

## НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ГЕНЕРИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОНАМИ В ПОЛЕ ЗАРЯЖЕННОЙ НИТИ

Ю. В. Кириченко, И. Н. Онищенко

*Национальный научный центр Харьковский физико-технический институт,  
Институт плазменной электроники и новых методов ускорения  
1, ул. Академическая, Харьков, 61108, Украина  
E-mail: [onish@kipt.kharkov.ua](mailto:onish@kipt.kharkov.ua)*

Развита нелинейная теория генерирования электромагнитных волн в орбитроне. Построена и численно решена система уравнений, включающая уравнения возбуждения и движения электронов, совершающих двумерное движение в плоскости  $r, \varphi$  в поле заряженной нити. Показано, что механизм обмена энергией электрона с волной в орбитроне и в магнетроне имеют много общего. Для фиксированных параметров орбитрона плотность электронов в пространстве взаимодействия имеет оптимальное с точки зрения генерируемой энергии и электронного КПД значение. Достаточно точное описание процесса возбуждения волн в орбитроне можно получить, ограничиваясь одной собственной гармоникой. Ил. 8. Библиогр.: 11 назв.

**Ключевые слова:** поток электронов, поле заряженной нити, генерирование электромагнитных волн, орбитрон.

Орбитрон представляет собой коаксиальный конденсатор, внутренним цилиндром которого является тонкая металлическая нить [1], создающая аксиальное электростатическое поле. К преимуществам этого генератора миллиметровых и сантиметровых волн можно отнести простоту конструкции, отсутствие замедляющей структуры и внешнего магнитного поля. При подаче на нить положительного потенциала с внутренней стенки внешнего цилиндра резонатора, являющейся катодом, вырываются электроны. Некоторые из них, многократно рассеиваясь на молекулах остаточного газа, приобретают азимутальную составляющую скорости  $V_\varphi$ , благодаря чему становится возможным усиление волн, бегущих в азимутальном направлении. В работе [2] было показано, что частоты собственных волн этой коаксиальной структуры определяются формулой  $\omega_{mn} = \frac{\pi c}{b} \left( n + \frac{|m|}{2} + \frac{1}{4} \right)$ , где  $c$  – скорость света,  $b$  – внутренний радиус внешней стенки резонатора,  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и  $n=1, 2, \dots$  – соответственно азимутальный и радиальный номера собственной гармоники. Из формулы для  $\omega_{mn}$  следует, что фазовая скорость волны  $v_{ph} = \omega_{mn} r/m$  меньше скорости света при условии  $r \ll b$ , где  $r$  – расстояние от оси резонатора. Таким образом, волна оказывается замедленной вблизи нити. Подчеркнем, что замедление волны в орбитроне происходит в отсутствие замедляющей системы. Линейная стадия генерации в орбитроне исследована в работах [2–4], в которых были определены условия возникновения неустойчивости и вычислены их инкременты. В работе [5] в приближении заданного поля рассмотрена нелинейная динамика нерелятивистских электронов в орбитроне при малых амплитудах волны. Представляется инте-

ресным проведение более общего рассмотрения, отказавшись от упрощающих картину генерации предположений [5].

**1. Уравнения нелинейной теории.** Рассмотрим высокочастотный коаксиальный цилиндрический резонатор, неограниченный вдоль оси  $z$  (используется цилиндрическая система координат  $r, \varphi, z$ ). Радиус заряженной нити равен  $a$  ( $a \ll b$ ). Решается следующая двумерная нестационарная задача, моделирующая процесс генерации в орбитроне. В отсутствие электронов в пространстве взаимодействия имеется некоторая флуктуация электромагнитного поля с компонентами  $H_z, E_\varphi, E_r$ . В начальный момент времени по окружности радиуса  $r_0$  равномерно распределены нерелятивистские электроны, которые из-за азимутальной симметрии имеют одинаковые компоненты скорости  $V_{r_0}, V_{\varphi_0}$ , зависящие от  $r_0$ . В следующие моменты времени электроны начинают двигаться в плоскости  $r, \varphi$  в поле нити и в поле флуктуации, отдавая последней свою энергию. В результате усиления флуктуации генерируется электромагнитное поле. Поле волны находим в виде разложения по собственным волнам резонатора:

$$\vec{E}(r, \varphi, t) = \operatorname{Re} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_n f_{mn}(t) \vec{e}_{mn}(r, \varphi); \quad (1)$$

$$\vec{H}(r, \varphi, t) = \operatorname{Re} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_n g_{mn}(t) \vec{h}_{mn}(r, \varphi), \quad (2)$$

