

**В. Л. Пазынин**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: pazynin@ire.kharkov.ua*

**О ВОЗМОЖНОСТИ СТРОГОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОМПРЕССИИ  
ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫХ ИМПУЛЬСОВ В ПОЛЫХ РЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДАХ**

С помощью строгих транспортных операторов во временной области исследована возможность точного определения законов амплитудной и частотной модуляции электромагнитных импульсов, предназначенных для компрессии в отрезках полых регулярных волноводов. В рамках проведенного численного эксперимента продемонстрировано сжатие входного импульса более чем в 100 раз на длине отрезка плоскопараллельного волновода, равной 2 500 его высот. Ил. 4. Библиогр.: 14 назв.

**Ключевые слова:** радиоимпульс, пассивная компрессия, дисперсия, цилиндрический волновод.

Возможность сжатия частотно-модулированного импульса, распространяющегося в диспергирующей среде или волноведущем тракте, привлекает внимание исследователей достаточно давно [1–5]. Из-за различной скорости распространения частотных составляющих такой импульс, при прохождении через диспергирующий элемент, деформируется, и вполне можно ожидать, что при соблюдении определенных условий, на выходе его длительность сократится, а мощность вырастет. Простота идеи создания такого компрессора мощности весьма привлекательна и сулит получение уникальных характеристик выходного импульса с помощью относительно простых технических средств. Вместе с тем прогресс в данной области исследований за последние 50 лет не демонстрирует существенного роста коэффициента компрессии, т. е. отношения длительностей входного и выходного импульсов. В лучшем случае величина этого коэффициента составляет приблизительно несколько десятков. При этом нет работ, где была бы четко описана методика определения законов частотной и амплитудной модуляции входного сигнала для заданной диспергирующей системы. И если для закона частотной модуляции еще возможно получить его грубую аппроксимацию с помощью так называемого кинематического приближения [6, 7], то проблема определения (даже в грубом приближении) закона амплитудной модуляции остается открытой.

В настоящей работе сделана попытка восполнить этот пробел. С помощью строгих транспортных операторов исследуется трансформация временного профиля частотно-модулированного электромагнитного импульса при его движении вдоль полого регулярного волновода. Строгость используемых расчетных формул гарантирует точность определения искомых законов модуляции и длины волноводного отрезка, на которой будет достигаться максимальный коэффициент компрессии.

Полый цилиндрический волновод является классическим дисперсионным элементом. И хотя его дисперсионные свойства наиболее ярко проявляются лишь вблизи критической частоты рабочей моды, он, тем не менее, может быть использован в реальных компрессорах мощности [3]. В рамках данной работы такая простейшая волноведущая структура выбрана в качестве модельного объекта, для которого проведение основных этапов вычислительного эксперимента представляется наиболее простым и наглядным. Техника определения законов модуляции, развитая в настоящей работе, пригодна и для других более сложных линейных диспергирующих систем.

**Транспортные операторы для регулярного волновода и определение законов модуляции рабочего импульса.** Для полого регулярного волновода с идеально проводящими стенками связь между амплитудой электромагнитной волны  $u_n(z_0, t)$  в сечении  $z_0$  и амплитудой  $u_n(z, t)$  в сечении  $z$  задается следующими операторами [8–11]:

$$\frac{\partial u_n(z, t)}{\partial z} = \mp \frac{\partial u_n(z, t)}{\partial t} \mp \lambda_n \int_0^t u_n(z, \tau) K_1(t - \tau) d\tau; \tag{1}$$

$$u_n(z, t) = \mp \int_0^{t-(z-z_0)} \frac{\partial u_n(z_0, \tau)}{\partial z} K_0(z - z_0, t - \tau) d\tau; \tag{2}$$

$$U(g, z, t) = \sum_n u_n(z, t) \mu_n(g), \tag{3}$$

где  $z$  – продольная ось волновода;  $g$  – координаты, ортогональные оси  $z$ ; верхний знак соответствует волнам, распространяющимся в сторону возрастающих  $z$ , нижний – в сторону убывающих. Здесь и везде далее в работе «время»  $t$  имеет размерность длины – это произведение истинного времени на скорость света в вакууме,

размерность остальных величин определяется системой единиц СИ. Кроме этого,  $K_1(t) = J_1(\lambda_n t)/t$ ,  $K_0(z, t) = J_0(\lambda_n \sqrt{t^2 - z^2})$ ;  $\lambda_n$  – поперечные собственные числа;  $\mu_n(g)$  – система (ортонормированная) поперечных функций волновода;  $J_m(x)$  – функция Бесселя;  $U(g, z, t)$  – любая из поперечных компонент электромагнитного поля.

