

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СВЧ

УДК 537.874.6:517.3

М. В. Балабан, А. И. Носич

ИЗЛУЧЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ДИПОЛЕЙ В ПРИСУТСТВИИ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕГО ДИСКА

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: mikhail.balaban@gmail.com*

Представлена эффективная численно-аналитическая схема решения задачи дифракции электромагнитного поля заданных источников на бесконечно тонком идеально проводящем (ИП) диске. В основе схемы лежит метод аналитической регуляризации, который применен к нахождению решений связанных парных интегральных уравнений, возникающих при решении рассматриваемой задачи. В качестве заданных источников рассмотрены расположенные на оси диска комплексный электрический и магнитный диполи и комплексный элемент Гюйгенса. Приведены графики диаграммы направленности, а также графики зависимости мощности излучения рассматриваемых источников в присутствии ИП-диска от радиуса диска и расстояния до него. Ил. 16. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: дифракция на тонком ИП-диске, парные интегральные уравнения, аналитическая регуляризация, комплексный источник.

Бесконечно тонкий идеально проводящий (ИП) диск широко используется в задачах моделирования современных устройств. Примером таких устройств могут служить различные дисковые микрополосковые антенны, а также антенные решетки с элементарными излучателями в виде диска [1–3]. Для решения задачи дифракции на диске используются различные приближенные и строгие методы. К первым относятся методы геометрической и физической оптики, метод эквивалентных токов и многие другие. К строгим методам можно отнести методы вычислительной электродинамики: метод поверхностных интегральных уравнений (*BEM* или *MoM*), сеточные методы (*FEM* и *FDTD*), а также специальные численно-аналитические схемы, которые разработаны для решения рассматриваемой задачи. Преимущества алгоритмов, основанных на методах вычислительной электродинамики, заключаются в их универсальности, позволяющей рассчитывать задачи дифракции на рассеивателях произвольной формы. Однако их основной недостаток – требовательность к вычислительным ресурсам: машинной памяти и времени. Как следствие, их использование не всегда позволяет найти решение рассматриваемой задачи с высокой точностью за приемлемое время. Использование численно-аналитических схем [4, 5] позволяет находить решение обсуждаемой задачи с контролируемой точностью за более короткое время (в сто и более раз быстрее, чем программы, использующие *MoM* или *FEM*).

В работе представлена эффективная численно-аналитическая схема решения задачи дифракции на ИП-диске, основанная на решении

краевой задачи – уравнений Максвелла с граничными условиями на ИП-диске. Задача сводится к нахождению образов (в пространстве преобразований Фурье-Бесселя) нормальных к диску компонент рассеянного поля и решению связанных парных интегральных уравнений (ПИУ), которые в свою очередь сводятся к интегральным уравнениям (ИУ) Фредгольма второго рода [6], а затем к их матричному аналогу. Похожая схема решения задачи дифракции на ИП-диске (нахождение нормальных к диску компонент векторов Герца для рассеянного поля) была предложена В. Г. Соллогубом [4, 7, 8] и основывалась на применении формул Титчмарша [9], обращающих статическую часть интегрального оператора ПИУ. В данной схеме для обращения статической части использовались операторы дробного интегрирования и дифференцирования [10] (интегральные преобразование Абеля [11]) и обратное преобразование Ханкеля.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу рассеяния гармонически зависящего от времени как $e^{-i\omega t}$ падающего поля на бесконечно тонком ИП-диске радиусом a (рис. 1). В качестве источника падающего поля возьмем комплексный горизонтальный электрический (ЭД) и/или магнитный (МД) диполи, расположенные на оси диска на расстоянии d от него, которые смещены в комплексное пространство по z -координате на расстояние b (рис. 1). Представим полное поле в виде суммы падающего и рассеянного полей:

$$E = E_{in} + E_{sc}, \quad H = H_{in} + H_{sc}. \quad (1)$$

Потребуем, чтобы компоненты падающего поля удовлетворяли однородным уравнениям Максвелла вне точек источников, а компоненты рас-

сеянного поля – вне диска. Введем в рассмотренную систему безразмерных, нормированных на радиус диска, цилиндрических координат ($\rho = r/a$, ϕ , $\zeta = z/a$) с началом координат, совпадающим с центром диска. В этой системе координат однородные уравнения Максвелла будут выглядеть следующим образом:

$$\text{rot } E = ika Z_0 H, \quad \text{rot } H = -ika Z_0^{-1} E, \quad (2)$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – импеданс свободного пространства; $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – волновое число в свободном пространстве. Кроме того, потребуем, чтобы компоненты полей удовлетворяли условиям:

- тангенциальные компоненты полного электрического поля равнялись нулю на ИП-диске (граничные условия на ИП-диске);
- условию излучения Сильвера-Мюллера;
- условию локальной ограниченности энергии.

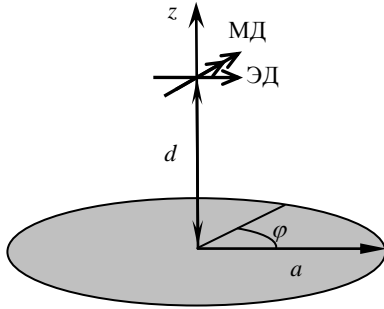


Рис. 1. Геометрия задачи

Таким образом, наша задача состоит в решении краевой задачи с вышеперечисленными граничными условиями для компонент рассеянного поля E_{sc} , H_{sc} .