где  $\vec{e}_{mn}(r, \varphi), \vec{h}_{mn}(r, \varphi)$  – напряженности поля собственных гармоник волны, которые определяются формулами

$$e_{m,r} = -\frac{mR_{mn}(k_{mn}r)}{k_{mn}r\sqrt{N_{mn}}}\exp(im\varphi); \quad (3)$$

$$e_{mn,\varphi} = -i \frac{R'_{mn}(k_{mn}r)}{\sqrt{N_{mn}}} \exp(im\varphi); \quad (4)$$

$$h_{mn,z} = \frac{R_{mn}(k_{mn}r)}{\sqrt{N_{mn}}} \exp(im\varphi), \quad (5)$$

где  $R_{mn} = J_m(k_{mn}r)N'_m(k_{mn}a) - J'_m(k_{mn}a)N_m(k_{mn}r)$ ;  $R'_{mn} = J'_m(k_{mn}r)N'_m(k_{mn}a) - J'_m(k_{mn}a)N'_m(k_{mn}r)$ ;  $k_{mn} = \omega_{mn}/c$ ;  $J_m(x)$  и  $N_m(x)$  – функции Бесселя и Неймана (штрих означает дифференцирование по аргументу  $x$ );  $N_{mn} = \left\{ \left( (k_{mn}b)^2 - m^2 \right) R_{mn}^2(k_{mn}b) - \left( (k_{mn}b)^2 - m^2 \right) R_{mn}^2(k_{mn}a) \right\} / (4k_{mn}^2)$  – нормировочный множитель. Согласно экспериментальным данным [1] плотность электронов в орбитроне относительно невелика, так как их плазменная частота примерно на порядок меньше частоты генерируемых волн. Поэтому в (1) не учтено поле пространственного заряда. В дальнейшем гармоника с  $m=0$  учитываться не будет. Собственные функции (3)–(5) нормированы следующим образом:

$$\int_a^b dr r \int_0^{2\pi} d\varphi \bar{h}_{mn} \bar{h}_{m'n'}^* = \int_a^b dr r \int_0^{2\pi} d\varphi \bar{e}_{mn} \bar{e}_{m'n'}^* = 4\pi \delta_{mn} \delta_{m'n'}. \quad (6)$$

Подставляя соотношения (1), (2) в уравнения Максвелла и используя условия нормировки (6), получим следующие уравнения возбуждения для амплитуд разложений (1), (2):

$$\frac{df_{mn}(t)}{dt} + i\omega_{mn}g_{mn}(t) = -2K_{mn}(t); \quad (7)$$

$$\frac{dg_{mn}(t)}{dt} + i\omega_{mn}f_{mn}(t) = 0; \quad (8)$$

$$f_{mn}|_{t=0} = f_{0mn} = |f_{0mn}| \exp(i\Phi_{0mn}); \quad (9)$$

$$g_{mn}|_{t=0} = g_{0mn} = |g_{0mn}| \exp(i\Phi_{0mn}^g), \quad (10)$$

где

$$K_{mn}(t) = \int_a^b dr r \int_0^{2\pi} d\varphi \bar{j}(r, \varphi, t) \bar{e}_{mn}^*(r, \varphi). \quad (11)$$

Ток  $\bar{j}$  в формуле (11) образуется электронами, эмитируемыми с катода. С помощью (3)–(5) формулу (11) можно представить в виде

$$K_{mn}(t) = \frac{1}{\sqrt{N_{mn}}} \{ K_{1mn} - K_{4mn} + i(K_{2mn} + K_{3mn}) \}. \quad (12)$$

Формулы для функций времени  $K_{imn}(t)$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) приведены ниже. Поскольку в отсутствие электронов нет выделенного направления по азимуту, начальные флуктуации поля являются стоячими в азимутальном направлении волнами. Поэтому должны выполняться следующие

