рассматриваемого сочленения.

**3. Об эквивалентности традиционного и предложенного подходов.** Можно показать, что традиционный подход сводится к предложенному, что делает эти два подхода эквивалентными. Действительно, согласно традиционному подходу сочленение двух налагающихся волноводов рассматривается как соединение двух плоскостных сочленений (ключевых элементов), ОМР которых известны, общим волноводом длины 0.

Запишем формулы для  $S$ -матриц ключевых элементов ( $i = 1, 2$ ):

$$\mathbf{S}_i^{(0,0)} = 2\mathbf{X}_i \mathbf{A}_i^{-1} \mathbf{X}_i^T - \mathbf{I}; \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_i^{(0,1)} = 2\mathbf{X}_i \mathbf{A}_i^{-1}; \quad (17)$$

$$\mathbf{S}_i^{(1,0)} = 2\mathbf{A}_i^{-1} \mathbf{X}_i^T; \quad (18)$$

$$\mathbf{S}_i^{(1,1)} = 2\mathbf{A}_i^{-1} - \mathbf{I}, \quad (19)$$

где

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{I} + \mathbf{X}_i^T \mathbf{X}_i - \text{матрица размером } N_0 \times N_0; \quad (20)$$

$$\mathbf{X}_i = \sqrt{\mathbf{Y}_i} \mathbf{M}_i \sqrt{\mathbf{W}_0} - \text{матрица размером } N_i \times N_0. \quad (21)$$

Блоки  $S$ -матрицы всего сочленения налагающихся волноводов вычисляются по формулам

$$\mathbf{S}^{(i,j)} = \delta_{ij} \mathbf{S}_i^{(0,0)} + \mathbf{S}_i^{(0,1)} (\mathbf{I} + \delta_{ij} (\mathbf{S}_{3-i}^{(1,1)} - \mathbf{I})) \mathbf{D}_j^{-1} \mathbf{S}_j^{(1,0)}, \quad (22)$$

$i, j = 1, 2$ ,

где

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{I} - \mathbf{S}_i^{(1,1)} \mathbf{S}_{3-i}^{(1,1)}, \quad i = 1, 2. \quad (23)$$

Подставив (19) в (23), получим

$$\mathbf{D}_i = 2\mathbf{A}_i^{-1} (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I}) \mathbf{A}_{3-i}^{-1}, \quad (24)$$

откуда

$$\mathbf{D}_i^{-1} = \frac{1}{2} \mathbf{A}_{3-i} (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_i. \quad (25)$$

Таким образом, задача нахождения  $S$ -матрицы сочленения двух налагающихся волноводов приводит к системе первого рода с матрицей  $\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I} = \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2$ .

После подстановки (25) и (16)–(19) в (22), путем несложных преобразований получим

$$\mathbf{S}^{(1,1)} = -\mathbf{I} + 2\mathbf{X}_1 (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}_1^T; \quad (26)$$

$$\mathbf{S}^{(1,2)} = 2\mathbf{X}_1 (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}_2^T; \quad (27)$$

$$\mathbf{S}^{(2,1)} = 2\mathbf{X}_2 (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}_1^T; \quad (28)$$

$$\mathbf{S}^{(2,2)} = \mathbf{I} + 2\mathbf{X}_2 (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}_2^T. \quad (29)$$

Предложенный подход без использования «виртуального» волновода основан на решении системы первого рода (14), которая может быть записана через матрицы  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$  в эквивалентном виде

$$(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I}) \mathbf{C}_j = 2\mathbf{X}_j^T, \quad j = 1, 2. \quad (30)$$

Отметим, что это та же матрица, которая обращается в (26)–(29).

Подставив в представления для блоков  $S$ -матрицы сочленения двух волноводов (15) явное выражение для  $\mathbf{C}_j$

$$\mathbf{C}_j = 2(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}_j^T, \quad j = 1, 2, \quad (31)$$

получим формулы, в точности совпадающие с формулами (26)–(29).

Таким образом, эквивалентность двух подходов доказана.