2. Представления компонент полей. Вне плоскости ($\zeta = \zeta^*$) представим z -компоненты электрического и магнитного полей в виде преобразования Фурье-Бесселя (8). Здесь $\zeta^* = d/a$ и $\zeta^* = b/a$ в случае падающего поля ($* = in$), $\zeta^* = 0$ и $\zeta^* = 0$ в случае рассеянного поля ($* = sc$). Тогда остальные компоненты полей могут быть выражены через образы z -компонент полей, как (9), (10), где $\gamma(\kappa) = \sqrt{(ka)^2 - \kappa^2}$ – комплексно-значная функция с выбранной ветвью $\text{Re}(\gamma(\kappa)) \geq 0$; $\text{Im}(\gamma(\kappa)) \geq 0$ и $\mathbf{H}_m(\kappa\rho) = \begin{pmatrix} J'_{|m|}(\kappa\rho) & mJ_{|m|}(\kappa\rho)/(\kappa\rho) \\ mJ_{|m|}(\kappa\rho)/(\kappa\rho) & J'_{|m|}(\kappa\rho) \end{pmatrix}$ – матричное ядро векторного преобразования Ханкеля m -го порядка.

Также нетрудно показать, что для компонент полей в дальней зоне верны асимптотиче-

ские выражения (11)–(13), где (R, Φ, Θ) – связанная с диском сферическая система координат, (ρ, ϕ, ζ) – соответствующая ей система безразмерных координат, нормированных на радиус диска. Отметим, что таким образом представленные компоненты полей удовлетворяют условию излучения Сильвера-Мюллера.

Следовательно, наша задача сводится к нахождению $e_{m,z}^{sc,\pm}$ и $h_{m,z}^{sc,\pm}$ – функций образов z -компонент рассеянного поля по заданным образам подающего поля, выражения для которых приведены ниже:

– случай горизонтального ЭД на оси диска:

$$e_{m,z}^{in,+} = -e_{m,z}^{in,-} = \begin{cases} iA^e \kappa / (8\pi ka), & |m| = 1, \\ 0, & |m| \neq 1; \end{cases} \quad (3)$$

$$h_{m,z}^{in,+} = h_{m,z}^{in,-} = \begin{cases} \text{sgn}(m) A^e \kappa / (8\pi \gamma(\kappa)), & |m| = 1, \\ 0, & |m| \neq 1; \end{cases} \quad (4)$$

– случай горизонтального МД на оси диска:

$$e_{m,z}^{in,+} = e_{m,z}^{in,-} = \begin{cases} A^m \kappa / (8\pi \gamma(\kappa)), & |m| = 1, \\ 0, & |m| \neq 1; \end{cases} \quad (5)$$

$$h_{m,z}^{in,+} = -h_{m,z}^{in,-} = \begin{cases} -i \text{sgn}(m) A^m \kappa / (8\pi ka), & |m| = 1, \\ 0, & |m| \neq 1. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь A^e и A^m – дипольные моменты ЭД и МД соответственно.

3. ПИУ и ИУ Фредгольма второго рода.

Подставим выражения для компонент полей в граничные условия и получим систему связанных ПИУ

$$\begin{cases} \int_0^\infty \mathbf{H}_m(\kappa\rho) \begin{pmatrix} \gamma(\kappa)(u_m^{sc,-}(\kappa) + u_m^{in,-}(\kappa)) \\ ika(v_m^{sc,+}(\kappa) + v_m^{in,+}(\kappa)) \end{pmatrix} d\kappa = \bar{0}, & \rho < 1, \\ \int_0^\infty \mathbf{H}_m(\kappa\rho) \begin{pmatrix} ika u_m^{sc,-}(\kappa) \\ -\gamma(\kappa)v_m^{sc,+}(\kappa) \end{pmatrix} d\kappa = \bar{0}, & \rho < 1, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$u_m^{sc,-}(\kappa) = (e_{m,z}^{sc,+}(\kappa) - e_{m,z}^{sc,-}(\kappa))/2;$$

$$v_m^{sc,+}(\kappa) = (h_{m,z}^{sc,+}(\kappa) + h_{m,z}^{sc,-}(\kappa))/2;$$

$$u_m^{in,-}(\kappa) = -e^{\gamma(\kappa)(-\text{sgn}(\zeta^{in})b + i|\zeta^{in}|)} \times$$

$$\times \text{sgn}(\zeta^{in}) e_{m,z}^{in,-\text{sgn}(\zeta^{in})}(\kappa);$$

$$v_m^{in,+}(\kappa) = e^{\gamma(\kappa)(-\text{sgn}(\zeta^{in})b + i|\zeta^{in}|)} h_{m,z}^{in,-\text{sgn}(\zeta^{in})}(\kappa).$$