соотношения между амплитудами и фазами флуктуации:

$$|g_{0mn}| = |g_{0,-mn}| = |f_{0mn}| = |f_{0,-mn}|, \quad (13)$$

$$\Phi_{0mn} = \Phi_{0mn}^g = \Phi_{0,-mn} = \Phi_{0,-mn}^g.$$

Решения уравнений возбуждения (7), (8) с начальными условиями (9), (10), (13) удобно представить для численного анализа в виде

$$f_{mn}(t) = \exp(-i\theta_{mn}) \left( f_{0mn} - \int_0^t dt' \exp(i\theta'_{mn}) K_{mn}(t') \right) - \exp(i\theta_{mn}) \int_0^t dt' \exp(-i\theta'_{mn}) K_{mn}(t'),$$

$$g_{mn}(t) = \exp(-i\theta_{mn}) \left( f_{0mn} - \int_0^t dt' \exp(i\theta'_{mn}) K_{mn}(t') \right) + \exp(i\theta_{mn}) \int_0^t dt' \exp(-i\theta'_{mn}) K_{mn}(t'),$$

где  $\theta = \omega t$ ,  $\theta' = \omega t'$ . Для нахождения тока электронов  $\bar{j}(r, \varphi, t)$ , определяющего функции (11), (12), надо решить нерелятивистские уравнения движения в цилиндрических координатах с начальными условиями

$$\frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\varphi^2}{r} - \frac{V_Q^2}{r} - \frac{e}{m_e} E_r(r, \varphi, t); \quad (14)$$

$$\frac{dV_\varphi}{dt} = -\frac{V_r V_\varphi}{r} - \frac{e}{m_e} E_\varphi(r, \varphi, t); \quad (15)$$

$$\frac{dr}{dt} = V_r, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_\varphi}{r}, \quad (16)$$

$$V_r|_{t=0} = V_{r_0}, \quad V_\varphi|_{t=0} = V_{\varphi_0}, \quad r|_{t=0} = r_0, \quad \varphi|_{t=0} = \varphi_0.$$

В уравнениях движения  $-e < 0$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона,  $V_Q^2 = 2eQ/m_e$  – квадрат некоторой масштабной скорости,  $Q$  – линейная плотность заряда нити, а компоненты электрического поля волны определяются формулой (1). Система уравнений (7), (8), (14)–(16) самосогласованно описывает процесс возбуждения электромагнитных волн в орбитроне. Для применения метода частиц представим ток следующим образом:

$$\bar{j}(r, \varphi, t) = -e\mu_e \sum_j^N \frac{1}{r} \bar{V}_j(t) \delta(r - r_j(t)) \delta(\varphi - \varphi_j(t)), \quad (17)$$

где  $r_i(t)$ ,  $\varphi_i(t)$ ,  $\bar{V}_i(t)$  – решения уравнений (14)–(16) для  $j$ -й частицы;  $N$  – полное количество частиц;  $\mu_e$  – масса частицы, т. е. число содержащихся в ней электронов. Формулы для  $K_{imn}(t)$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) из (12) принимают с помощью (17) вид

$$K_{1mn}(t) = -e\mu_e \sum_j^N V_{j\varphi}(t) R'_{mn}(k_{mn}r_j(t)) \sin(m\varphi_j(t)),$$

$$K_{2mn}(t) = -e\mu_e \sum_j^N V_{j\varphi}(t) R'_{mn}(k_{mn}r_j(t)) \cos(m\varphi_j(t)),$$

$$K_{3mn}(t) = -e\mu_e \sum_j^N V_{jr}(t) \frac{mR_{mn}(k_{mn}r_j(t))}{k_{mn}r_j(t)} \sin(m\varphi_j(t)),$$

$$K_{4mn}(t) = -e\mu_e \sum_j^N V_{jr}(t) \frac{mR_{mn}(k_{mn}r_j(t))}{k_{mn}r_j(t)} \cos(m\varphi_j(t)).$$

Для удобства вычислений выведенные выше уравнения были приведены к безразмерному виду. Формула для энергии возбуждаемого поля, приходящейся на единицу длины орбитрона, может быть получена из разложений (1), (2):

$$\varepsilon(t) = \sum_{m \geq 1} \sum_n \varepsilon_{mn}(t),$$

$$\varepsilon_{mn}(t) = \frac{1}{4} \left( |f_{mn}(t)|^2 + |f_{-mn}(t)|^2 + |g_{mn}(t)|^2 + |g_{-mn}(t)|^2 \right).$$

Решение задачи определяется следующими основными параметрами:

- отношение радиусов  $b/a$ ;
- количество электронов, приходящееся на единицу длины резонатора  $\tilde{N}/l$ ;
- приложенное к нити напряжение  $U = 2Q \ln(b/a)$  в киловольтах;
- коэффициент ослабления энергии электрона  $\alpha = m_e(V_{r_0}^2 + V_{\varphi_0}^2)/(4eQ \ln(b/a)) < 1$ , характеризующий потери его энергии за счет столкновений с молекулами остаточного газа и равный отношению его кинетической энергии в точке  $r_0$  к максимально возможной кинетической энергии, которую электрон приобрел бы, пройдя путь от катода до анода без рассеяния;
- параметр начального синхронизма частиц и гармоники  $(m, n)$  флуктуации волны  $a_{smn} = (V_{\varphi_0} - v_{\varphi mn})/v_{\varphi mn}$ ;
- угол  $\varphi_{sc}$ , который образует начальная скорость частицы  $\vec{V}_0$  с радиальным направлением, причем  $\text{tg} \varphi_{sc} = -V_{\varphi_0}/V_{r_0}$ .

Величины  $\beta_{\varphi_0} = V_{\varphi_0}/c$  и  $\rho_0 = r_0/a$  определяются параметрами  $\alpha$ ,  $U$ ,  $a_{smn}$ . Величина  $\rho_0$  растет вместе с  $\beta_{\varphi_0}$  при фиксированном значении  $a_{smn}$ . Амплитуда начальной флуктуации  $|f_{0mn}|$  выбирается достаточно малой, чтобы конечные результаты не зависели от нее и от фазы  $\Phi_{0mn}$ . Точность вычислений определяется

количеством частиц  $N$  и шагом интегрирования по времени  $\Delta t$ .

Электрон в орбитроне обладает не только кинетической  $W_k = W_{k\varphi} + W_{kr}$ , но и потенциальной  $W_p = 2eQ \ln(r/r')$  энергией, где  $W_{k\varphi} = m_e V_{\varphi}^2/2$ ,  $W_{kr} = m_e V_r^2/2$ ,  $r'$  – точка отсчета потенциала.

Электронный КПД для орбитрона определяется следующим образом. Рассмотрим сначала случай, когда электроны оседают только на нить. Пусть в начальный момент времени их кинетическая и потенциальная энергии равны  $W_{k_0}$  и  $W_{p_0}$ , а энергия начального возмущения электромагнитного поля  $\varepsilon(0)$ . После окончания процесса генерации, когда все частицы осядут на нить, соответствующие величины равны  $W_{kf}$ ,  $W_{pf}$ ,  $\varepsilon_f$ . Из закона сохранения энергии следует, что  $W_{k_0} + W_{p_0} - W_{pf} = \varepsilon_f - \varepsilon(0) + W_{kf}$ . Из этого соотношения видно, что начальная кинетическая энергия всех частиц и изменение потенциальной энергии частиц, осевших на нить, расходуется на полезное увеличение энергии поля и бесполезную конечную кинетическую энергию частиц, которая расходуется на разогрев нити. Отсюда следует определение КПД орбитрона  $\eta$

$$\eta = \frac{\varepsilon_f - \varepsilon(0)}{W_{k_0} + W_{p_0} - W_{pf}} = 1 - \frac{W_{kf}}{W_{k_0} + W_{p_0} - W_{pf}}. \quad (18)$$

Для магнетронов выполняется соотношение  $W_{k_0} \approx 0$ . При этом формулы (18) переходят в формулы для КПД магнетронов [6–8]. При некоторых условиях возможно также оседание некоторой части частиц на катод орбитрона. В этом случае часть работы внешнего источника затрачивается на приращение потенциальной энергии этой части частиц, которое должно быть добавлено в числитель второй формулы (18). Оседание электронов на катод приводит к уменьшению  $\eta$  орбитрона.

**2. Результаты вычислений.** В работе [2] показано, что инкременты холодных волн в орбитроне быстро убывают с ростом азимутального номера гармоники  $|m|$ . Это позволяет считать, что основной вклад в разложения (1), (2) дадут гармоники с  $|m|=1$  и несколькими первыми значениями номера  $n$  радиальной гармоники. Сначала были проведены вычисления для основной гармоники, у которой  $|m|=1$  и  $n=1$ . Линейная плотность энергии волны  $\varepsilon$  везде приводится в единицах эрг/см. Вычисления, результаты которых приведены ниже, выполнены при следующих значениях параметров:

$$b/a = 100; \quad a_{s11} = -0,1; \quad \varphi_{sc} = \pi/2; \quad (19)$$

$$\tilde{N}/l = 10^{11}; \quad U = 1,5; \quad \alpha = 0,2; \quad \beta_{\varphi_0} = 0,0343; \quad (20)$$

$$\rho_0 = 2,07.$$

На рис. 1 показано, как при этих значениях параметров изменяется со временем величина  $\varepsilon$ .