Операторы (1)–(2) строго следуют из уравнений Максвелла, поэтому их можно использовать без каких-либо ограничений для изучения эволюции импульса произвольной формы при его движении вдоль волновода. Зависимость формул (1)–(2) от сечения волновода определяется только величиной  $\lambda_n$ . Поскольку собственные числа возможно определить – аналитически либо численно – для волновода практически произвольного поперечного сечения, то формулы (1)–(2) оказываются применимыми для очень широкого спектра волноведущих структур.

При практических расчетах основную трудность может составить вычисление свертки. Их вычисление непосредственно по квадратурным формулам потребует выполнения порядка  $O(M^2)$  операций с числами с плавающей запятой, где  $M$  – размер свертываемых массивов. Для решения этой проблемы в работе [12] был предложен алгоритм вычисления таких свертки с помощью быстрого преобразования Фурье, который требует выполнения порядка  $O(M \log M)$  таких операций.

Используем формулы (1)–(2) и численный алгоритм из работы [12] для исследования возможности компрессии частотно-модулированного импульса, распространяющегося в регулярном волноводе. Поскольку операторы (1)–(2) позволяют определять амплитуду волны в сечении  $z$  по известной амплитуде в сечении  $z_0$ , то очевидно, что при замене переменной  $t$  на  $-t$  эти операторы восстановят сигнал  $u_n(z_0, t)$  по сигналу  $u_n(z, t)$  с точностью до обратной замены  $-t$  на  $t$ . Это свойство можно использовать для определения временного профиля входного импульса, по заданному профилю импульса на выходе из регулярного отрезка волновода.

Выберем для определенности плоскопараллельный волновод высотой  $a = 1$  и исследуем трансформацию в нем волны  $TE_1$  ( $n = 1$ ,  $\lambda_1 = \pi$ ). Поставим цель получить на выходе из регулярного фрагмента длиной  $L$  такого волновода электромагнитный импульс, зависимость от времени у которого была бы по возможности наиболее близка к зависимости, описываемой следующей функцией:

$$u_1(0, t) = A \exp\left(-\frac{(t-T)^2}{4\alpha^2}\right) \cos(k_c(t-T)), \quad (4)$$

$$0 \leq t \leq t_{\max},$$

при значениях параметров  $t_{\max} = 5$ ,  $T = 2,5$ ,  $A = 1$ ,  $k_c = 12$ ,  $\alpha = 0,25$ . Временной профиль этого сигнала показан на рис. 1, а. Его амплитудный спектр – на рис. 1, б. Здесь и везде далее в работе спектр  $\tilde{f}(k)$  сигнала  $f(t)$  вычислялся с помощью интегрального преобразования Фурье

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{ikt} dt, \quad (5)$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k) e^{-ikt} dk.$$

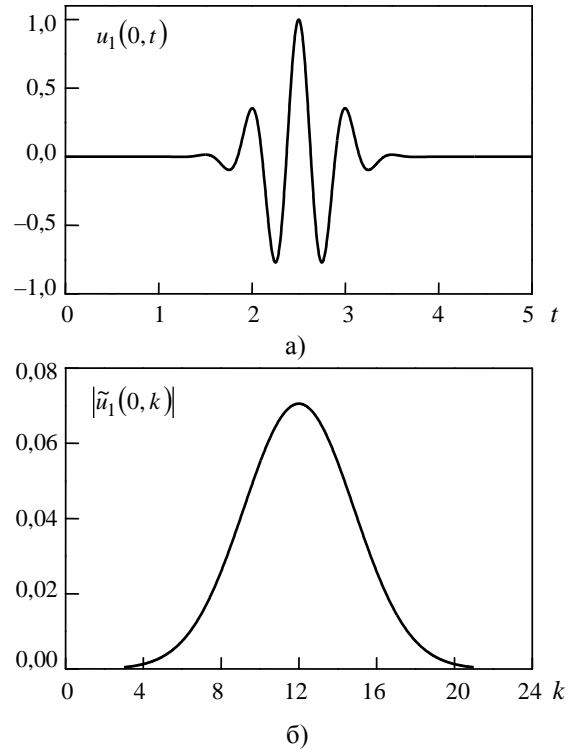


Рис. 1. Временной профиль импульса (а), который требуется получить в результате компрессии и его амплитудный спектр (б)