Полученная система связанных ПИУ может быть сведена к эквивалентным ИУ Фредгольма второго рода (14)–(17) [6]:

$$\begin{pmatrix} E_{*,z}^{\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)} \\ Z_0 H_{*,z}^{\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)} \end{pmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\phi} \int_0^{\infty} e^{\gamma(\kappa)(\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)\zeta^*+i|\zeta-\zeta^*|)} J_m(\kappa\rho) \begin{pmatrix} \kappa e_{m,z}^{*,\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)}(\kappa) \\ \kappa h_{m,z}^{*,\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)}(\kappa) \end{pmatrix} d\kappa; \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} E_{*,r}^{\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)} \\ -iE_{*,\phi}^{\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)} \end{pmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\phi} \int_0^{\infty} e^{\gamma(\kappa)(\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)\zeta^*+i|\zeta-\zeta^*|)} \mathbf{H}_m(\kappa\rho) \begin{pmatrix} \text{sgn}(\zeta-\zeta^*)i\gamma(\kappa)e_{m,z}^{*,\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)}(\kappa) \\ -ka h_{m,z}^{*,\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)}(\kappa) \end{pmatrix} d\kappa; \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} Z_0 H_{*,r}^{\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)} \\ -iZ_0 H_{*,\phi}^{\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)} \end{pmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\phi} \int_0^{\infty} e^{\gamma(\kappa)(\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)\zeta^*+i|\zeta-\zeta^*|)} \mathbf{H}_m(\kappa\rho) \begin{pmatrix} \text{sgn}(\zeta-\zeta^*)i\gamma(\kappa)h_{m,z}^{*,\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)}(\kappa) \\ ka e_{m,z}^{*,\text{sgn}(\zeta-\zeta^*)}(\kappa) \end{pmatrix} d\kappa; \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} E_{*,R}^{\text{sgn}(\cos\Theta)} \\ Z_0 H_{*,R}^{\text{sgn}(\cos\Theta)} \end{pmatrix} \Big|_{P \rightarrow \infty} \cong \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} E_{*,\Theta}^{\text{sgn}(\cos\Theta)} \\ E_{*,\Phi}^{\text{sgn}(\cos\Theta)} \end{pmatrix} \Big|_{P \rightarrow \infty} \cong ka \frac{e^{ikaP}}{P} e^{ka(\zeta^*-i\zeta^*)\cos\Theta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\Phi} e^{-i\pi(|m|+1)/2} \frac{|\cos\Theta|}{|\sin\Theta|} \begin{pmatrix} -e_{m,z}^{*,\text{sgn}(\cos\Theta)}(ka \sin\Theta) \\ h_{m,z}^{*,\text{sgn}(\cos\Theta)}(ka \sin\Theta) \end{pmatrix}; \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} Z_0 H_{*,\Theta}^{\text{sgn}(\cos\Theta)} \\ Z_0 H_{*,\Phi}^{\text{sgn}(\cos\Theta)} \end{pmatrix} \Big|_{P \rightarrow \infty} \cong ka \frac{e^{ikaP}}{P} e^{ka(\zeta^*-i\zeta^*)\cos\Theta} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\Phi} e^{-i\pi(|m|+1)/2} \frac{|\cos\Theta|}{|\sin\Theta|} \begin{pmatrix} -h_{m,z}^{*,\text{sgn}(\cos\Theta)}(ka \sin\Theta) \\ e_{m,z}^{*,\text{sgn}(\cos\Theta)}(ka \sin\Theta) \end{pmatrix}; \quad (13)$$

$$x_m(\lambda) = \int_0^{\infty} (i\kappa) (w(\kappa)x_m(\kappa) + \gamma(\kappa)x_m^0(\kappa)) K_{|m|-1/2}(\kappa, \lambda) d\kappa - iJ_{|m|+1/2}(\lambda) / \lambda^{3/2} A_m; \quad (14)$$

$$y_m(\lambda) = \int_0^{\infty} (\kappa\gamma^{-1}(\kappa)\lambda) (w(\kappa)y_m(\kappa) - i\kappa y_m^0(\kappa)) K_{|m|+1/2}(\kappa, \lambda) d\kappa - J_{|m|-1/2}(\lambda) / \lambda^{1/2} D_m; \quad (15)$$

$$(2|m|+1)^{-1} A_m - (ka)^{-1} D_m = \int_0^{\infty} \kappa^{-1/2} (w(\kappa)x_m(\kappa) + \gamma(\kappa)x_m^0(\kappa)) J_{|m|+1/2}(\kappa) d\kappa; \quad (16)$$

$$(ka)^{-1} A_m - (2|m|-1)^{-1} D_m = \int_0^{\infty} (\kappa^{-1/2}\gamma^{-1}(\kappa)) (w(\kappa)y_m(\kappa) - i\kappa y_m^0(\kappa)) J_{|m|-1/2}(\kappa) d\kappa. \quad (17)$$

Здесь $w(\kappa) = \gamma(\kappa) - i\kappa$; $x_m(\lambda)$ и $y_m(\lambda)$ – неизвестные функции; A_m и D_m – неизвестные константы связи; $x_m^0(\lambda)$, $y_m^0(\lambda)$ – заданные функции:

$$x_m(\lambda) = u_m^-(\lambda) / \lambda, \quad (18)$$

$$y_m(\lambda) = \text{sgn}(m) \gamma(\lambda) v_m^+(\lambda) / \lambda;$$

$$x_m^0(\lambda) = u_m^{0-}(\lambda) / \lambda, \quad (19)$$

$$y_m^0(\lambda) = \text{sgn}(m) \gamma(\lambda) v_m^{0+}(\lambda) / \lambda;$$

$$K_\mu(\kappa, \lambda) = \frac{\kappa^{-1/2} \lambda^{-1/2}}{\kappa^2 - \lambda^2} \times (\kappa J_\mu(\lambda) J_{\mu+1}(\kappa) - \lambda J_\mu(\kappa) J_{\mu+1}(\lambda)). \quad (20)$$

Заметим, что функция (20) как ядро интегрального оператора, появляющееся после регуляризации ПИУ для ИП-диска, впервые встречается в работах [4, 7, 8].

