

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА НВЧ

УДК 537.874.6

В. В. Ячин*, Т. Л. Зиненко, В. К. Киселев

ДИФРАКЦИЯ ТРЕХМЕРНОГО ГАУССОВСКОГО ПУЧКА С КРУГОВОЙ СИММЕТРИЕЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ НА ПРОНИЦАЕМЫХ ЭКРАНАХ

*Радиоастрономический институт НАН Украины
4, ул. Краснознаменная, Харьков, 61002, Украина
E-mail: yachin@rian.kharkov.ua

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

Решена задача рассеяния трехмерного гауссовского пучка, падающего под произвольным углом на двухпериодический магнитодиэлектрический слой. Предложены новые формулы представления рассеянного поля трехмерного гауссовского пучка, позволяющие уменьшить время численных расчетов пространственного распределения поля. Представлены графики, иллюстрирующие применение данных формул к расчету рассеяния наклонно падающего пучка на магнитодиэлектрический слой. Ил. 7. Библиогр.: 17 назв.

Ключевые слова: трехмерный гауссовский пучок, магнитодиэлектрический слой, квазистатический режим.

Для передачи электромагнитной энергии от различного рода высокочастотных источников, гиротронов, ламп обратной волны и так далее применяются квазиоптические линии передачи на основе полых диэлектрических волноводов различного типа [1–3]. В настоящее время существуют технологические возможности для производства различных волноводов с диэлектрическим покрытием стенок, обладающих приемлемыми параметрами передачи энергии в инфракрасном [2, 4], миллиметровом [5], ближнем миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн [6].

Основным типом колебаний в таких волноводах является мода HE_{11} . Хорошей аппроксимацией распределения поля для моды HE_{11} является пучок с гауссовским распределением амплитуды поля по сечению в направлении, поперечном относительно направления распространения [3]. Плоско-слоистые магнитодиэлектрические периодические структуры могут служить в качестве рассеивателей, используемых для управления характеристиками высокочастотного поля в квазиоптической линии передачи. Процесс прохождения гауссовского пучка сквозь вакуумное окно в виде диэлектрической пластины играет важную роль в передаче мощности излучения гиротрона [7]. В этом случае диэлектрическая пластина, которая характеризуется определенным углом Брюстера, является приоритетной при выводе мощности, сгенерированной гиротроном со ступенчатой перестройкой рабочей частоты [8].

Рассеяние пучка на плоско-слоистых структурах обычно рассматривается методом комплексного источника [9], используется параксиальное приближение, когда энергия пучка по-

лагается распределенной в небольшом секторе углов [10]. Стандартным методом для моделирования распространения и взаимодействия трехмерного пучка с различного рода рассеивателями является представление пучка в виде непрерывного пространственного фурье-спектра плоских волн [10–12]. В этом случае полагается, что для каждой волны коэффициенты рассеяния от структуры уже известны. В нашей статье выражение для трехмерных рассеянных полей, выраженных двукратным интегралом, сводится к однократному интегралу, что существенно уменьшает время счета. Мы используем аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения плоской электромагнитной волны на магнитодиэлектрическом двухпериодическом слое. Эти аналитические выражения получены методом интегральных функционалов [13] для случая, когда период структуры гораздо меньше длины падающей волны.

1. Постановка и решение задачи. Рассмотрим рассеяние трехмерного гауссовского пучка с круговой симметрией распределения поля, падающего в среде с ε_1, μ_1 под произвольным углом θ на двухпериодический магнитодиэлектрический изотропный слой с толщиной h и ε_2, μ_2 (рис. 1).

Перетяжка пучка расположена на расстоянии d от начала координат вдоль оси падающего пучка. Координаты пучка и структуры связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} z_i &= x \sin \theta + z \cos \theta, \\ x_i &= x \cos \theta - z \sin \theta, \\ y_i &= y. \end{aligned} \quad (1)$$

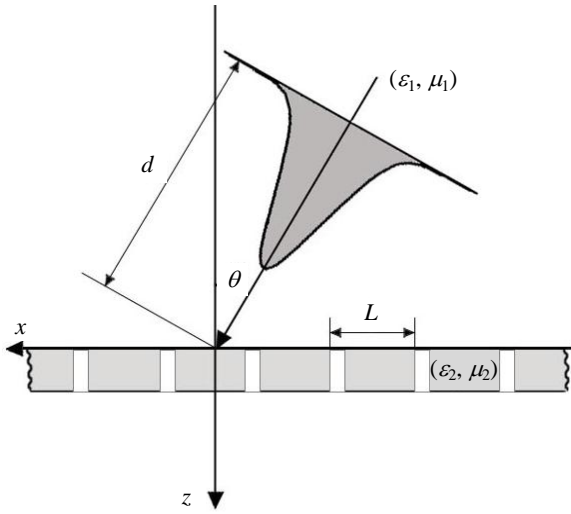


Рис. 1. Геометрия задачи в плоскости (x, z) . Оси y и y_1 направлены перпендикулярно плоскости рисунка

Рассмотрим случай нормального падения ($\theta = 0^\circ$). Падающее поле пучка в плоскости перетяжки линейно поляризовано, его распределение имеет вид гауссовской функции и представляется следующим образом:

$$F(x, y, -d) = F_0 \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w_0^2}\right], \quad (2)$$

где

$$F = \begin{cases} E_y^{\text{пад}} \text{ (для случая} \\ \text{перпендикулярной поляризации),} \\ H_y^{\text{пад}} \text{ (для случая} \\ \text{параллельной поляризации);} \end{cases}$$

w_0 – минимальная полуширина пучка, определяемая в точке, где максимальная амплитуда поля уменьшается в e раз.