Рассчитаем теперь по формулам (1)–(2) временной профиль этого импульса на расстоянии  $L = 2500$  от «опорного» сечения  $z_0 = 0$ . Результат – сигнал  $u_1(2500, t + 2500)$  при  $t \leq 500$  – представлен на рис. 2, а. Значениями  $u_1(2500, t + 2500)$  при  $t > 500$  в дальнейших расчетах пренебрежем, полагая их равными 0. Видно, что амплитуда импульса (его максимальное значение) уменьшилась примерно в 10 раз, а его длительность увеличилась более чем в 100 раз. Соответственно, заменив в импульсе  $u_1(2500, t + 2500)$  переменную  $t$  на  $-t$  и

подав его на вход волноводного отрезка длины  $L = 2\,500$ , возможно воспроизвести на выходе этого отрезка исходный сигнал (см. рис. 1, а), достигнув при этом более чем стократного коэффициента компрессии.

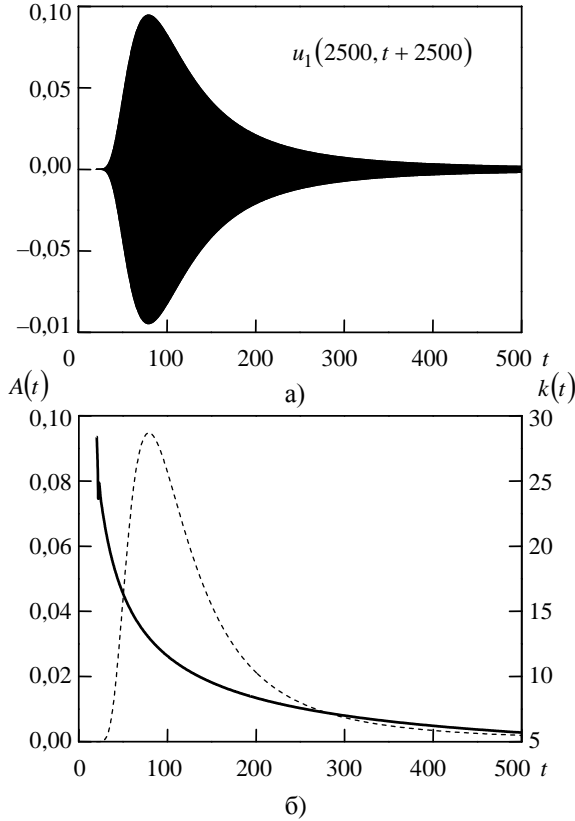


Рис. 2. Импульс (см. рис. 1, а) после прохождения в волноводе расстояния 2 500: а) – временной профиль; б) – рассчитанные для него законы амплитудной (пунктирная линия) и частотной модуляции (сплошная линия)

Однако прежде чем численно моделировать этот эффект сжатия импульса, найдем законы его амплитудной  $A(t)$  и частотной  $k(t)$  модуляции. Зависимость амплитуды от времени установить достаточно просто. Для этого найдем последовательность моментов времени  $t_0, t_1, t_2, \dots$ , при которых заданная функция  $f(t)$  достигает экстремумов. Значения  $|f(t_i)|$  определяют амплитуду  $A$  в моменты времени  $t_i$ . Значения  $A(t)$  для моментов  $t \neq t_i$  найдем с помощью интерполяционных формул. Установить закон частотной модуляции несколько сложнее. Для этого применим оконное преобразование Фурье

$$\tilde{f}(t, k) = \frac{1}{2\pi} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} f(\tau) W\left(\tau - t + \frac{w}{2}\right) e^{ik\tau} d\tau \quad (6)$$