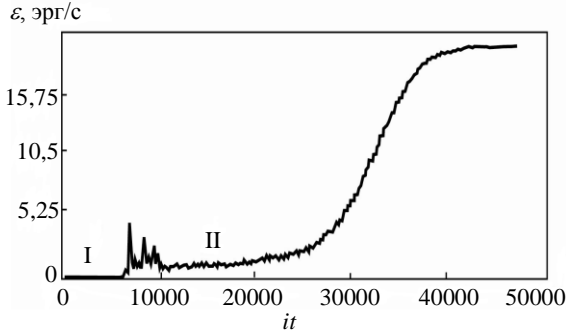


Рис. 1. Зависимость  $\varepsilon$  от номера временного шага

По оси абсцисс отложен номер  $it$  временного шага. При этом величина временного шага в секундах равна  $\Delta t = 0,05 \frac{a}{V_{\varphi_0}}$ , а количество частиц  $N = 800$ .

Расчеты при различных углах  $\varphi_{sc}$  показали, что величины  $\varepsilon$ ,  $\eta$  как функции этого угла имеют максимумы при  $\varphi_{sc} = \pi/2$ . Отклонения угла  $\varphi_{sc}$  от этого значения приводит к уменьшению энергии генерируемого поля и эффективности его возбуждения. Это означает, что эффективно взаимодействуют с волной только те электроны, начальные траектории которых близки к круговым. Компоненты скорости таких электронов подчиняются условию  $V_{\varphi} \gg V_r$ . (21)

Механизм обмена энергией между электронами и волной связан с группировкой электронов. Азимутальная группировка электронов в орбитроне, т. е. скопление электронов вблизи какого-то значения угла  $\varphi$  в системе отсчета, сопутствующей волне, определяется зависимостью их угловой скорости  $\omega_0 = V_{\varphi}/r$  от времени. Используя уравнение (15), получим следующее соотношение для углового ускорения электронов:

$$\frac{d\omega_0}{dt} = -\frac{1}{r} \left( \frac{2V_r V_{\varphi}}{r} + \frac{e}{m_e} E_{\varphi} \right), \quad e > 0. \quad (22)$$

Изменение со временем полной энергии волны определяется формулой

$$\frac{d}{dt} (W_k + W_p) = -e(V_{\varphi} E_{\varphi} + V_r E_r). \quad (23)$$

Расчеты показали, что на этапе генерации I (рис. 1), когда электроны движутся в поле малой флуктуации, их траектории близки к окружностям. При этом выполняется неравенство (21).

Поэтому на этапе I в силу соотношения  $E_r \sim E_{\varphi}$  вместо (23) имеет место соотношение

$$\frac{d}{dt} (W_k + W_p) \approx -eE_{\varphi} V_{\varphi}. \quad (24)$$

Из (24) следует, что в обмене энергией с волной принимает участие в основном компонента волны  $E_{\varphi}$  и азимутальная часть кинетической энергии  $W_{k\varphi}$  электрона. При изменении  $V_{\varphi}$  нарушается баланс центробежной силы и силы притяжения со стороны нити. Поэтому при уменьшении  $W_{k\varphi}$  электрон приближается к нити, а его потенциальная энергия  $W_p$  уменьшается. При увеличении  $W_{k\varphi}$  электрон удаляется от нити, а его  $W_p$  увеличивается. Следовательно, на этапе I электрон обменивается с волной частью  $W'$  своей полной энергии, включающей потенциальную энергию  $W_p$ :

$$W' = W_{k\varphi} + W_p. \quad (25)$$

В конце этапа I происходит группировка электронов. Вычисления с параметрами (19), (20) показали, что первое слагаемое в формуле (22) меньше второго. При этом электроны группируются при переходе из фазы отбора энергии электронами у волны, когда  $-eE_{\varphi} V_{\varphi} > 0$ , к фазе отдачи энергии волне, когда  $-eE_{\varphi} V_{\varphi} < 0$ . При этом центр сгустка находится в фазе отдачи энергии волне. В этом случае знак углового ускорения  $d\omega_0/dt$  совпадает со знаком азимутальной компоненты, действующей на электрон силы  $F_{\varphi} = -eE_{\varphi}$ . Однако при других параметрах задачи направления азимутальной силы и углового ускорения могут быть противоположными. В этом случае электроны в системе отсчета, сопутствующей волне, смещаются против действующей на них азимутальной силы, смещаясь также по радиальной координате. Это явление иногда называют эффектом «отрицательной массы» [9]. Он имеет место в орбитроне, когда первое слагаемое в правой части формулы (22) превышает по модулю второе. Физически этот эффект связан с неизохронностью электронов-осцилляторов в орбитроне. Неизохронность в свою очередь связана с зависимостью энергии электрона от частоты  $\omega_0$  посредством переменных  $V_{\varphi}$ ,  $r$ . Для сравнения отметим, что в гиротроне неизохронность электрона-осциллятора связана с релятивистской зависимостью его частоты от энергии [10].