Пучок является монохроматическим с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$ и квазиоптическим, когда выполняется условие $k_0 w_0 = 2\pi(w_0 / \lambda_0) \gg 1$, где k_0 и λ_0 – волновое число и длина волны в свободном пространстве соответственно. $\Phi(k_x, k_y)$ – спектральная амплитуда фурье-поля пучка в плоскости его перетяжки; ее можно получить с помощью преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} \Phi(k_x, k_y) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y, -d) \exp(-ik_x x) \times \\ &\times \exp(-ik_y y) dx dy = \\ &= \frac{F_0 w_0^2}{4\pi} \exp\left[-\frac{w_0^2}{4}(k_x^2 + k_y^2)\right], \end{aligned} \quad (3)$$

тогда поле пучка в области $-d < z < 0$ записывается в виде разложения в двойной интеграл Фурье по плоским волнам

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \times \\ &\times \exp(ik_y y) \exp(ik_z(z+d)) dk_x dk_y = \\ &= F^{-1}\{\Phi(k_x, k_y) \exp(ik_z(z+d))\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $F^{-1}\{\}$ – обратное двойное преобразование Фурье; k_x , k_y и k_z – волновые числа в направлениях x, y, z ; $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_1^2$.

Для случая произвольного падения ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) мы использовали (1) для того, чтобы из (3) и (4) получить соответственно

$$\begin{aligned} \Phi(k_x, k_y) &= \frac{F_0 w_0^2}{4\pi} \times \\ &\times \exp\left[-\frac{w_0^2}{4} \left[(k_x \cos \theta - k_z \sin \theta)^2 + k_y^2 \right] \right]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} F^{\text{пад}}(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \times \\ &\times \exp(ik_y y) \exp(ik_z y) \times \\ &\times \exp(i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta)d) \times \\ &\times \left(\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta \right) dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (6)$$

Для представления поля в виде спектра плоских волн для $E_y^{\text{пад}}$ – перпендикулярно поляризованного или $H_y^{\text{пад}}$ – параллельно поляризованного пучков невозможно ограничиться только парциальными волнами одной поляризации (параллельной или перпендикулярной). Будем иметь в виду, что из дивергентной части уравнений Максвелла следует, что

$$E_z^{\text{пад}}(x, y, z) = F^{-1}\left\{-\frac{k_y}{k_z} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_z z)\right\}.$$

Учитывая этот факт, а также свойства плоских волн $(\vec{k}, \vec{E}_\perp) = 0$, $(\vec{k}, \vec{E}_\parallel) = 0$, $(\vec{E}_\perp, \vec{E}_\parallel) = 0$ и то, что в разложении по плоским волнам k_x и k_y изменяются от $-\infty$ до ∞ , $E_y^{\text{пад}}$ -компонента падающего поля будет соответствовать (6), а z -компоненту отраженного и прошедшего полей пучка можно представить как [10]

$$E_y^{\text{отр}}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(R_{\perp} - (R_{\perp} + R_{\parallel}) \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) \times \\ \times \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \exp(-ik_z z) \times \\ \times \exp(i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta) d) \times \\ \times \left(\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta \right) dk_x dk_y; \quad (7)$$

а при $z > h$

$$E_y^{\text{прош}}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(T_{\perp} - (T_{\perp} + T_{\parallel}) \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) \times \\ \times \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \exp(ik_z z) \times \\ \times \exp(i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta) d) \times \\ \times \left(\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta \right) dk_x dk_y, \quad (8)$$

где R_{\perp} и R_{\parallel} – коэффициенты отражения от слоя; T_{\perp} и T_{\parallel} – коэффициенты прохождения для перпендикулярно поляризованных и параллельно поляризованных плоских волн соответственно. Компоненты $E_x^{\text{отр}}$, $E_z^{\text{отр}}$, $E_x^{\text{прош}}$ и $E_z^{\text{прош}}$ могут быть получены аналогичным образом. В даль-

нейшем ограничимся рассмотрением y -й компоненты для падающего и отраженного полей.

Рассеивающей структурой в данном случае является двухпериодический магнитодиэлектрический бесконечный слой, расположенный в плоскости $z=0$. Периодическая ячейка толщиной h является параллелепипедом с квадратным основанием и квадратным отверстием со стороной a ; $L_x = L_y = L$ – периоды слоя в направлениях x и y ; ε_1 , ε_2 и μ_1 , μ_2 – диэлектрические и магнитные проницаемости окружающей среды и слоя соответственно.

