РАДІОФІЗИКА ТВЕРДОГО ТІЛА ТА ПЛАЗМИ

УДК 621.315.592–539.922.924

С. И. Ханкина, В. М. Яковенко, И. В. Яковенко*

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ДИАПАЗОНА В ПЛАЗМОПОДОБНЫХ СРЕДАХ, СОДЕРЖАЩИХ ПОТОКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: yavm@ire.kharkov.ua

**Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт «Молния»*
Министерства образования и науки Украины
47, ул. Шевченко, Харьков, 61013, Украина

В кинетическом приближении рассмотрено взаимодействие заряженных частиц с поверхностными плазмонами в структуре полупроводник-диэлектрик (вакуум). Учитывается влияние потенциального барьера, существующего на границе сред, на это взаимодействие. Найден инкремент неустойчивости поверхностных плазмонов. Показано, что наличие потенциального барьера приводит к его уменьшению. Библиогр.: 5 назв.

Ключевые слова: поток заряженных частиц, плазмоподобная среда, потенциальный барьер, неустойчивость.

Освоение терагерцевого диапазона является одной из актуальных проблем современной радиофизики. Этот диапазон еще мало изучен, но важен для разных областей не только физики, но и биологии, радиоастрономии, медицины, а также для радиолокации, радионавигации, связи и других технических приложений.

В плазмоподобных ограниченных средах (пленках, низкоразмерных системах, структурах типа металл-диэлектрик-полупроводник и других) спектры собственных электромагнитных колебаний находятся именно в этом диапазоне. При прохождении через такие среды направленных потоков заряженных частиц могут развиваться неустойчивости собственных колебаний, представляющие интерес в связи с поиском новых принципов генерирования и усиления электромагнитных волн.

В ряде работ [1, 2] была показана возможность такого рода усиления. В его основе лежит эффект переходного излучения, при котором поля, создаваемые частицами, возбуждают на границе поля излучения. Поскольку преобразование полей происходит на границе, то для создания неустойчивых состояний наиболее перспективными являются поверхностные плазмоны, так как они «привязаны» к границе. Можно ожидать, что при прохождении потока заряженных частиц будет осуществляться процесс преобразования кинетической энергии частиц в энергию поверхностных колебаний. Разумеется, должен происходить и обратный процесс – поверхностные колебания отдают энергию частицам пучка. Неустойчивость возникает в том случае, когда процесс излучения превалирует над процессом поглощения.

Взаимодействие заряженных частиц с полем поверхностных плазмонов можно описывать разными способами. Если заданы амплитуда и фаза поля поверхностного плазмона (вектор-потенциал), то это взаимодействие рассматривается как процесс рассеяния электронов на потенциале поверхностного плазмона. Тогда из уравнений Максвелла, уравнения Шредингера и граничных условий находится изменение амплитуды потенциала поверхностного плазмона, т. е. декремент или инкремент колебания. Это – детерминированный процесс [2].

С другой стороны, взаимодействие заряженных частиц с полем поверхностных колебаний можно рассматривать как процесс случайных столкновений фермионов (электронов) и бозонов (в данном случае поверхностных плазмонов) и описывать изменение числа поверхностных плазмонов с помощью кинетического уравнения [1]. Однако в работе [1] не учитывался потенциальный барьер, существующий на границе раздела сред.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния потенциального барьера, имеющего форму ступеньки, на взаимодействие заряженных частиц с поверхностными плазмонами. При этом используется кинетическое уравнение для поверхностных плазмонов.

1. Поверхностные плазмоны. Известно, что на границе двух сред, диэлектрическая проницаемость одной из которых является отрицательной величиной, могут существовать поверхностные электромагнитные волны – поверхностные поляритоны [3]. Для нахождения их закона дисперсии используются уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t},\ \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t},\ \operatorname{div}\vec{D} = 0, \quad (1)$$

где вектор электрической индукции $\vec{D}(\vec{r},t)$ связан с электрическим полем материальным уравнением

$$\vec{D}(\vec{r},t)=\int_{-\infty}^{t}\hat{\varepsilon}(t-t')\vec{E}(\vec{r},t')dt'. \quad (2)$$

На границе раздела сред должны выполняться условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей (или нормальной составляющей $\vec{D}$).

Если выбрать систему отсчета таким образом, что ось y направлена перпендикулярно поверхности раздела сред, а оси x и z – вдоль границы, то $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{D}$ можно представить в виде набора пространственно-временных гармоник. Например,

$$\vec{E}(\vec{r},t)= \\ =\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\vec{E}(\omega,\vec{q})\exp[i(\vec{q}r-\omega t)]d\omega\, dq_x dq_z, \quad (3)$$

где ω – частота; $\vec{q}$ – волновой вектор электромагнитного поля.