Из рис. 1 видно, что первый этап возбуждения поля в орбитроне заканчивается относительно небольшим всплеском энергии волны. Результатом I этапа является усиление поля вол-

ны, радиальная составляющая которого  $E_r$  приводит к приобретению электронами значительной радиальной составляющей скорости  $V_r$ . Неравенство (21) теперь не выполняется. В энергообмене электронов с волной начинает принимать участие составляющая поля  $E_r$  и становится справедливой формула (23). Траектории электронов отклоняются от окружностей, и появляется значительный разброс их радиальной координаты  $r$ . Теперь электроны обмениваются с волной полной энергией

$$W_t = W_{k\varphi} + W_{kr} + W_p. \quad (26)$$

Кроме того, разность фаз между компонентами поля  $E_r$  и  $E_\varphi$  изменяется со временем. Все эти факторы ослабляют азимутальную группировку на этапе II. Действительно, для электронов, имеющих близкие значения азимутальной координаты  $\varphi$ , величины  $V_r, V_\varphi, r, E_\varphi$  принимают разные значения и изменяются со временем по-разному. Поэтому угловые ускорения для этих электронов будут принимать различные знаки и абсолютные значения. Это видно из формулы (22). В результате азимутальная группировка для электронов на II этапе ослабляется. Из рис. 1 видно, что второй этап генерации является основным, так как именно на нем происходит возбуждение поля с максимальной энергией. Из формул для  $\omega_0, W_{k\varphi}, W_p$  следуют неравенства

$$\frac{dW_p}{dW_{k\varphi}} < \frac{V_Q^2}{V_\varphi^2}, \quad d\omega_0 > 0; \quad (27)$$

$$\frac{dW_p}{dW_{k\varphi}} > \frac{V_Q^2}{V_\varphi^2}, \quad d\omega_0 < 0. \quad (28)$$

Расчеты с разными параметрами показали, что в начальный момент времени  $dW_p/dW_{k\varphi}|_{t=0} \approx 0,5-1$ . По мере отдачи энергии волне электроном его  $V_\varphi^2$  уменьшается и, как видно из (27), (28), изменение потенциальной энергии электрона может превзойти изменение его азимутальной части кинетической энергии.

Для практических целей важно знать: как зависят линейная плотность энергии электромагнитного поля  $\varepsilon$  и КПД  $\eta$  от различных параметров задачи. На рис. 2–5 показано, как зависят величины  $\eta$  в % (сплошные линии) и  $\varepsilon$  в эрг/см (пунктирные линии) от  $\rho_0$  для параметров (19) при различных значениях  $\tilde{N}/l, U$ .

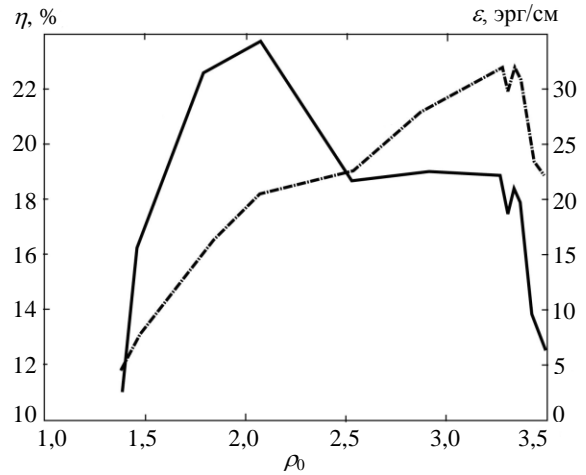


Рис. 2. Зависимость  $\eta$  (сплошная линия) и  $\varepsilon$  (пунктир) от  $\rho_0$  при  $\tilde{N}/l = 10^{11}, U = 1,5$  Кв