Рассматриваемая рассеивающая структура обладает аксиальной симметрией при повороте на $\pi/2$, и коэффициенты прохождения и отражения не зависят от азимутального угла φ . Поэтому при решении поставленной задачи для данной структуры целесообразно перейти от декартовой системы координат (x, y, z) к цилиндрической (ρ, φ, z) . При этом $k_x = k_{\rho} \sin \varphi$, $k_y = k_{\rho} \cos \varphi$

и $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_{\rho}^2}$. Таким образом, поле наклонно падающего в свободном пространстве трехмерного гауссовского пучка в цилиндрической системе координат представляется выражением

$$E_y^{\text{пад}}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \exp \left[-\frac{1}{4} \left[\left(k_{\rho} \sin \varphi \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_{\rho}^2} \sin \theta \right)^2 + k_{\rho}^2 \cos^2 \varphi \right] \right] \times \\ \times \exp \left[i(k_{\rho} \sin \varphi x + k_{\rho} \cos \varphi y + \sqrt{k_0^2 - k_{\rho}^2} z) \right] \exp \left[i(k_{\rho} \sin \varphi \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_{\rho}^2} \cos \theta) d \right] \times \\ \times \left(\cos \theta + \frac{\sin \varphi k_{\rho}}{\sqrt{k_0^2 - k_{\rho}^2}} \sin \theta \right) d\varphi k_{\rho} dk_{\rho}. \quad (9)$$

Здесь и далее $x, y, z, d, k_0, k_{\rho}$ – это безразмерные величины, нормированные на величину w_0 .

Воспользовавшись известными разложениями [14]

$$e^{ik_{\rho} \cos(\varphi - \alpha)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m e^{-im(\varphi - \alpha)} J_m(\kappa \rho),$$

$$e^{-ik_{\rho} \cos(\varphi - \alpha)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n e^{in(\varphi - \alpha)} J_n(\kappa \rho),$$

где $J_n(\rho)$ – функция Бесселя с целым индексом, после определенных преобразований и интегрирования по φ мы получаем падающее поле трехмерного гауссовского пучка в виде суммы однократных интегралов по k_{ρ} :

$$E_y^{\text{пад}}(x, y, z) = \frac{\cos \theta}{2} \text{Int}_1^{\text{пад}}(x, y, z) + \frac{\sin \theta}{4} \text{Int}_2^{\text{пад}}(x, y, z), \quad (10)$$

где

$$\text{Int}_1^{\text{пад}}(x, y, z) = \int_0^{\infty} D^{\text{пад}}(k_{\rho}) \left(J_0(\zeta) J_0(k_{\rho} r) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_{\rho} r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^m + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-m} \right] \right) k_{\rho} dk_{\rho};$$

$$\text{Int}_2^{\text{пад}}(x, y, z) = \int_0^{\infty} D^{\text{пад}}(k_\rho) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \left(J_0(\zeta) J_1(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1/2} \right] + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) \times \right. \\ \left. \times \left[J_{2m+1}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1/2)} \right] + J_{2m-1}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1/2)} \right] \right] \right) dk_\rho.$$

Здесь $D^{\text{пад}}(k_\rho) = \exp \left[-\frac{(k_0^2 - k_\rho^2)}{4} \sin^2 \theta \right] \exp \left[\frac{k_\rho^2}{4} \left(\frac{\sin^2 \theta}{2} - 1 \right) \right] \exp \left[i \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (z + \cos \theta d) \right];$

$$A = x + \sin \theta d - \frac{i}{2} \sin \theta \cos \theta \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}; \quad B = y; \quad r = \sqrt{B^2 + A^2}; \quad \zeta = \frac{ik_\rho^2}{8} \sin^2 \theta.$$

Преимущество выражения (10) заключается в значительном сокращении времени численных расчетов по сравнению с формулой (6) при соблюдении той же расчетной точности. Сравнение расчетов поля падающего пучка по формулам (6) и (10) показало совпадение резуль-

татов с точностью до третьей значащей цифры, то подтверждает правомерность проведенных преобразований.

Отраженное поле трехмерного гауссовского пучка (7) в виде суммы однократных интегралов по k_ρ представляется следующим выражением:

$$E_y^{\text{отп}}(x, y, z) = \frac{\cos \theta}{8} \left(2 \text{Int}_1^{\text{отп}}(x, y, z) + \text{Int}_2^{\text{отп}}(x, y, z) \right) + \frac{\sin \theta}{16} \left(\text{Int}_3^{\text{отп}}(x, y, z) + \text{Int}_4^{\text{отп}}(x, y, z) \right), \quad (11)$$