Тогда фурье-компонента вектора индукции $\vec{D}(\omega,\vec{q})$ связывается с полем $\vec{E}(\omega,\vec{q})$ соотношением $\vec{D}(\omega,\vec{q})=\varepsilon(\omega)\vec{E}(\omega,\vec{q})$, где $\varepsilon(\omega)=\int_0^{\infty}\hat{\varepsilon}(\tau)\exp(i\omega\tau)d\tau$ – диэлектрическая проницаемость. Из уравнений Максвелла следует, что $q_y^2=\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega)-q_x^2-q_z^2$.

Предположим, что в области $y<0$ (среда «1») находится полупроводник с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1=\varepsilon(\omega)=\varepsilon_0-\frac{\omega_0^2}{\omega(\omega+i\nu)}$, где ε_0 – диэлектрическая постоянная кристаллической решетки, ω_0 – плазменная частота электронов проводимости, ν – частота их столкновений. Область $y>0$ занимает диэлектрик (вакуум) – среда «2» с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_2=\varepsilon_d$, не зависящей от частоты.

Воспользовавшись для полей граничными условиями при $y=0$ и условиями излучения при $y=\pm\infty$, получим закон дисперсии поверхностных поляритонов

$$\frac{\varepsilon_1}{q_{y_1}}=\frac{\varepsilon_2}{q_{y_2}}, \quad (4)$$

где $\operatorname{Im}q_{y_1}<0,\ \operatorname{Im}q_{y_2}>0.$

Соотношение (4) можно переписать в виде $q_x^2+q_z^2=\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}$, где $\varepsilon_1<0$, $\varepsilon_2>0$, $(\varepsilon_1+\varepsilon_2)<0$. Отсюда можно найти частоту как функцию составляющих волновых векторов q_x, q_y, т. е. $\omega_q=\omega(q)$. Если пренебречь эффектом запаздывания ($c\to\infty$), тогда выражение (4), в котором $q_{y1}=-i\kappa$, $q_{y2}=i\kappa$, где $\kappa=\left(q_x^2+q_z^2\right)^{1/2}$, приобретает вид

$$\varepsilon_1+\varepsilon_2=0. \quad (5)$$

Подставляя сюда значение ε_1 и ε_2, находим собственную частоту и затухание поверхностных колебаний $\omega_q=\omega_q'+i\omega_q''$, где $\omega_q'=\pm\frac{\omega_0}{(\varepsilon_0+\varepsilon_d)^{1/2}}$; $\omega_q''=-\frac{\nu}{2}$; $\omega_q'\gg\nu$. Если учесть конечную скорость света, то можно получить добавку к частоте. Она пропорциональна $1/\kappa^2$. Такие колебания называются поверхностными плазмонами. В дальнейшем частотой столкновений пренебрегаем и будем считать $\omega_q'=\omega_q$.

2. Взаимодействие поверхностных поляритонов с потоком частиц в отсутствие барьера. Поверхностные поляритоны можно возбудить заряженной частицей, пересекающей границу раздела сред (переходное излучение). Такая задача была решена для классического [4] и квантового [5] случаев, когда движение частицы описывается уравнением Шредингера.

Если же границу пересекает поток заряженных частиц, то под их действием происходит изменение числа поверхностных поляритонов (плазмонов), которое описывается кинетическим уравнением следующего типа:

$$\frac{\partial N_q}{\partial t}=\frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{k},\vec{k}'}\left|W_{\vec{k},\vec{q},\vec{k}'}\right|^2\times \\ \times\left[\left(N_{\vec{q}}+1\right)n_{\vec{k}}\left(1-n_{\vec{k}'}\right)-N_{\vec{q}}n_{\vec{k}'}\left(1-n_{\vec{k}}\right)\right]\times \\ \times\delta\left(E_k-E_{k'}-\hbar\omega q\right). \quad (6)$$