4. Численная схема решения ИУ. Решение ИУ (14)–(17) проведено численно по следующей схеме:

– усечение интервала интегрирования до конечного предела $N (\geq ka + 1)$;

– разбиение интервала интегрирования $(0, N)$ на 4 подынтервала: $L_1 = (0, 2ka/3)$, $L_2 = (2ka/3, ka)$, $L_3 = (ka, ka + 2(N - ka)/3)$, $L_4 = (ka + 2(N - ka)/3, N)$;

– замена интегрирования суммированием, используя квадратурные формулы Гаусса на каждом из подынтервалов; в случае интегральных уравнений (15), (17) на подынтервалах L_2 и L_3 используются квадратуры Гаусса, учитывающие корневую особенность на конце интервала интегрирования;

– получение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных констант связи и неизвестных значений функций в узлах квадратурных формул Гаусса;

– решение матричного уравнения и восстановление неизвестных функций на всем интервале $(0, \infty)$ по найденному решению СЛАУ.

Далее приведены графики зависимости относительной ошибки вычисления от параметра усечения (рис. 2, 3) и от «суммарного порядка» квадратурных формул Гаусса (рис. 4, 5), используемых при вычислении (в качестве источника взят элемент Гюйгенса – суперпозиция полей перпендикулярных друг другу ЭД и МД).

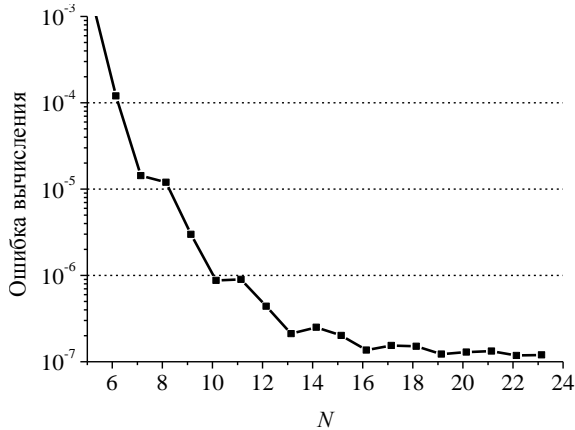


Рис. 2. Ошибка вычисления от параметра усечения $a/\lambda = 0,5$; $d/\lambda = 1$; $b/\lambda = 0$

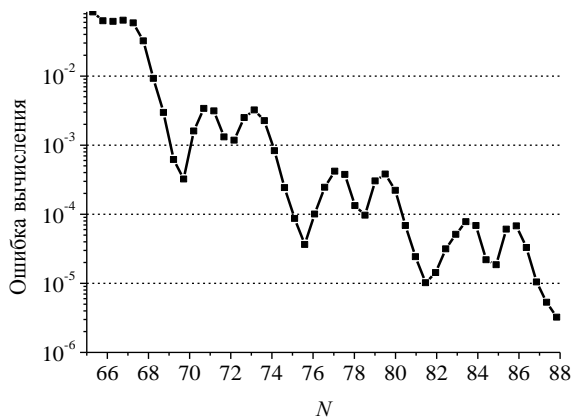


Рис. 3. Ошибка вычисления от параметра усечения: $a/\lambda = 10$; $d/\lambda = 1$; $b/\lambda = 0$

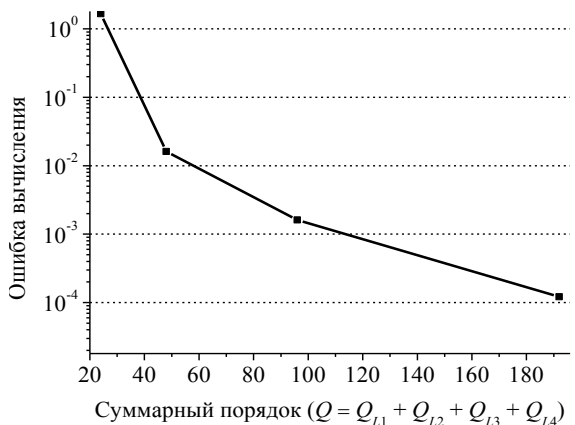


Рис. 4. Ошибка вычисления от порядка квадратурных формул Гаусса: $a/\lambda = 0,5$; $d/\lambda = 1$; $b/\lambda = 0$; $N = 10$