где

$$\text{Int}_1^{\text{отп}}(x, y, z) = \int_0^{\infty} (R_\perp(k_\rho) - R_\parallel(k_\rho)) D^{\text{отп}}(k_\rho) \times \\ \times \left(J_0(\zeta) J_0(k_\rho r) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^m + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-m} \right] \right) k_\rho dk_\rho;$$

$$\text{Int}_2^{\text{отп}}(x, y, z) = \int_0^{\infty} (R_\perp(k_\rho) + R_\parallel(k_\rho)) D^{\text{отп}}(k_\rho) \times \\ \times (J_0(\zeta) J_2(k_\rho r) \left(\frac{B+iA}{B-iA} + \frac{B-iA}{B+iA} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) J_{2(m+1)}(k_\rho r) \times \\ \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1)} \right) + J_{2(m-1)}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1)} \right)) k_\rho dk_\rho;$$

$$\text{Int}_3^{\text{отп}}(x, y, z) = \int_0^{\infty} (3R_\perp(k_\rho) - R_\parallel(k_\rho)) D^{\text{отп}}(k_\rho) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \times \\ \times (J_0(\zeta) J_1(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1/2} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m+1}(k_\rho r) \times \\ \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1/2)} \right) + J_{2m-1}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1/2)} \right)) k_\rho dk_\rho;$$

$$\begin{aligned} \text{Int}_4^{\text{отр}}(x, y, z) = & \int_0^\infty (R_\perp(k_\rho) + R_\parallel(k_\rho)) D^{\text{отр}}(k_\rho) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \times \\ & \times (J_0(\zeta) J_3(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{3/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-3/2} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m-3}(k_\rho r) \times \\ & \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-3/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-3/2)} \right) + J_{2m+3}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+3/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+3/2)} \right) k_\rho dk_\rho. \end{aligned}$$

Здесь $D^{\text{отр}}(k_\rho) = \exp\left[-\frac{(k_0^2 - k_\rho^2)}{4} \sin^2 \theta\right] \exp\left[\frac{k_\rho^2}{4} \left(\frac{\sin^2 \theta}{2} - 1\right)\right] \exp\left[i\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (\cos \theta d - z)\right].$

Поле прошедшего через структуру пучка (8) в цилиндрической системе координат $E_y^{\text{прош}}(k_\rho)$ находится аналогичным образом.

Определение функций коэффициентов отражения и прохождения для плоской волны, падающей на двухпериодический магнетодиелектрический слой, представляет собой отдельную задачу. Она была решена методом, основанным на решении объемных интегральных уравнений макроскопической электродинамики,

так называемом «методе интегральных функционалов» [13].

В квазистатическом приближении, когда $\lambda_0 \gg L$, для получения решения достаточно рассматривать основную волну многомодового представления поля. В этом случае решение задачи для квазистатического режима может быть получено аналитически. Методом интегральных функционалов нами были получены следующие коэффициенты отражения и прохождения для двухпериодического слоя:

$$\begin{aligned} R_\perp(\tilde{k}_\rho) &= \frac{2iCD \sin(-i\chi h)}{\cos(-i\chi h)(C^2 - D^2) - i \sin(-i\chi h)(C^2 + D^2)}, \\ T_\perp(\tilde{k}_\rho) &= \frac{(C^2 - D^2)}{\cos(-i\chi h)(C^2 - D^2) - i \sin(-i\chi h)(C^2 + D^2)}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} C &= (\chi + i\sqrt{1 - \tilde{k}_\rho^2}) (W_1 + \sqrt{1 - \tilde{k}_\rho^2} W_2 - \tilde{k}_\rho^2 W_3); \quad D = (\chi - i\sqrt{1 - \tilde{k}_\rho^2}) (W_1 - \sqrt{1 - \tilde{k}_\rho^2} W_2 - \tilde{k}_\rho^2 W_3); \quad W_1 = \frac{1}{\chi^2 + 1 - \tilde{k}_\rho^2}; \\ W_2 &= i\chi \frac{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy\right)^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x, y)} dx dy\right)^{-1} (\chi^2 + 1 - \tilde{k}_\rho^2)}; \quad W_3 = \frac{\tilde{k}_\rho^2 \left(1 - \left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy\right)^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x, y)} dx dy\right)^{-1} + 1} (\chi^2 + 1 - \tilde{k}_\rho^2)}; \\ \chi &= i \left(1 - \tilde{k}_\rho^2 \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy \Big/ \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \mu(x, y) dx dy\right)^{1/2} \left(\frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x, y)} dx dy \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy\right)^{-1/2}. \end{aligned}$$

При этом $\tilde{k}_\rho = k_\rho / k_0$. Коэффициенты R_\parallel и T_\parallel определяются заменой ε на μ и μ на ε в выражениях для R_\perp и T_\perp согласно дуализму уравнений Максвелла.

Очевидно, что подынтегральные выражения в (11) сложнее, чем в (10), поскольку они содержат простые полюсы, связанные с коэффициен-

тами отражения от структуры, и интегрирование в этих точках производится стандартным методом [15]. Используя неравенство Каптейна [16]

$$|J_n(nz)| \leq \frac{\left| z^n \exp\left\{n\sqrt{1-z^2}\right\}\right|}{\left| \left\{1 + \sqrt{1-z^2}\right\}^n \right|},$$

которое верно для любого z (вещественного или комплексного), когда $z^2 - 1$ не является вещественным положительным числом, можно показать, что абсолютная величина n -го члена ряда (11) является бесконечно малой величиной порядка $1/n^n$ при $n \rightarrow \infty$. Суммы рядов в (11) и (12) рассчитывались с точностью до 5-го знака после запятой. При этом число членов ряда не превышало 30 для любых значений k_ρ .