Здесь N_q – число плазмонов в состоянии с энергией $\hbar\omega_q$ и волновым вектором $\vec{q}$; $n_{\vec{k}}$ и $n_{\vec{k}'}$ – число электронов с энергией $E_{\vec{k}}=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$, $E_{\vec{k}'}=\frac{\hbar^2k'^2}{2m}$ в состояниях, соответственно, с волновыми векторами $\vec{k}$ и $\vec{k}'$; $W_{\vec{k},\vec{q},\vec{k}'}$ – матричный элемент гамильтониана взаимодействия электронов и плазмонов. Квадрат матричного элемента определяет вероятность перехода электрона из состояния с волновым вектором $\vec{k}$ в состояние $\vec{k}'$ с излучением или поглощением поверхностного плазмона с энергией $\hbar\omega_q$ и волновым вектором $\vec{q}$. При таких переходах выполняются законы сохранения энергии и тангенциальных составляющих волновых векторов $\vec{k}$, $\vec{k}'$ и $\vec{q}$. Для нормальных составляющих волновых векторов закон сохранения не выполняется в силу неоднородности системы. В дальнейшем предполагаем $\left|\vec{k}\right|,\left|\vec{k}'\right| \gg q$. Другими словами, длина волны де Бройля мала по сравнению с областью локализации поверхностного плазмона.

В отличие от работы [1], где матричный элемент находится методом вторичного квантования энергии взаимодействия электромагнитного поля с заряженной частицей, его определяем более простым способом. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии электромагнитного поля при его взаимодействии с заряженной частицей, пересекающей границу раздела двух сред. Закон сохранения энергии имеет вид

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\int \vec{j}\vec{E}\, d\vec{r}, \tag{7}$$

где $\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi}\int\left(\vec{H}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} + \vec{E}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)d\vec{r}$ – энергия электромагнитного поля поверхностной волны; $\vec{j}$ – плотность тока, создаваемого частицей; интегрирование проводится по всему пространству.

Если потенциальный барьер отсутствует, то плотность тока $\vec{j} = \left(0, j_y, 0\right)$ равна

$$j_y = ev_1\delta(x)\delta(z)\delta(y - v_1 t). \tag{8}$$

Здесь e – заряд; v_1 – скорость частицы. Частица движется из области $y<0$ в область $y>0$.

Принимая во внимание выражение (3), получим

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -ev_1 \times$$
$$\times \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(E_{y_1}\exp\left(iq_{y_1}v_1 t\right) + E_{y_2}\exp\left(iq_{y_2}v_1 t\right)\right)\times \tag{9}$$
$$\times \exp\left(-i\omega t\right)d\omega\, dq_x dq_z.$$

Следует отметить, что величина $ev_1 E_{y_1}\Big|_{\substack{x=0\\ z=0\\ y=v_1 t}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{mv_1^2}{2}\right)$ определяет потери энергии частицы в единицу времени, обусловленную возбуждением поверхностных поляритонов, т. е. их спонтанное излучение. Учитывая, что скорость частицы мала по сравнению со скоростью света, считаем, что электростатическое приближение $(c \to \infty)$ является вполне оправданным.

В отличие от эффекта Вавилова-Черенкова, выражение (9) зависит от времени, поскольку поле локализовано вблизи границы. Поэтому для дальнейших вычислений его необходимо усреднить по времени пролета частицей пространства ее взаимодействия с полем поверхностного плазмона. Проводя усреднение и переходя от интегрирования по $dq_x dq_z$ к суммированию, получим

$$\left\langle\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right\rangle = -\frac{(2\pi)^2 ev_1^2}{SL}\times$$
$$\times \sum_{q_x q_z}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{E_{y_1}(\omega,q)}{\kappa v_1 - i\omega} + \frac{E_{y_2}(\omega,q)}{\kappa v_1 + i\omega}\right]d\omega. \tag{10}$$

Здесь S – площадь поверхности раздела; L – длина всей системы вдоль оси y. Фурье-компоненты E_{y_1} и E_{y_2} являются решениями уравнений $\operatorname{rot}\vec{E} = 0$, $\operatorname{div}\vec{D} = 0$. Из граничных условий они выражаются через поля, создаваемые частицей в каждой из сред ($\operatorname{rot}\vec{E} = 0$, $\operatorname{div}\vec{D} = 4\pi\, e\delta(\vec{r} - \vec{v}t)$) и имеют вид

$$E_{y_1}(\omega,q) = \frac{e\kappa v_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{2\pi^2\varepsilon_1(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\left(\omega^2 + \kappa^2 v_1^2\right)},$$
$$E_{y_2}(\omega,q) = \frac{e\kappa v_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{2\pi^2\varepsilon_2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\left(\omega^2 + \kappa^2 v_1^2\right)}. \tag{11}$$