и найдем в каждом окне значение частоты  $k$ , при котором функция  $\tilde{f}(t, k)$  достигает максималь-

ного значения. Найденная таким образом зависимость  $k(t)$  определит изменение во времени мгновенной частоты исходного сигнала. На рис. 2, б представлены рассчитанные законы амплитудной и частотной модуляции для импульса  $u_1(2500, t + 2500)$  (рис. 2, а). При определении  $k(t)$  было использовано окно Хэмминга [13]  $W(t) = 0,54 - 0,46 \cos(2\pi t/w)$  шириной  $w = 8$ . Видно, что закон частотной модуляции является монотонной зависимостью (по крайней мере, для тех времен, когда исходная функция существенно отлична от нуля) и в принципе может быть воспроизведен с помощью генератора с перестраиваемой частотой. То же самое можно сказать и о зависимости  $A(t)$ . Два монотонных участка, из которых она состоит, занимают интервалы времен от 0 до  $\tilde{t} \approx 79,139$  и от этого значения  $\tilde{t}$  до 500. Оба этих временных интервала намного превышают период колебаний поля как на центральной частоте  $k_c = 12$  сигнала (4), так и на самой низкой частоте, которая в пределе является частотой отсечки рабочей моды  $k_1 = \pi$ . Поэтому перестройка амплитуды по такому закону также вполне реализуема в реальных генераторах микроволновых колебаний.

Синтезируем теперь по найденным законам модуляции [14] сигнал

$$u'_n(t) = A(t) \sin\left(\phi_0 + \int_{t_0}^t k(\tau) d\tau\right), \quad 0 \leq t \leq 500, \quad (7)$$

где  $\phi_0$  – фаза сигнала  $u_1(2500, t + 2500)$  в момент времени  $t_0 \approx 20,154$ , равная  $\pi/2$ . Значениями  $u_1(2500, t + 2500)$  при  $t < t_0$  пренебрегаем. Затем по  $u'_n(t)$  – сигнал

$$u''_n(t) = u'_n(500 - t) \quad (8)$$

(рис. 3, а) и подадим его на вход волноводного отрезка длиной  $L = 2\,500$ . На выходе он трансформируется в импульс  $u_1^*(2500, t + 2500)$ , профиль которого представлен на рис. 3, б. Видно, что исходный сигнал (см. рис. 1, а) восстановлен достаточно точно. Небольшие отличия в форме и амплитуде объясняются тем, что мы пренебрегли долгоосциллирующей частью импульса  $u_1(2500, t + 2500)$  при  $t > 500$  (см. рис. 2, а). Такое относительно точное воспроизведение заданного сигнала в заданном поперечном сечении в рамках численного эксперимента можно считать очевидным и ожидаемым. Однако оно стало возможным только благодаря использованию строгих вычислительных формул и алгоритмов. Любая неточность, допущенная при определении временного

профиля импульса либо законов его модуляции, может фатально сказаться на характеристиках всего компрессора мощности.

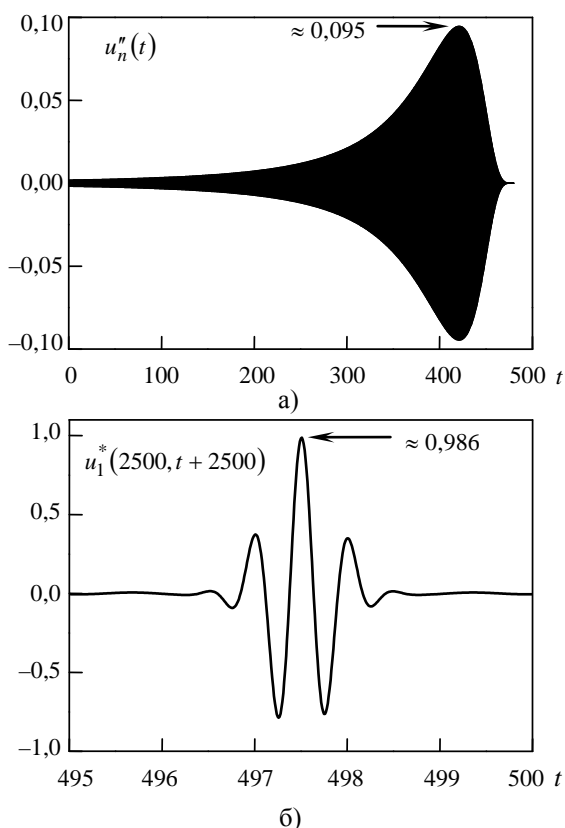


Рис. 3. Импульс, предназначенный для сжатия в отрезке волновода длиной 2 500 (а) и его профиль на выходе из этого отрезка (б)