2. Численные результаты. Наиболее интересным явлением в случае параллельной поляризации поля пучка является его падение на границу раздела «немагнитных» диэлектриков ($\mu_1 = \mu_2 = 1$) под углом Брюстера, который характеризуется отсутствием отраженной волны от границы раздела двух сред при падении параллельно поляризованной плоской волны. Угол Брюстера для параллельно поляризованной падающей плоской волны вычисляется как $\theta_B = \arcsin\left(1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)^{-1/2}$, что следует из формулы (12).

На рис. 2 представлено схематическое изображение падающего и отраженного гауссовских пучков и связанных с ними координатных систем. Ось x' совпадает с направлением центрального луча отраженного пучка.

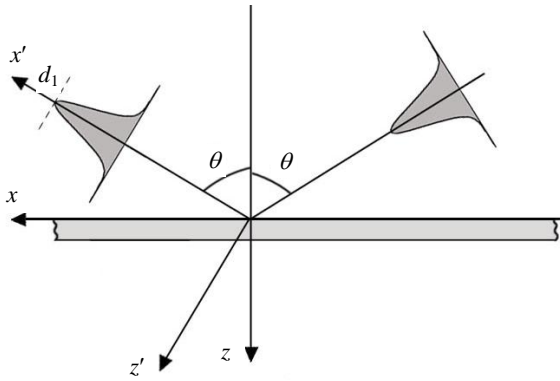


Рис. 2. Схематическое изображение падающего и отраженного гауссовских пучков и связанных с ними координатных систем

На рис. 3, а показана зависимость модуля компоненты H_y отраженного параллельно поляризованного гауссовского пучка от координаты z' при $x' = d_1 = 18$ см и $y' = 0$. Пучок генерируется на частоте 110 ГГц и падает под углом Брюстера $\theta_B = 56,3^\circ$ на поверхность слоя полиэтилена ($\epsilon_2 = 2,25$) толщиной 4,76 мм, полуширина пучка $w_0 = 0,69$ см. Расстояние от перетяжки пучка до начала координат $d = 18$ см. Рисунок демонстрирует хорошее совпадение с экспериментом [17], результаты которого обозначены звездочками.

Расщепление отраженного пучка на два незначительно отличающихся по интенсивности обусловлено падением пучка под углом Брюстера (рис. 3, б).

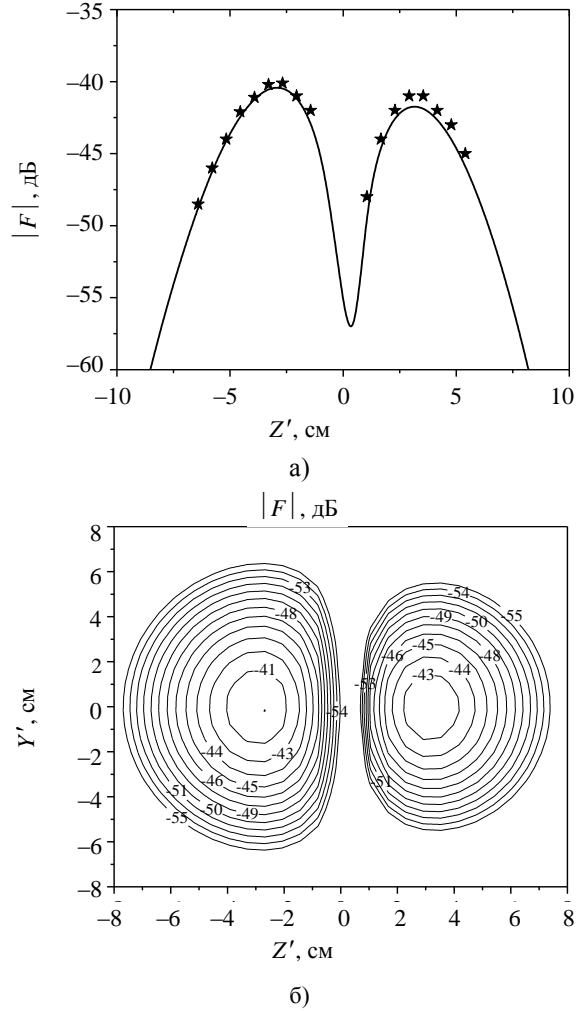


Рис. 3. Зависимость модуля H_y -компоненты отраженного параллельно поляризованного гауссовского пучка при падении на слой полиэтилена под углом Брюстера от координат: а) - z' при $x' = d_1$ и $y' = 0$; б) - y' и z' при $x' = d_1$

На рис. 4 представлено схематическое изображение падающего и прошедшего гауссовских пучков и связанных с ними координатных систем. Ось z' совпадает с направлением центрального луча прошедшего пучка.

На рис. 5 представлена зависимость модуля компоненты E_y перпендикулярно поляризованного отраженного от слоя полиэтилена ($\epsilon_2 = 2,25$) гауссовского пучка от координат z' при $x' = d_1 = 15$ см и $y' = 0$ (см. рис. 2). Приведенная на рисунке кривая демонстрирует боковое смещение отраженного от слоя пучка и хорошее совпадение теоретических данных с экспериментальными, результаты которых обозначены звездочками [17].