Принимая во внимание полюса подынтегрального выражения $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$, из формулы (10) получим

$$\left\langle\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right\rangle = \frac{2\pi\, e^2 v_1^3}{SL(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)}\sum_{q_x q_z}\frac{\kappa}{\omega_q^2 + \kappa^2 v_1^2}. \tag{12}$$

Из соотношения $\left\langle\frac{d\mathcal{E}}{dt}\right\rangle = \sum_q \hbar\omega_q\frac{\partial N_q}{\partial t}$ следует, что

$$\hbar\omega_q\frac{\partial N_q}{\partial t} = \frac{2\pi\, e^2\kappa v_1^3}{SL(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\left(\omega_q^2 + \kappa^2 v_1^2\right)}. \tag{13}$$

С другой стороны, из кинетического уравнения (6) при $N_q \ll 1$, $n_k = n_{k'} = 1$ имеем

$$\hbar\omega_q\frac{\partial N_q}{\partial t} = 2\pi\omega_q \times$$
$$\times \sum_{k'_y}\left|W_{k_1 q k'}\right|^2\delta\left(E_{k_1} - E_{k'} - \hbar\omega_q\right). \tag{14}$$

В этой формуле заменим суммирование по k'_y на интегрирование $\left(\sum_{k'_y} \to \frac{L dk'_y}{2\pi}\right)$. Тогда получим

$$\frac{\partial N_q}{\partial t}=\frac{L\left|W_{k_1qk'}\right|^2}{2\hbar^2 v_1}. \qquad (15)$$

Подставляя (15) в выражение (13), находим квадрат матричного элемента.

$$\left|W_{k_1qk'}\right|^2=\frac{4\pi\, e^2\hbar\kappa v_1^4}{SL^2(\varepsilon_0+\varepsilon_d)\omega_q^3}, \qquad (16)$$

где $\omega_q^2 \gg \kappa^2 v_1^2$.

Если границу раздела сред пересекает поток заряженных частиц, движущихся со скоростью v_1, то, зная матричный элемент, можно найти инкремент (декремент) поверхностных плазмонов в результате процессов их индуцированного излучения и поглощения электронами $(N_q \gg 1)$. В этом случае инкремент поверхностного плазмона равен следующему выражению:

$$\gamma=\frac{1}{N_q}\frac{\partial N_q}{\partial t}=\frac{2\pi}{\hbar}\times$$
$$\times\sum_{\vec{k},\vec{k}'}\left|W_{\vec{k}_1\vec{q}\vec{k}}\right|^2\left(n_{\vec{k}_1}-n_{\vec{k}'}\right)\delta\left(E_{k_1}-E_{k'}-\hbar\omega_q\right). \qquad (17)$$

Для моноэнергетического потока, когда тепловым разбросом частиц по энергиям можно пренебречь ($\hbar\omega_q \gg T$, где T – температура), $n_{k_1}=n_{0b}V$ (n_{0b} – плотность электронов пучка) и выражение для инкремента γ приобретает вид

$$\gamma=\frac{2\pi}{\hbar}\left|W_{\vec{k}_1\vec{q}\vec{k}'}\right|^2 n_{0b}V\times$$
$$\times\sum_{k_y'}\left[\delta\left(E_{k_1}-E_{k'}-\hbar\omega_q\right)-\delta\left(E_{k'}-E_{k_1}-\hbar\omega_q\right)\right]. \qquad (18)$$

Первое слагаемое описывает вероятность излучения поверхностных плазмонов при переходе электронов из состояния k_1 в состояние $k_-=\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left(E_{k_1}-\hbar\omega\right)}$, второе – вероятность их поглощения при переходе из состояния k_1 в состояние $k_+=\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left(E_{k_1}+\hbar\omega\right)}$.

Перейдем от суммирования по k_y' к интегрированию. Тогда

$$\gamma=\frac{2m\left|W_{\vec{k}_1\vec{q}\vec{k}'}\right|^2 n_{0b}VL}{\hbar^3}\left(\frac{1}{k_-}-\frac{1}{k_+}\right). \qquad (19)$$

Если $k_1^2 \gg \frac{2m}{\hbar}\omega_q$, то, подставив в (19) значение матричного элемента (16), получим

$$\gamma_0=\frac{4\omega_b^2\kappa v_1}{\omega_0^2}, \qquad (20)$$

где $\omega_b^2=\frac{4\pi e^2 n_{0b}}{m(\varepsilon_0+\varepsilon_d)}$.