Вот только один аспект этой проблемы. В работах, посвященных пассивной компрессии, довольно часто [6, 7] основное внимание уделяется только лишь поиску закона частотной модуляции, в то время как закон амплитудной модуляции полагается близким к постоянному (ступенчатому). В рамках рассмотренного в настоящей работе примера компрессии импульса (рис. 3, а) легко показать, что такой подход приводит к неконтролируемому ухудшению характеристик выходного сигнала даже в такой простейшей диспергирующей системе, как регулярный волновод. Для этого изменим закон амплитудной модуляции импульса  $u_1(2500, t + 2500)$  на кусочно-постоянный: пусть  $A(t) = 0,1$  при  $t_0 \leq t \leq 500$ , и  $A(t) = 0$  в противном случае. Закон частотной модуляции оставим тем же (см. рис. 2, б). Синтезируем по формулам (7)–(8) входной импульс и рассчитаем (рис. 4) его профиль на том же расстоянии  $L = 2\,500$  от «опорного» сечения. Видно, что форма выходного сигнала существенно изменилась.

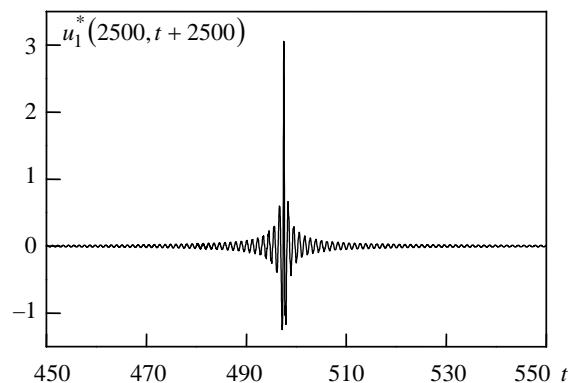


Рис. 4. Импульс, полученный в результате компрессии входного сигнала с прямоугольной огибающей

Хотя формально его амплитуда увеличилась приблизительно в 3 раза, – вследствие того что увеличилась энергия, заключенная во входном импульсе, – его длительность выросла, а часть энергии, заключенной в главной полуволне (с наибольшей амплитудой) перераспределилась между всеми остальными. Если в импульсе, представленном на рис. 3, б имеется всего 13 полуволн с амплитудой, превышающей 0,005 значения главного максимума, то в импульсе, представленном на рис. 4, таких полуволн уже больше 160. Таким образом, даже при известном и строго установленном законе частотной модуляции произвольное изменение закона амплитудной модуляции входного сигнала приводит к резкому ухудшению характеристик импульса на выходе из компрессора мощности.

**Выводы.** Если временной профиль импульса, распространяющегося в регулярном волноводе с идеально проводящими стенками, известен в некотором «опорном» сечении, то с помощью операторов (1)–(2) он может быть строго рассчитан в любом другом сечении этого волновода. Этот важный теоретический результат был использован в настоящей работе для построения вычислительной схемы определения законов амплитудной и частотной модуляции электромагнитного импульса, предназначенного для компрессии в отрезке полого регулярного волновода. Для однозначного определения этих законов достаточно задать временной профиль импульса, который должен получиться в результате компрессии, и длину волноводного отрезка. Проведенный численный эксперимент показал принципиальную возможность построения компрессора мощности из отрезка плоскопараллельного волновода длиной, равной 2 500 его высот, обеспечивающего коэффициент сжатия входного импульса более 100.