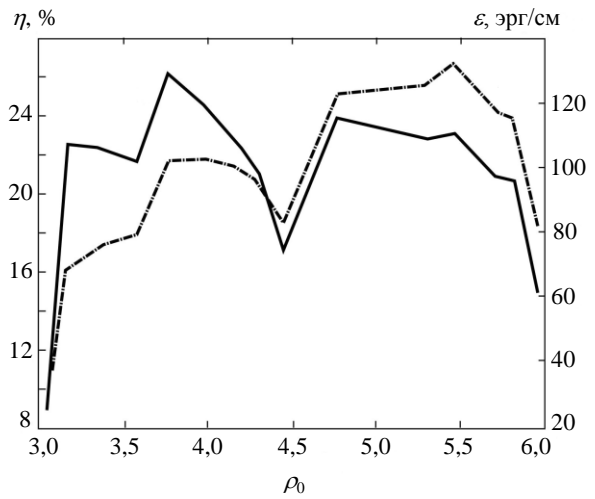


Рис. 3. Зависимость  $\eta$  (сплошная линия) и  $\varepsilon$  (пунктир) от  $\rho_0$  при  $\tilde{N}/l = 10^{11}, U = 5,0$  Кв

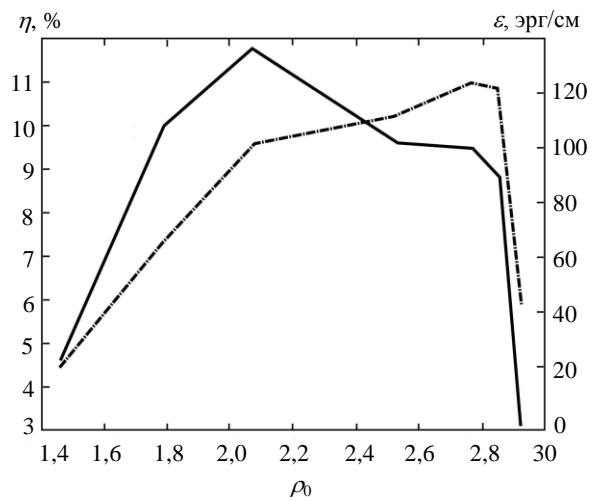


Рис. 4. Зависимость  $\eta$  (сплошная линия) и  $\varepsilon$  (пунктир) от  $\rho_0$  при  $\tilde{N}/l = 10^{12}, U = 1,5$  Кв

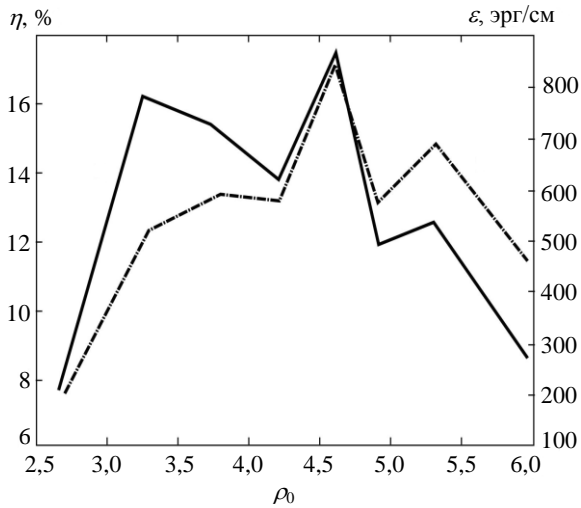


Рис. 5. Зависимость  $\eta$  (сплошная линия) и  $\varepsilon$  (пунктир) от  $\rho_0$  при  $\tilde{N}/l = 10^{12}$ ,  $U = 5,0$  Кв

Прежде всего отметим, что волна эффективно возбуждается электронами, начальные радиальные координаты  $\rho_0$  которых лежат в цилиндрическом слое в непосредственной близости от нити – анода. Толщина этого слоя мала по сравнению с радиусом  $b$  внешнего цилиндра орбитрона. Это находится в согласии с экспериментальными данными [1] и результатами линейной теории [2]. За пределами слоя величины  $\varepsilon$ ,  $\eta$  уменьшаются. Нижняя граница слоя определяется тем, что вблизи нее электроны имеют малую начальную энергию и не могут возбудить заметную энергию поля. Кроме того, из-за отклонений орбит от круговых эти электроны могут быстро осесть на нить, не возбудив волну. При увеличении  $\rho_0$  увеличивается  $V_{\phi_0}$  и начальная потенциальная энергия электрона. Следовательно, растет энергия, которую электрон может отдать волне. Волна нарастает и за счет своей компоненты  $E_r$  начинает выбрасывать электроны на катод. Эти электроны уносят полезную энергию, что приводит к уменьшению  $\eta$ . Если  $\rho_0$  очень велико, то у волны отбирается почти вся энергия. В результате величины  $\varepsilon$  и  $\eta$  становятся близкими к нулю. Этим определяется правая граница диапазона  $\rho_0$ , на котором имеется генерация.