Можно показать, что если тепловой разброс энергии потока частиц превосходит энергию плазмона ($T \gg \hbar\omega_q$), то амплитуда поверхностных плазмонов затухает. Действительно, в этом случае имеем

$$\gamma=\frac{1}{N_q}\frac{\partial N_q}{\partial t}=\frac{L^4}{(2\pi)^3\hbar}\int d\vec{k}dk_y'\left|W_{kqk'}\right|^2\times$$
$$\times\left(n_k-n_{k'}\right)\delta\left(E_k-E_{k'}-\hbar\omega_q\right).$$

После интегрирования по dk_y' $n_{k'}$ можно представить в виде $n_{k'}=n_k-\frac{\omega}{v_y}\frac{\partial n_k}{\partial k_y}$. Тогда получим $n_k-n_{k'}=\frac{\omega}{v_y}\frac{\partial n_k}{\partial k_y}$. Если функция распределения электронов по импульсам в пучке имеет вид $f(\vec{p})=n_{0b}\delta(p_x)\delta(p_y-p_1)\delta(p_z)$, где $f(\vec{p})=(2\pi\hbar)^3 n_k$, n_{0b} – плотность электронов в пучке, $v_1=\frac{p_1}{m}$ – их направленная скорость вдоль оси y, то после интегрирования по $d\vec{k}$ имеем $\gamma=-\gamma_0$.

3. Взаимодействие заряженных частиц и поверхностных плазмонов в присутствии потенциального барьера. Учтем влияние потенциального барьера высотой U_0 на границе сред ($U(y)=0$ при $y<0$, $U(y)=U_0$ при $y>0$) на движение заряженной частицы. Методика определения матричного элемента взаимодействия заряженной частицы с полем поверхностного плазмона аналогична изложенной в разд. 2. Введем волновую функцию частицы $\psi(\vec{r},t)$. Тогда плотность вероятности нахождения частицы в точке $\vec{r}$ в момент времени t равна $n(\vec{r},t)=\psi(\vec{r},t)\psi^*(\vec{r},t)$. В отсутствие барьера волновую функцию можно представить в виде бесконечного набора плоских волн $\psi(\vec{r},t)=\sum_{\vec{k}}C_k\exp\left[i\left(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t\right)\right]$, где $\vec{k}$ – волновой вектор частицы, $E_k=\hbar\omega_k=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$ – ее энергия, C_k – амплитуда, определяемая из условия нормировки

$$\int n(\vec{r},t)\,d\,\vec{r}=1. \qquad (21)$$

Из этого условия следует, что $C_k=1/\sqrt{V}$, где V – объем системы. Связь энергии частицы с волновым вектором определяется из уравнения Шредингера. Легко убедиться, что в классическом пределе, когда частица представляет собой волновой пакет $\left|\vec{k}_1-\vec{k}'\right| << \left|\vec{k}_1\right|$, движущийся с заданной скоростью $v_1=\dfrac{\hbar k_1}{m}$, то плотность $n(\vec{r},t)$ приобретает вид $n(\vec{r},t)=\delta(x)\delta(y-v_1t)\delta(z)$. Если имеется барьер, то в этом случае волна с энергией E_1, волновым вектором $\vec{k}_1$ и амплитудой C_{k_1}, проходя над барьером $E_{k_1}>U_0$, испытывает отражение. Амплитуды падающей C_{k_1}, отраженной $a_{k_1}C_{k_1}$ и прошедшей $b_{k_1}C_{k_1}$ волн связаны между собой условием равенства волновых функций и их производных по нормали на плоскости $y=0$ соотношениями $a_{k_1}=\dfrac{k_1-k_2}{k_1+k_2}$, $b_{k_1}=\dfrac{2k_1}{k_1+k_2}$, где $k_2=\left[\dfrac{2m}{\hbar^2}\left(E_{k_1}-U_0\right)\right]$.

Плотности вероятности падающей n_1, отраженной n_{-1} и прошедшей n_2 волн с соответствующими волновыми векторами имеют вид

$$n_1(\vec{r},t)=\psi_1(\vec{r},t)\psi_1^*(\vec{r},t),$$

$$n_2(\vec{r},t)=\psi_2(\vec{r},t)\psi_2^*(\vec{r},t),$$

где

$$\psi_1(\vec{r},t)=\sum_{\vec{k}}C_k\exp\left[i\left(\vec{k}\vec{r}-\omega_k t\right)\right],$$

$$\psi_{-1}(\vec{r},t)=\sum_{\vec{k}}C_k a_k\exp\left[-i\left(\vec{k}\vec{r}+\omega_k t\right)\right],$$

$$\psi_2(\vec{r},t)=\sum_{\vec{k}}C_k b_k\exp\left[i\left(\vec{k}_2\vec{r}-\omega_k t\right)\right].$$

При этом должно выполняться условие нормировки:

$$\int\limits_{-\infty<y<0} n_1 d\vec{r}+\int\limits_{-\infty<y<0} n_{-1} d\vec{r}+\int\limits_{0<y<\infty} n_2 d\vec{r}=1. \tag{22}$$

Из (22) следует, что $\left|C_k\right|^2=\dfrac{2}{V\Delta}$, где $\Delta=1+a_k^2+b_k^2$. В отсутствие барьера $\Delta=2$.