Библиографический список

1. Ramp H. O. Principles of pulse compression / H. O. Ramp, E. R. Wingrove // IRE Transaction on military electronics. – 1961. – MIL-5, iss. 2. – P. 109–116.
2. Bongianni W. L. Ultrawide bandwidth pulse compression in YIG / W. L. Bongianni, J. V. Harrington // Proc. of the IEEE. – 1966. – 54, iss. 8. – P. 1074–1075.
3. Bromley R. A. Use of a waveguide dispersive line in an f.m. pulse-compression system / R. A. Bromley, B. E. Callan // Proc. of the IEEE. – 1967. – 114, iss. 9. – P. 1213–1218.
4. Gökgör H. S. Circular  $TE_{01}$  periodic waveguide as delay line for pulse compression / H. S. Gökgör, B. Minakovic // Electronics letters. – 1971. – 7, iss. 20. – P. 607–608.
5. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов / Я. Д. Ширман. – М.: Сов. радио, 1974. – 360 с.
6. Метод достижения мультигигаваттной пиковой мощности путем компрессии импульсов СВЧ излучения релятивистской лампы обратной волны в винтовом волноводе / В. Л. Братман, Г. Г. Денисов, С. В. Самсонов и др. // Изв. вузов. Радиофизика. – 2007. – 50, № 1. – С. 40–53.
7. Мишакин С. В. Оптимизация компрессии частотно-модулированных импульсов в секционированном волноводе с винтовой гофрировкой поверхности / С. В. Мишакин, С. В. Самсонов // Журн. техн. физики. – 2009. – 79, вып. 11. – С. 93–101.
8. Майков А. Р. Разностная схема для нестационарных уравнений Максвелла в волноводных системах / А. Р. Майков, А. Г. Свешников, С. А. Якунин // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1986. – 26, № 6. – С. 851–863.
9. Сиренко Ю. К. Новые методы динамической линейной теории открытых волноводных резонаторов / Ю. К. Сиренко, В. П. Шестопалов, Н. П. Яшина // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1997. – 37, № 7. – С. 869–877.
10. Sirenko Yu. K. Time domain theory of open waveguide resonators: canonical problems and generalized matrix technique / Yu. K. Sirenko, N. P. Yashina // Radio science. – 2003. – 38, N 2. – P. VIC 26-1–VIC 26-12.
11. Кравченко В. Ф. Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами / В. Ф. Кравченко, Ю. К. Сиренко, К. Ю. Сиренко. – М.: Физматлит, 2011. – 320 с.
12. An FFT-accelerated FDTD scheme with exact absorbing conditions for characterizing axially symmetric resonant structures / K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci // Progress in electromagnetics research. – 2011. – 111. – P. 331–364.
13. Марпл.-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл.-мл.; пер. с англ. под ред. Т. Г. Хохловой. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
14. Саусворт Дж. К. Принципы и применения волноводной передачи / Дж. К. Саусворт; пер. с англ. под ред. В. И. Сушкевича. – М.: Сов. радио, 1955. – 700 с.

Рукопись поступила 10.07.2012.

V. L. Pazynin

ON RIGOROUS SIMULATION OF FREQUENCY-MODULATED PULSES COMPRESSION IN THE HOLLOW REGULAR WAVEGUIDES

The possibility of exact determination of the laws of the amplitude and frequency modulation of electromagnetic pulses for compression in segments of hollow regular waveguides are investigated with the rigorous transport operators in time domain. The compression of incoming pulse by more than 100 times at the length of plane-parallel waveguide segment equal to its 2 500 heights is demonstrated within performed numerical experiment.

**Key words:** radio pulse, passive compression, dispersion, cylindrical waveguide.

В. Л. Пазынин

ПРО МОЖЛИВІСТЬ СТРОГОГО МОДЕЛЮВАННЯ КОМПРЕСІЇ ЧАСТОТНО-МОДУЛЬОВАНИХ ІМПУЛЬСІВ В ПОРОЖНИСТИХ РЕГУЛЯРНИХ ХВИЛЕВОДАХ

За допомогою строгих транспортних операторів у часовій області досліджено можливість точного визначення законів амплітудної та частотної модуляції електромагнітних імпульсів, призначених для компресії у відрізках порожнистих регулярних хвилеводів. У рамках проведеного числового експерименту продемонстровано стиснення вхідного імпульсу більш ніж у 100 разів на відрізьку плоскопаралельного хвилеводу довжиною, що дорівнює 2 500 його висот.

**Ключові слова:** радіоімпульс, пасивна компресія, дисперсія, циліндричний хвилевод.