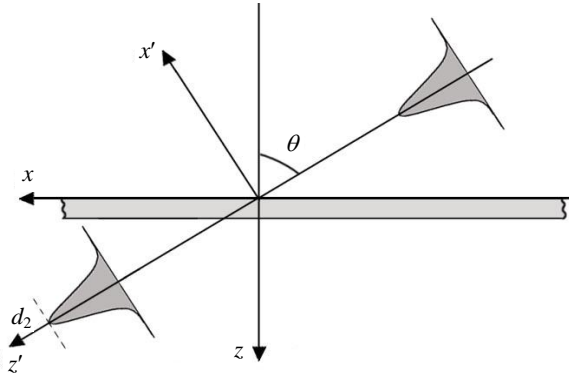


Рис. 4. Схематическое изображение падающего и прошедшего гауссовских пучков и связанных с ними координатных систем

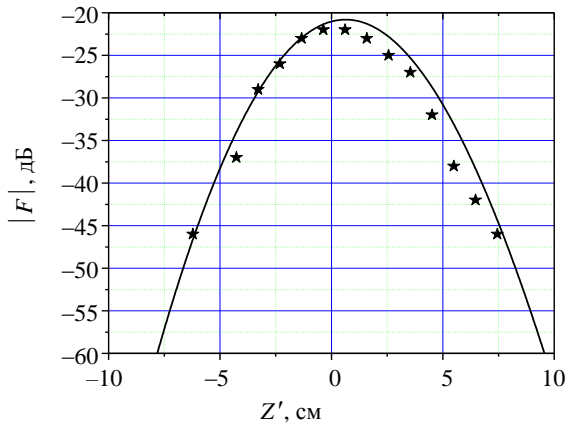


Рис. 5. Зависимость модуля E_y -компоненты отраженного перпендикулярно поляризованного гауссовского пучка при его падении под углом $\theta = 45^\circ$ на слой полиэтилена от координат z' при $x' = d_1$ и $y' = 0$

На рис. 6 показаны зависимости модуля компоненты E_y перпендикулярно поляризованного прошедшего сквозь слой полиэтилена гауссовского пучка от координат x' при $z' = d_2 = 12$ см и $y' = 0$ (см. рис. 4) и та же зависимость, но в отсутствие слоя.

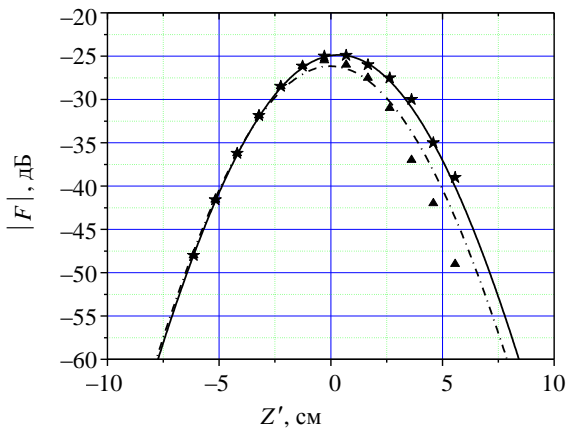


Рис. 6. Зависимость модуля E_y -компоненты прошедшего перпендикулярно поляризованного гауссовского пучка при его падении под углом $\theta = 45^\circ$ на слой полиэтилена от координат x' при $z' = d_2$ и $y' = 0$

Из рисунка видно, что при прохождении сквозь слой пучок теряет часть своей мощности вследствие незначительного отражения (нижняя кривая). Боковое смещение прошедшего сквозь слой пучка, как и в случае отраженного пучка, частично объясняется сдвигом вследствие выполнения закона Снеллиуса.

Теоретические результаты также демонстрируют хорошее совпадение с экспериментальными данными (звезды и треугольники для прохождения со слоем и без соответственно) [17].

На рис. 7, а приведена зависимость модуля компоненты H_y отраженного параллельно поляризованного гауссовского пучка от координаты z' при $x' = d_1 = 18$ см и $y' = 0$. Пунктирная кривая характеризует рассеяние гауссовского пучка на диэлектрическом слое из искусственного диэлектрика, полученного путем перфорации полиэтилена квадратными отверстиями с коэффициентом заполнения ячейки периодического слоя $S = 0,81$. Коэффициенты рассеяния рассматривались в квазистатистическом приближении. Сплошная линия соответствует зависимости модуля H_y -компоненты отраженного гауссовского пучка от однородного слоя с такой же диэлектрической проницаемостью, как и эффективная диэлектрическая проницаемость перфорированного слоя, которая рассчитывается на основании равенства нулю коэффициента отражения при падении волны на диэлектрический слой под углом Брюстера и равна $\epsilon_r = 1,62$. Из сравнения изолиний на рис. 7, б, в видно, что картины распределения отраженных полей значительно отличаются. Это свидетельствует о том, что применение эффективной диэлектрической проницаемости не всегда оправдано в случае использования искусственных диэлектриков на основе периодических структур.