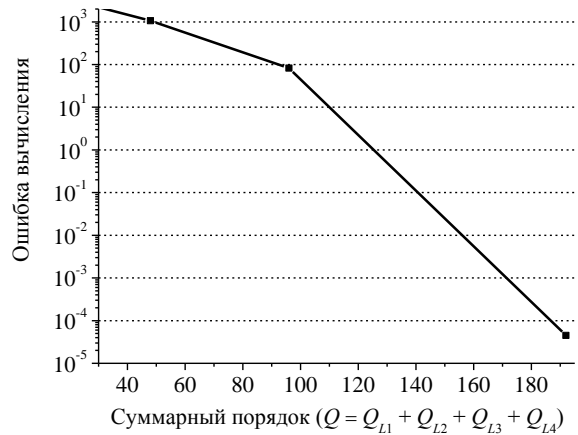


Рис. 5. Ошибка вычисления от порядка квадратурных формул Гаусса: $a/\lambda = 10$; $d/\lambda = 1$; $b/\lambda = 0$; $N = 75,6$

5. Мощность излучения комплексных диполей и комплексного элемента Гюйгенса в присутствии ИП-диска. Приведем результаты расчета нормированной (на мощность излучения источника в свободном пространстве) мощности излучения комплексных источников в присутствии ИП-диска. На рис. 6–14 приведены графики сечений диаграммы направленности (в плоскостях $\phi = 0$ и $\phi = \pi/2$), а также графики зависимости нормированной мощности излучения от диаметра диска, нормированного на длину волны в свободном пространстве.

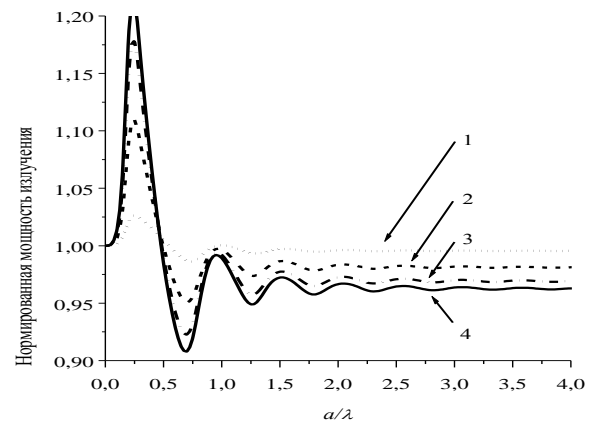


Рис. 6. Нормированная мощность излучения комплексного ЭД в присутствии ИП-диска $d/\lambda = 0,5$: 1 – $kb = 0$; 2 – $kb = -0,5$; 3 – $kb = -1$; 4 – $kb = -2$

В качестве источников взяты комплексный ЭД, ориентированный параллельно диску (рис. 6–9), комплексный МД, так же ориентированный (рис. 9–11), и комплексный элемент Гюйгенса (рис. 12–14). Расстояние от источника падающего поля до диска мы выбрали равным половине длины волны в свободном пространстве ($d = \lambda/2$), а смещение источника в комплексную плоскость – b , таким, что произведение $kb = 0; -0,5; -1; -2$.

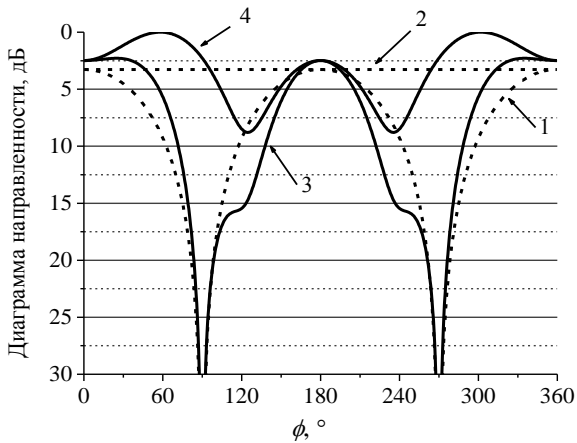


Рис. 7. Диаграмма направленности ЭД $kb=0$; $d/\lambda=0,5$; $a/\lambda=0,25$; без ИП-диска: 1 – $(\phi = \pi/2)$; 2 – $(\phi = 0)$; в присутствии ИП-диска: 3 – $(\phi = \pi/2)$; 4 – $(\phi = 0)$

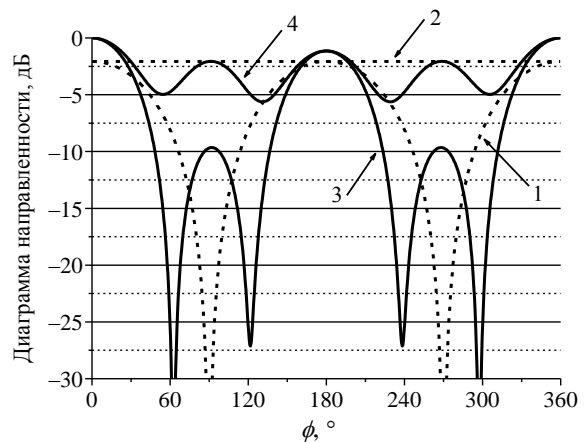


Рис. 10. Диаграмма направленности МД $kb=0$; $d/\lambda=0,5$; $a/\lambda=0,25$; без ИП-диска: 1 – $(\phi = \pi/2)$; 2 – $(\phi = 0)$; в присутствии ИП-диска: 3 – $(\phi = \pi/2)$; 4 – $(\phi = 0)$