Для волнового пакета получим

$$n_1(\vec{r},t)=\frac{2}{\Delta}\delta(x)\delta(y-v_1t)\delta(z),$$

$$n_{-1}(\vec{r},t)=\frac{2}{\Delta}a_{k_1}^2\delta(x)\delta(y+v_1t)\delta(z),$$

$$n_2(\vec{r},t)=\frac{2}{\Delta}b_{k_1}^2\delta(x)\delta(y-v_2t)\delta(z).$$

В этом случае уравнения электростатики имеют вид:

– в среде «1» $y<0$

$$\operatorname{rot}\vec{E}_1=0,\qquad \operatorname{div}\vec{D}_1=4\pi e\left(n_1+n_{-1}\right), \tag{23}$$

– в среде «2» $y>0$

$$\operatorname{rot}\vec{E}_2=0,\qquad \operatorname{div}\vec{D}_2=4\pi e n_2.$$

Здесь

$$\begin{aligned}
n_1(\vec{r},t)&=\frac{1}{4\pi^3 v_1\Delta}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left[i\left(q_x x+q_z z+\frac{\omega}{v_1}y-\omega t\right)\right]d\omega\, dq_x dq_z,\\
n_{-1}(\vec{r},t)&=\frac{a_{k_1}^2}{4\pi^3 v_1\Delta}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left[i\left(q_x x+q_z z-\frac{\omega}{v_1}y-\omega t\right)\right]d\omega\, dq_x dq_z,\\
n_2(\vec{r},t)&=\frac{b_{k_1}^2}{4\pi^3 v_2\Delta}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\exp\left[i\left(q_x x+q_z z+\frac{\omega}{v_2}y-\omega t\right)\right]d\omega\, dq_x dq_z.
\end{aligned} \tag{24}$$

В результате решения уравнений (23) с граничными условиями при $y=0$ и $y=\pm\infty$ найдем следующее выражение для нормальных фурье-компонент электрического поля:

$$E_{y_1}(\omega,q)=-\kappa\varphi_1\exp(\kappa y),$$

$$E_{y_2}(\omega,q)=\kappa\varphi_2\exp(-\kappa y),$$

где

$$\begin{aligned}
\varphi_1&=\frac{e}{\pi^2\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\Delta}\left[i\frac{\omega}{\kappa}\left(a_{k_1}^2-1\right)-v_1\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\left(a_{k_1}^2+1\right)+b_{k_1}^2\left(i\frac{\omega}{\kappa}+v_2\right)\right],\\
\varphi_2&=\frac{e}{\pi^2\omega^2(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\Delta}\left[a_{k_1}^2\left(v_1+i\frac{\omega}{\kappa}\right)+v_1-i\frac{\omega}{\kappa}\right]+b_{k_1}^2\left(i\frac{\omega}{\kappa}-v_2\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right).
\end{aligned} \tag{25}$$

Заметим, что при отсутствии потенциального барьера ($v_1 = v_2$, $a_{k_1} = 0$, $b_{k_1} = 1$) выражения (25) для $E_{y_1}(\omega, q)$ и $E_{y_2}(\omega, q)$ совпадают с формулами (11). Изменение энергии электромагнитного поля в результате его взаимодействия с заряженной частицей вычисляется по формуле (7), в которой

$$j_y = \frac{2e}{\Delta}\delta(x)\delta(z)\times \times\left[v_1\delta(y - v_1 t) - v_1 a_{k_1}^2 \delta(y + v_1 t) + + v_2 b_{k_1}^2 \delta(y - v_2 t)\right] \quad (26)$$

и фурье-компоненты электрического поля имеют вид (25).