Заметим, что по сравнению с традиционным подходом, требующим обращения не менее трех матриц (20) и (24) размером  $N_0 \times N_0$  (матрицу  $\mathbf{D}_2$  можно не обращать, так как зависящие от нее матрицы могут быть выражены через матрицу  $\mathbf{D}_1$ ), предложенный алгоритм требует обращения лишь одной матрицы размером  $N_0 \times N_0$  в выражении (31). В результате такой алгоритм оказывается более экономичным в плане затрат компьютерного времени.

**4. Сравнение эффективности двух подходов.** Как отмечено выше, предлагаемый подход требует обращения меньшего числа матриц по сравнению с традиционным подходом. Кроме того, он более экономичен с точки зрения выделяемой памяти, так как не требует расчета и хранения матриц рассеяния отдельных плоскостных сочленений (16)–(19).

Сравним скорости расчета двумя подходами на двух конкретных примерах: для бесконечно тонкой диафрагмы сечением  $15 \times 1 \text{ мм}^2$  в прямоугольном волноводе сечением  $23 \times 10 \text{ мм}^2$  (рис. 2, а), для сочленения волновода сечением

23 × 10 мм<sup>2</sup> с волноводом сечением 19 × 9,5 мм<sup>2</sup> через щель сечением 15 × 1 мм<sup>2</sup> (рис. 2, б).

На рис. 2 представлено время расчета интегралов связи и полной  $S$ -матрицы в 1 001 частотной точке в зависимости от числа мод  $N_0$ , учитываемых в волноводе пересечения  $\Omega_0$ . Как видно, начиная с некоторого размера базиса, предложенный подход по скоростным характеристикам превосходит традиционный в среднем на 40 % в случае симметричного сочленения (рис. 2, а) и на 70 % в случае несимметричного сочленения (рис. 2, б).

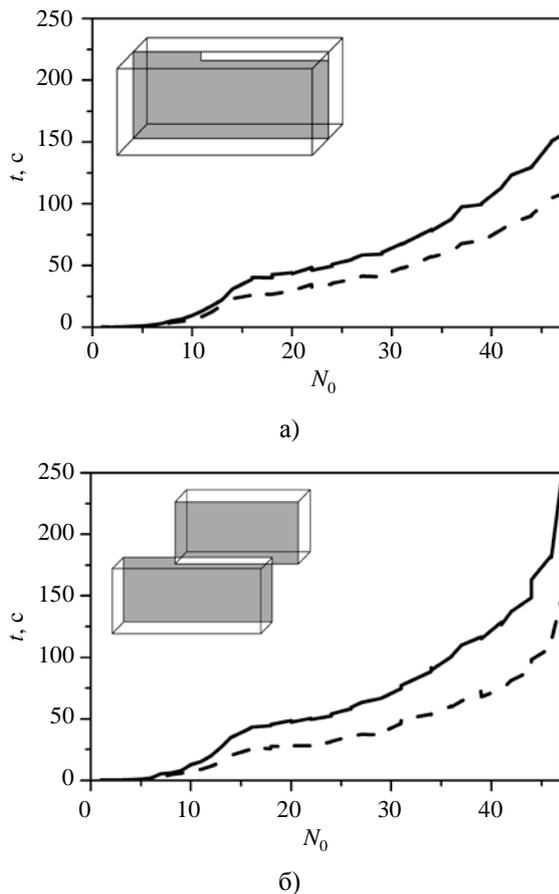


Рис. 2. Время расчета  $S$ -матрицы в 1 001 частотной точке для симметричного (а) и несимметричного (б) плоскостных сочленений прямоугольных волноводов: сплошная линия соответствует методу с применением «виртуального» волновода; пунктирная – решению системы первого рода

Разная эффективность объясняется тем, что в случае симметричного сочленения при использовании традиционного подхода рассчитывается матрица рассеяния только одного сочленения с «виртуальным» волноводом  $S_1$ , так как  $S_2 = S_1$ .

**Выводы.** Выполненное исследование показало преимущество сведения задачи о стыке двух волноводов с налагающимися сечениями к

СЛАУ первого рода путем проецирования полей на собственные функции общей апертуры в сравнении с традиционным подходом, вводящим в рассмотрение «виртуальный» волновод нулевой длины.

Доказана эквивалентность двух подходов. Таким образом, оба подхода приводят к одинаковым численным результатам, однако предлагаемый подход является предпочтительным, поскольку, он эффективнее как с точки зрения выделяемой памяти, так и по скорости вычислений.