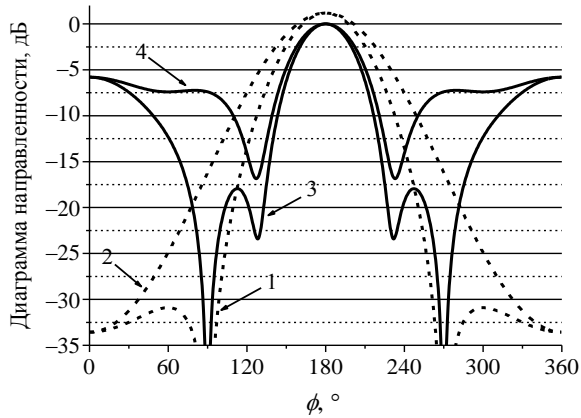


Рис. 8. Диаграмма направленности комплексного ЭД $kb=-2$; $d/\lambda=0,5$; $a/\lambda=0,25$; без ИП-диска: 1 – $(\phi = \pi/2)$; 2 – $(\phi = 0)$; в присутствии ИП-диска: 3 – $(\phi = \pi/2)$; 4 – $(\phi = 0)$

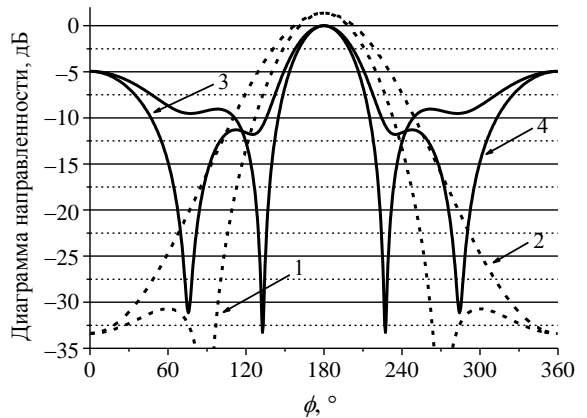


Рис. 11. Диаграмма направленности комплексного МД $kb=-2$; $d/\lambda=0,5$; $a/\lambda=0,25$; без ИП-диска: 1 – $(\phi = \pi/2)$; 2 – $(\phi = 0)$; в присутствии ИП-диска: 3 – $(\phi = \pi/2)$; 4 – $(\phi = 0)$

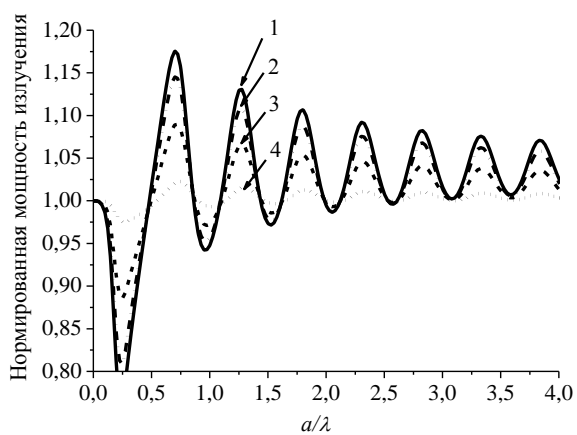


Рис. 9. Нормированная мощность излучения комплексного МД в присутствии ИП-диска $d/\lambda=0,5$: 1 – $kb=0$; 2 – $kb=-0,5$; 3 – $kb=-1$; 4 – $kb=-2$

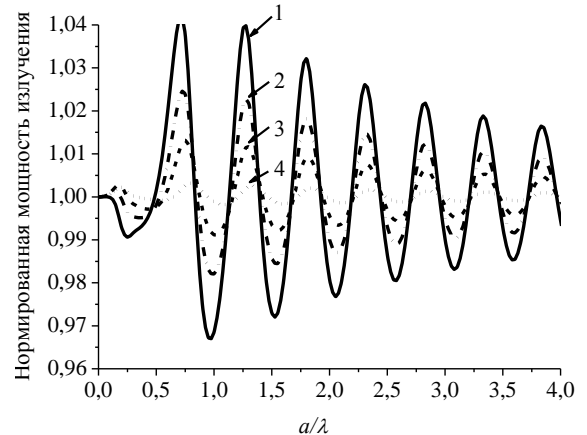


Рис. 12. Нормированная мощность излучения комплексного элемента Гюйгенса в присутствии ИП-диска $d/\lambda=0,5$: 1 – $kb=0$; 2 – $kb=-0,5$; 3 – $kb=-1$; 4 – $kb=-2$