После ряда вычислений, аналогичных проведенным в разд. 2, получим

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}_q}{dt}\right\rangle = \left\langle \frac{d\mathcal{E}_q^{(1)}}{dt}\right\rangle + \left\langle \frac{d\mathcal{E}_q^{(-1)}}{dt}\right\rangle + \left\langle \frac{d\mathcal{E}_q^{(2)}}{dt}\right\rangle, \quad (27)$$

где

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}_q^{(1)}}{dt}\right\rangle = \frac{8\pi e^2 \kappa v_1^2}{SL(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^2 \Delta^2}\left[2a_{k_1}^2 v_1 + b_{k_1}^2 (v_1 + v_2)\right],$$

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}_q^{(-1)}}{dt}\right\rangle = \frac{8\pi e^2 \kappa v_1^2 a_{k_1}^2}{SL(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^2 \Delta^2}\left[2v_1 - b_{k_1}^2 (v_1 - v_2)\right],$$

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}_q^{(2)}}{dt}\right\rangle = \frac{8\pi e^2 \kappa v_2^2 b_{k_1}^2}{SL(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^2 \Delta^2}\left[a_{k_1}^2 (v_1 - v_2) + v_1 + v_2\right].$$

Для спонтанного излучения частицей поверхностного плазмона из кинетического уравнения получим

$$\hbar\omega_q \frac{\partial N_q}{\partial t} = \frac{2L\omega_q}{\hbar\Delta}\times \times\left[\frac{\left|W_{k_1 qk'}^{(1)}\right|^2}{v_1} + \frac{a_{k_1}^2\left|W_{k_1 qk'}^{(-1)}\right|^2}{v_1} + \frac{b_{k_1}^2\left|W_{k_2 qk'}^{(2)}\right|^2}{v_2}\right]. \quad (28)$$

Сравнивая выражения (27) и (28), определим матричные элементы взаимодействия падающей, отраженной и прошедшей электронных волн с полем поверхностного плазмона:

$$\left|W_{k_1 qk'}^{(1)}\right|^2 = \frac{4\pi e^2 \kappa v_1^3 \hbar}{SL^2(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^3 \Delta}\left(2a_{k_1}^2 v_1 + b_{k_1}^2 (v_1 + v_2)\right),$$

$$\left|W_{k_1 qk'}^{(-1)}\right|^2 = \frac{4\pi e^2 \kappa v_1^3 \hbar}{SL^2(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^3 \Delta}\left[2v_1 - b_{k_1}^2 (v_1 - v_2)\right], \quad (29)$$

$$\left|W_{k_2 qk'}^{(2)}\right|^2 = \frac{4\pi e^2 \kappa v_2^3 \hbar}{SL^2(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^3 \Delta}\left[a_{k_1}^2 (v_1 - v_2) + v_1 + v_2\right].$$

В случае отсутствия потенциального барьера все матричные элементы приобретают вид $W_{k_1 qk'} = \left(\dfrac{4\pi e^2 \hbar \kappa v_1^4}{SL^2(\varepsilon_0 + \varepsilon_d)\omega_q^3}\right)^{1/2}$, что совпадает с формулой (16).

Если через границу сред проходит пучок заряженных частиц, то при рассмотрении индуцированных процессов из кинетического уравнения, в котором $N_q \gg 1$ и $n_{k_1} = \dfrac{n_{0b}V}{2}$, получим инкремент нарастания поверхностных плазмонов в следующем виде:

$$\gamma = \frac{1}{N_q}\frac{\partial N_q}{\partial t} = \frac{2\pi n_{0b} V}{\hbar\Delta}\times \times\sum_{k'_y}\left\{\left(\left|W_{k_1 qk'}^{(1)}\right|^2 + a_{k_1}^2\left|W_{k_1 qk'}^{(-1)}\right|^2\right)\times \times\left[\delta\left(E_{k_1} - E_{k'} - \hbar\omega_q\right) - \delta\left(E_{k'} - E_{k_1} - \hbar\omega_q\right)\right] + + b_{k_1}^2\left|W_{k_2 qk'}^{(2)}\right|^2\times \times\left[\delta\left(E_{k_2} - E_{k'} - \hbar\omega_q\right) - \delta\left(E_{k'} - E_{k_2} - \hbar\omega_q\right)\right]\right\}. \quad (30)$$

В (30) перейдем от суммирования по k'_y к интегрированию и подставим значения матричных элементов (29). В результате при $k_{1,2}^2 \gg \dfrac{2m\omega_q}{\hbar}$ γ имеет вид

$$\gamma = \gamma_0 F, \quad (31)$$

где γ_0 – инкремент поверхностного плазмона в отсутствие потенциального барьера (см. (20)).

$$F = 2\frac{2a_{k_1}^2 + b_{k_1}^2\left(1 + \dfrac{k_2}{k_1}\right)}{\Delta^2} = = \frac{2k_1^2 - \beta^2 + 2k_1\left(k_1^2 - \beta^2\right)^{1/2}}{4k_1^2 - \beta^2}.$$

Здесь $\beta^2 = \dfrac{2m}{\hbar^2}U_0$. При $k_1^2 \gg \beta^2$ $F < 1$ и $\gamma < \gamma_0$.