Автор выражает благодарность Л. А. Рудю и А. А. Кириленко за постановку задачи.

#### Библиографический список

1. Uher J. Waveguide components for antenna feed systems: theory and CAD / J. Uher, J. Bornemann, U. Rosenberg. – Norwood: Artech House, 1993. – 457 p.
2. Full-wave design of broadband compact waveguide step-twists / M. Baralis, R. Tascone, A. Olivieri et al. // IEEE Microw. Wireless Compon. Lett. – 2005. – 15, N 2. – P. 134–136.
3. Kirilenko A. A. Compact 90° twist formed by a double corner-cut square waveguide section / A. A. Kirilenko, D. Y. Kulik, L. A. Rud // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2008. – 56, N 7. – P. 1633–1637.
4. Rebollar J. M. Analysis of waveguide discontinuities at zero distance / J. M. Rebollar, I. Esteban, E. Nava // IEEE AP-S Int. Symp.: digest. – Seattle, 1994. – P. 1078–1081.
5. Ruiz-Cruz J. A. Computer aided design of waveguide devices by mode-matching methods [Electronic recourse] / J. A. Ruiz-Cruz, J. R. Montejo-Garai, J. M. Rebollar // Passive Microwave components and antennas / Ed. by V. Zhurbenko. – InTech., 2010. – Ch. 6. – P. 117–140.

Рукопись поступила 11.03.2013 г.

S. A. Steshenko

#### THE ALGORITHM FOR CALCULATION OF PLANE JUNCTIONS OF WAVEGUIDES WITH ARBITRARY CROSS-SECTIONS USING THE EIGENFUNCTIONS OF THE COMMON APERTURE

The mode matching technique is widely used for calculation of generalized scattering matrixes of waveguide steps. Its applicability is limited to the case where one waveguide section is fully inscribed into the other one. When the intersection of the two waveguide sections does not coincide with any of them, as a rule, a new “virtual” zero-length waveguide is introduced artificially between the two coupling waveguides so that the new waveguide steps satisfy the requirement of applicability of the mode matching technique. However, this approach requires three matrix inversions resulting in additional time expenses. In this paper we study the possibility of using the generalization of the mode matching technique to the case of coupling of waveguides with overlapping sections resulting in a matrix equation of the first kind. The two approaches are proven to be equivalent. Meanwhile the considered approach is shown to be more efficient than the traditional method introducing a “virtual” waveguide. The results obtained in this investigation will improve the efficiency of automated design systems for waveguide components based on mode matching technique.

**Key words:** electrodynamic assembling, waveguide components, mode matching technique, system of the first kind.

С. О. Стешенко

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ПЛОЩИННИХ  
ЗЧЛЕНУВАНЬ ХВИЛЕВОДІВ ДОВІЛЬНОГО  
ПЕРЕТИНУ З ВИКОРИСТАННЯМ ВЛАСНИХ  
ФУНКЦІЙ ЗАГАЛЬНОЇ АПЕРТУРИ

Метод часткових областей (МЧО) широко використовується для розрахунку узагальнених матриць розсіяння стрибкоподібних зчленувань хвилеводів. Його застосування обмежено на випадок, коли перетин одного хвилеводу повністю вписується в перетин іншого хвилеводу. Якщо перетин перерізів двох хвилеводів не співпадає ні з одним з них, як правило, між хвилеводами, що з'єднуються, штучно вводять в

розгляд «віртуальний» хвилевід нульової довжини так, щоб утворені нові зчленування задовольняли вимогу застосовності МЧО. Однак такий підхід вимагає обернення трьох матриць, що призводить до додаткових витрат часу. У даній роботі досліджено можливість застосування узагальнення МЧО на випадок зчленування хвилеводів з перерізами, що накладаються. Цей підхід приводить до системи лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду. Доведено еквівалентність двох підходів. При цьому розглянутий підхід виявляється ефективнішим традиційного, що вводить в розгляд «віртуальний» хвилевід. Результати, отримані в даній роботі, дозволять підвищити ефективність автоматизованих систем проектування хвилевідних вузлів, заснованих на МЧО.

**Ключові слова:** електродинамічне складання, хвилевідні компоненти, метод часткових областей, система першого роду.