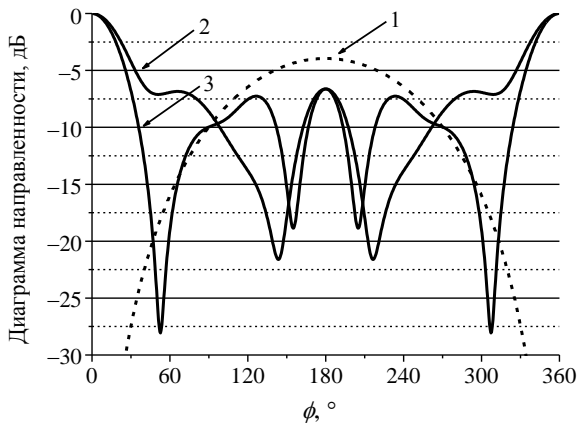


Рис. 13. Диаграмма направленности элемента Гюйгенса $kb = 0$; $d/\lambda = 0,5$; $a/\lambda = 0,25$; 1 – без ИП-диска ($\phi = 0, \phi = \pi/2$); в присутствии ИП-диска: 2 – ($\phi = \pi/2$); 3 – ($\phi = 0$)

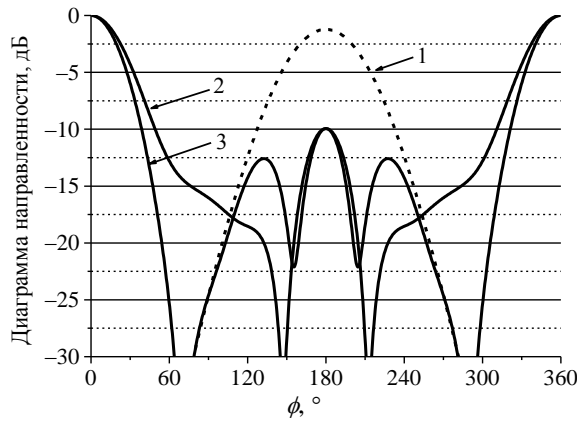


Рис. 14. Диаграмма направленности комплексного элемента Гюйгенса $kb = -2$; $d/\lambda = 0,5$; $a/\lambda = 0,25$; 1 – без ИП-диска ($\phi = 0, \phi = \pi/2$); в присутствии ИП-диска: 2 – ($\phi = \pi/2$); 3 – ($\phi = 0$)

Случай $kb = 0$ соответствует точечному источнику в общепринятом смысле, случаи $kb = -0,5; -1; -2$ – комплексным источникам, которые моделируют волновые пучки, направленные в сторону диска. При этом ширина пучка определяется произведением kb и уменьшается с увеличением kb . Апертура комплексного источника есть круг радиусом b , расположенный в плоскости ($z = d$).

На рис. 15, 16 изображены графики зависимости нормированной мощности излучения ЭД и МД в присутствии диска от нормированного на k расстояния между диском и источником.

Заметим, что нормированная мощность излучения комплексных диполей в присутствии диска стремится к единице с ростом kd . Это связано с тем, что наличие диска как рассеивателя в дальней зоне источника не влияет на полную излучаемую мощность. В случае, когда kd стремится к нулю и источником падающего поля является вещественный ЭД или МД ($kb = 0$), полная излу-

чаемая мощность стремится к нулю или к двум, соответственно. Это связано с тем, что отраженное от диска поле компенсирует поле ЭД и удваивает поле МД.

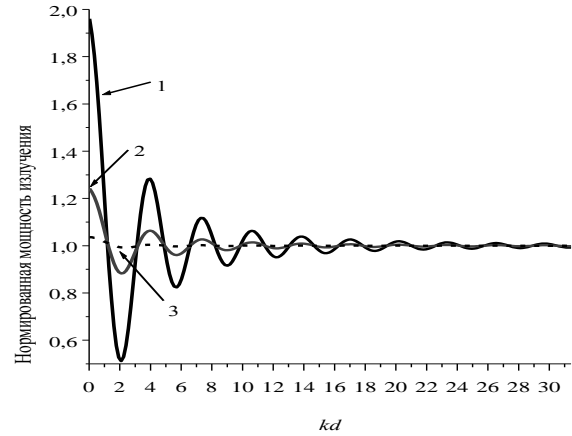


Рис. 15. Нормированная мощность излучения комплексного ЭД в присутствии ИП-диска $a/\lambda = 0,5$: 1 – $kb = 0$; 2 – $kb = -\pi/2$; 3 – $kb = -\pi$

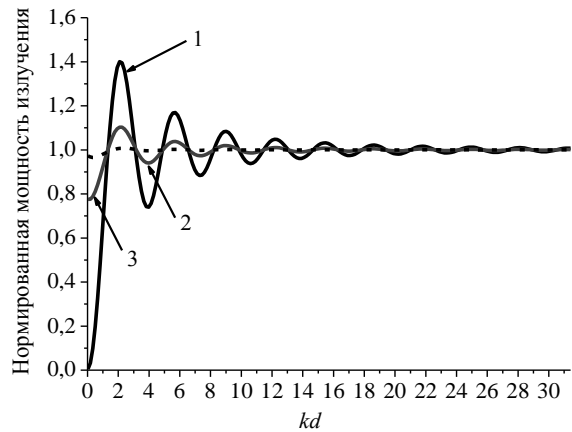


Рис. 16. Нормированная мощность излучения комплексного МД в присутствии ИП-диска $a/\lambda = 0,5$: 1 – $kb = 0$; 2 – $kb = -\pi/2$; 3 – $kb = -\pi$

Выводы. Таким образом, построена строгая математическая модель задачи рассеяния произвольного гармонически зависящего от времени падающего электромагнитного поля на бесконечно тонком ИП-диске. Представлена эффективная численно-аналитическая схема решения данной задачи, на основе которой был разработан алгоритм для расчета полной излучаемой мощности источников поля в присутствии ИП-диска. Преимуществами данного алгоритма являются высокое быстродействие и экономичное использование вычислительных ресурсов, что позволяет находить решение задачи как при малых размерах рассеивающего диска, так и при размерах, соизмеримых с десятками и даже сотнями длин волн, используя настольную ЭВМ.