Выводы. Предложено новое представление поля трехмерного наклонно падающего гауссовского пучка и поля пучка, рассеянного плоской периодической структурой, обладающей симметрией при повороте на $\pi/2$. Поле представляется однократным интегралом, дающим возможность уменьшить время расчета пространственного распределения поля. Представлены графики, иллюстрирующие применение данной формулы к расчету рассеяния произвольно падающего гауссовского пучка на диэлектрическом слое, сравнение с экспериментальными данными показало хорошее совпадение. Численный расчет с использованием полученных формул показал также, что диаграммы изолиний интенсивности рассеянного поля в случае падения гауссовского пучка под углом Брюстера на слой из периодически перфорированного диэлектрика имеют существенные отличия от диаграмм изолиний для случая падения гауссовского пучка на однородный слой с такой же эффективной диэлектрической прони-

цаемостью. Знание и учет таких особенностей необходимо при применении искусственных диэлектриков на основе периодических структур в технике СВЧ.

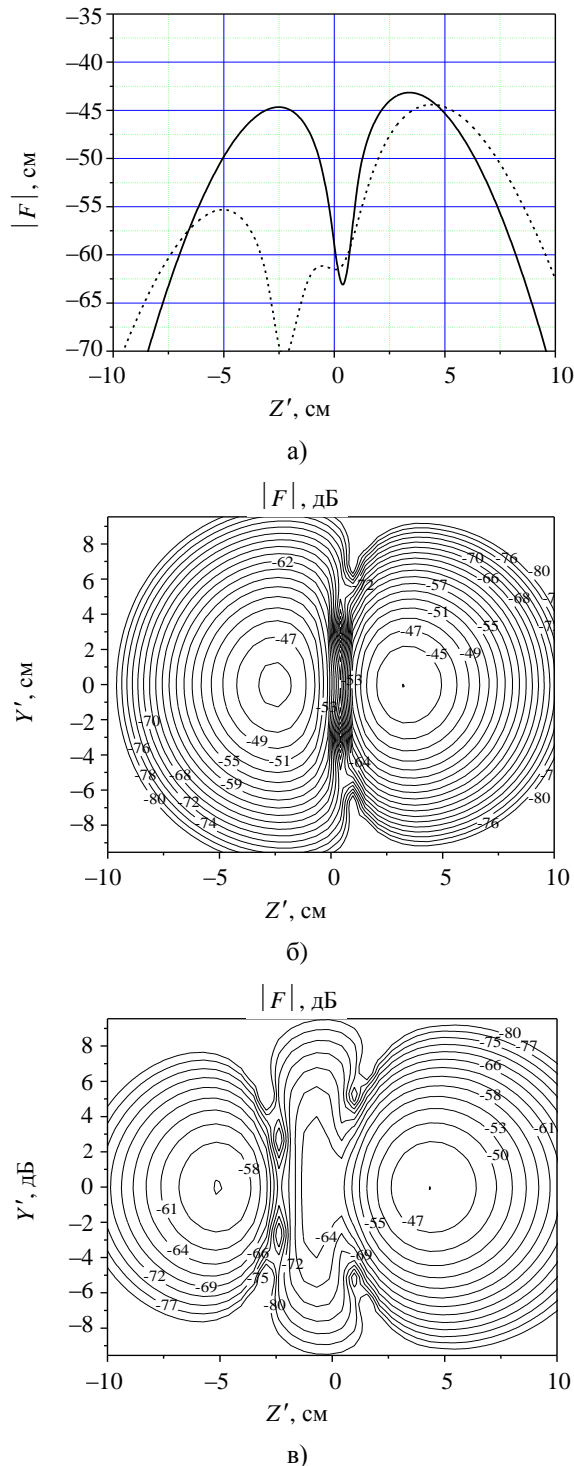


Рис. 7. Зависимость модуля H_y -компоненты отраженного параллельно поляризованного гауссовского пучка при его падении под углом Брюстера на однородный и перфорированный слой от координат: а) – z' при $x' = d_1$ и $y' = 0$; б) – y' и z' при $x' = d_1$ для слоя полиэтилена; в) – y' и z' при $x' = d_1$ для перфорированного слоя

Данное исследование является первым шагом к построению эффективных алгоритмов, моделирующих рассеяние гауссовского пучка на периодических структурах, когда длина волны падающего гауссовского пучка сравнима с периодом структуры.