Однако заметим, что в случае бесконечно большого барьера $U_0 \gg E_{k_1}$, когда на границе $y = 0$ выполняется условие равенства волновой функции электрона или ее производной по нормали нулю, инкремент неустойчивости равен γ_0. Ситуация такая же, как в отсутствие барьера, т. е. отраженный от границы поток частиц взаимодействует с полем плазмона так же, как взаимодействует прошедший поток частиц в случае отсутствия барьера. Это результат статистического описания процесса взаимодействия. При динамическом процессе инкремент существенным образом зависит от выбора граничных условий для волновой функции [2] при бесконечно высоком потенциальном барьере.

Выводы. Взаимодействие потока заряженных частиц, пересекающих границу раздела полупроводник-диэлектрик (вакуум), с полем поверхностных колебаний (поверхностных плазмонов) приводит к возникновению неустойчивости последних. Если на границе раздела сред существует потенциальный барьер, высота которого меньше энергии заряженной частицы, то его присутствие уменьшает инкремент неустойчивости поверхностных плазмонов. В случае высокого потенциального барьера $U_0 >> E_{k_1}$ инкремент неустойчивости поверхностных плазмонов такой же, как в отсутствие потенциального барьера.

1. *Яковенко В. М.* Переходное излучение собственных колебаний и их неустойчивость в плазме твердого тела под действием потоков заряженных частиц / В. М. Яковенко, И. В. Яковенко // Укр. физ. журн. – 1984. – 29, № 12. – С. 1830–1836.
2. *Взаимодействие* поверхностных плазмонов с потоком заряженных частиц, пересекающим поверхность между двумя средами / Н. Н. Белецкий, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко, И. В. Яковенко // Журн. техн. физики. – 2010. – 80, № 4. – С. 120–125.
3. *Поверхностные* поляритоны. Электромагнитные волны на поверхности и границе раздела сред / под ред. В. И. Аграновича., Д. Л. Миллса. – М.: Наука, 1985. – 526 с.
4. *Эйдман В. Я.* Излучение поверхностной волны зарядом, проходящим через границу раздела сред / В. Я. Эйдман // Изв. вузов. Радиофизика. – 1965. – 8, № 1. – С. 188–190.
5. *Беленов Э. М.* Излучение поверхностных волн при столкновении электрона с границей металл-диэлектрик / Э. М. Беленов, П. А. Лускинович, А. Г. Соболев // Журн. техн. физики. – 1986. – 56, № 10. – С. 1902–1908.

S. I. Khankina, V. M. Yakovenko,
I. V. Yakovenko

THz SURFACE ELECTROMAGNETIC OSCILLATIONS IN PLASMA-LIKE MEDIA CONTAINING THE FLUXES OF CHARGED PARTICLES

In a kinetic approximation an interaction between the charged particles and surface plasmons in a semiconductor-dielectric (vacuum) structure is considered. The impact of the potential barrier at the interface on this interaction is taken into account. An instability increment of surface plasmons is found. The existence of the potential barrier results in a decreased of increment.

Key words: charged particle flux, plasma-like media, potential barrier, instability.

С. І. Ханкіна, В. М. Яковенко,
І. В. Яковенко

ПОВЕРХНЕВІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ ТЕРАГЕРЦЕВОГО ДІАПАЗОНУ В ПЛАЗМОПОДІБНИХ СЕРЕДОВИЩАХ, ЩО МІСТЯТЬ ПОТОКИ ЗАРЯДЖЕННИХ ЧАСТОК

У кінетичному наближенні розглянуто взаємодію заряджених часток з поверхневими плазмонами в структурі напівпровідник-діелектрик (вакуум). Враховано вплив потенційного бар’єра, що існує на межі середовищ, на цю взаємодію. Знайдено інкремент нестійкості поверхневих плазмонів. Показано, що наявність потенційного бар’єра зменшує інкремент.

Ключові слова: потік заряджених часток, плазмоподібне середовище, потенційний бар’єр, нестійкість.

Рукопись поступила 21.06.10 г.