Построены диаграммы направленности и графики мощности излучения в случае, когда источником падающего поля является комплексный горизонтальный ЭД и МД, расположенные на оси диска. Такие источники могут быть использованы для моделирования ближнего и дальнего полей открытого волновода с рупором, излучающим поле основной волны, так как в случае отличной от нуля комплексной добавки поле такого источника моделирует поле направленного волнового пучка.

1. *Bliznyuk N. Yu.* Accurate computation of a circular-disk antenna axisymmetrically excited by an electric dipole / N. Yu. Bliznyuk, A. I. Nosich // *Microwave and Optical Technology Let.* – 2000. – 25, N 3. – P. 211–216.
2. *Losada V.* Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates / V. Losada, R. R. Boix, M. Horno // *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* – 1999. – 47, N 4. – P. 488–497.
3. *Chew W. C.* Analysis of circular microstrip disk antenna with a thick dielectric substrate / W. C. Chew, J. A. Kong // *IEEE Trans. Antennas Propag.* – 1981. – 29. – P. 68–76.
4. *Луговой А. В.* О рассеянии электромагнитных волн диском, расположенным на границе раздела двух сред / А. В. Луговой, В. Г. Сологуб // *Журн. техн. физики.* – 1973. – XLIII. – С. 678–681.
5. *Литвиненко Л. Н.* Полуобращение оператора с использованием метода моментов в задачах дифракции волн на структурах из тонких дисков / Л. Н. Литвиненко, С. Л. Провирнин, А. Н. Хижняк. – Х., 1988. – 31 с. – (Препринт / РИ АН УССР; № 19).
6. *Dual integral equations technique in electromagnetic wave scattering by a thin disk* / M. V. Balaban, R. Sauleau, T. M. Benson A. I. Nosich // *Progress In Electromagnetics Research B.* – 2009. – 16. – P. 107–126.
7. *Бражникова Л. Н.* Об одном исследовании задачи дифракции на круглом диске / Л. Н. Бражникова, В. Г. Сологуб // *Акустический журн.* – 1973. – 19, № 2. – С. 280–283.
8. *Дунай Б. А.* Энергетические характеристики рассеяния электромагнитных волн диском, расположенным на границе диэлектрического полупространства / Б. А. Дунай, А. В. Луговой, В. Г. Сологуб // *Журн. техн. физики.* – 1974. – С. 2228–2231.
9. *Титчмарш Е.* Введение в теорию интегралов Фурье / Е. Титчмарш. – М.: Гостехиздат, 1948. – 479 с.
10. *Самко С. Г.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.

11. *Vinogradov S. S.* Canonical Problems in Scattering and Potential Theory. Pt. 1. Canonical Structures in Potential Theory / S. S. Vinogradov, P. D. Smith, E. D. Vinogradova. – New-York: Chapman & Hall/CRC, 2002. – 375 p.

M. V. Balaban, A. I. Nosich

RADIATION OF THE COMPLEX ELECTRICAL AND MAGNETIC DIPOLES IN THE PRESENCE OF A PERFECTLY CONDUCTING DISK

An efficient analytically-numerical scheme for solving the given time-harmonic electromagnetic wave scattering by a perfectly electrically conducting (PEC) zero-thickness disk is presented. It is based on the dual integral equations formulation and the method of analytical regularization which is applied for their solution. Complex electric and magnetic dipoles which are located on the axis of the disk and complex Huygens element are considered as sources of the incident field. Total field radiation pattern and normalized radiated power are presented for the various incident fields and geometries.

Key words: thin PEC disc scattering, dual integral equations, analytic regularization, complex point source.

М. В. Балабан, О. Й. Носіч

ВИПРОМІНЮВАННЯ КОМПЛЕКСНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО І МАГНІТНОГО ДИПОЛІВ У ПРИСУТНОСТІ ІДЕАЛЬНО ПРОВІДНОГО ДИСКА

Подано ефективну чисельно-аналітичну схему розв'язання задачі дифракції електромагнітного поля заданих джерел на нескінченно тонкому ідеально провідному (Ш) диску. За основу схеми узято метод аналітичної регуляризації, який застосований до знаходження рішень зв'язаних парних інтегральних рівнянь, що виникають при вирішенні розглядуваної задачі. Як задані джерела розглянуто розташовані на вісі диска комплексний електричний і магнітний диполі та комплексний елемент Гюйгенса. Наведено графіки діаграми спрямованості, а також графіки залежності потужності випромінювання розглядуваних джерел у присутності Ш-диска від радіуса диска і відстані до нього.

Ключові слова: дифракція на тонкому Ш-диску, парні інтегральні рівняння, аналітична регуляризація, комплексне джерело.

Рукопись поступила 23.04.10 г.