1. *A quasi-optical transmission line for plasma scattering measurements using a submillimeter wave gyrotron* / I. Ogawa, A. Sakai, T. Idehara et al. // *Int. J. Electronics*. – 1997. – 83, N 5. – P. 635–644.
2. *Miyagi M.* Fabrication of germanium coated nickel hollow waveguides / M. Miyagi, A. Hongo, S. Kawakami // *Applied Phys. Lett.* – 1983. – 43, N 5. – P. 430–432.
3. *Coupling of tilting Gaussian beam with hybrid mode in the corrugated waveguide* / K. Ohkubo, S. Kubo, H. Idei et al. // *Int. J. Infrared and millimeter waves*. – 1997. – 18, N 1. – P. 23–41.
4. *Garmie E.* Flexible infrared waveguides for high-power transmission / E. Garmie, T. McMahon, M. Bass // *IEEE J. Quantum Electronics*. – 1980. – 16, N 1. – P. 23–32.
5. *WT4 millimeter waveguide system. Waveguide design and fabrication* / R. J. Boyd, W. E. Cohen, W. P. Doran, R. D. Tuminaro // *Bell System Technical J.* – 1977. – 56, N 10. – P. 1873–1897.
6. *Квазиоптические радиоизмерительные устройства ближнего миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн на основе металлодиэлектрического волновода квадратного сечения* / В. И. Безбородов, В. К. Киселев, Е. М. Кулешов, М. С. Яновский // *Радиофизика и электрон.*: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2007. – 12, № 3. – С. 589–594.
7. *Thumm M.* Development of output windows for high-power long-pulse gyrotrons and EC wave applications / M. Thumm // *Int. J. Infrared and Millimeter Waves*. – 1998. – 19, N 1. – P. 3–14.
8. *CVD-diamond disk Brewster window for a frequency step-tunable 1 MW gyrotron* / X. Yung, E. Borie, G. Dammertz et al. // *Int. J. Infrared and Millimeter Waves*. – 2003. – 24, N 12. – P. 2017–2023.
9. *Maciel J. J.* Gaussian beam analysis of propagation from an extended aperture distribution through dielectric layers, part I-Plane layer / J. J. Maciel, L. B. Felsen // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1990. – 38, N 10. – P. 1607–1617.
10. *Luk K. M.* Three-dimensional Gaussian beam reflection from short-circuited isotropic ferrite slab / K. M. Luk, A. L. Cullen // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1993. – 41, N 7. – P. 962–966.
11. *Horowitz B. R.* Lateral displacement of a light beam at a dielectric interface / B. R. Horowitz, T. Tamir // *J. Opt. Soc. America*. – 1971. – 61, N 5. – P. 586–594.
12. *Tamir T.* Lateral displacement of optical beam at multilayered and periodic structures / T. Tamir, H. L. Bertoni // *J. Opt. Soc. America*. – 1971. – 61, N 10. – P. 1397–1412.
13. *Yachin V.* Method of integral functionals for electromagnetic wave scattering from a double-periodic magnetodielectric layers / V. Yachin, K. Yasumoto // *J. Opt. Soc. America*. – 2007. – 24, N 11. – P. 3606–3618.
14. *Марков Г. Т.* Возбуждение электромагнитных волн / Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин. – М.: Радио и связь, 1983. – 295 с.
15. *Воробьев С. Н.* Дифракция электромагнитных волн на ограниченной плоской структуре: спектральный метод и приближение заданного тока / С. Н. Воробьев, С. Л. Просвирнин // *Радиотехника и электрон.* – 1994. – 39, № 12. – С. 1951–1960.
16. *Ватсон Г. Н.* Теория Бесселевых функций / Г. Н. Ватсон. – М.: Изд-во иностр. лит., 1949. – 787 с.
17. *Li Q.* Theoretical and experimental investigation of Gaussian beam transmission and reflection by a dielectric slab at 110 GHz / Q. Li, R. J. Vernon // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 2006. – 54, N 11. – P. 3449–3457.

V. V. Yachin, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov

DIFFRACTION OF THREE-DIMENSIONAL
GAUSSIAN BEAM WITH CIRCULAR
SYMMETRY OF SPACE FIELD DISTRIBUTION
ON PENETRABLE SCREENS

The problem of scattering of 3-D Gaussian beam incident at an arbitrary angle onto a double-periodic magneto-dielectric slab has been solved. The new formulas for incident and scattered 3-D Gaussian beam fields in the form of the single integrals have been derived. They allow to reduce the time spent upon the numerical calculations of the incident and scattered beam fields. The calculations of the obliquely incident 3-D Gaussian beam onto magneto-dielectric slab and reflected from it using derived formulas are illustrated in figures presented in the paper.

Key words: 3-D Gaussian beam, magnetodielectric slab, quasi-static regime.

В. В. Ячин, Т. Л. Зіненко, В. К. Кісельов

ДИФРАКЦІЯ ТРИВИМІРНОГО ПУЧКА ГАУССА
З КРУГОВОЮ СИМЕТРІЄЮ
ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ ПОЛЯ
НА ПРОНИКНИХ ЕКРАНАХ

Розв'язано задачу розсіяння тривимірного гауссівського пучка, що падає під довільним кутом на двоперіодичний магнітодіелектричний шар. Запропоновано нові формули представлення розсіяного поля тривимірного гауссівського пучка, що дозволяють зменшити час чисельних розрахунків просторового розподілу поля. Зображено графіки, що ілюструють застосування даних формул до розрахунку розсіяння похило падаючого пучка на магнітодіелектричний шар.

Ключові слова: тривимірний гауссівський пучок, магнітодіелектричний шар, квазістатичний режим.

Рукопись поступила 11.05.10 г.