Зависимость  $\varepsilon$  и  $\eta$  от линейной плотности электронов  $\tilde{N}/l$  при некоторых значениях напряжения  $U$  представлена на рис. 6, 7.

Чем больше  $\tilde{N}/l$ , тем большую энергию могут отдать волне электроны. Этим объясняется рост  $\varepsilon$  при увеличении  $\tilde{N}/l$ . С ростом  $\tilde{N}/l$  усиливается компонента поля волны  $E_r$ , которая разбрасывает электроны на катод и анод.

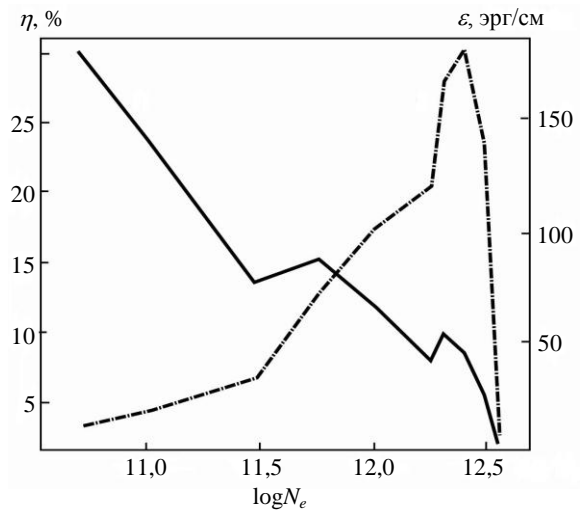


Рис. 6. Зависимость  $\eta$  (сплошная линия) и  $\varepsilon$  (пунктир) от  $\log(\tilde{N}/l)$  при  $U = 1,5$  Кв

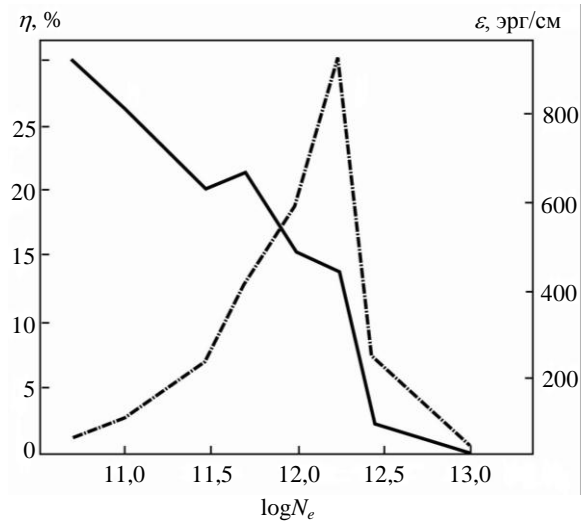


Рис. 7. Зависимость  $\eta$  (сплошная линия) и  $\varepsilon$  (пунктир) от  $\log(\tilde{N}/l)$  при  $U = 5,0$  Кв

Кроме того, некоторые электроны, попавшие в фазу ускорения полем  $E_{\phi}$ , улетают на катод. Все эти электроны уносят полезную энергию. Электроны, падающие на катод и нить, имеют также кинетическую энергию  $W_{kf}$ , которая идет на их разогрев. Поэтому КПД (18) уменьшается с ростом  $\tilde{N}/l$ . Если  $\tilde{N}/l$  превышает некоторое критическое значение  $\tilde{N}_c/l$ , то энергия, уносимая электронами, которые выбрасываются на электроды, превышает энергию, отдаваемую волне. В результате волна не генерируется. Это иллюстрирует рис. 8, где показана временная зависимость  $\varepsilon$  для набора параметров (19), (20), в котором  $\tilde{N}/l$  увеличено до  $\tilde{N}/l = 3,5 \cdot 10^{12}$ . Для этих расчетов количество частиц взято равным  $N = 1600$ .

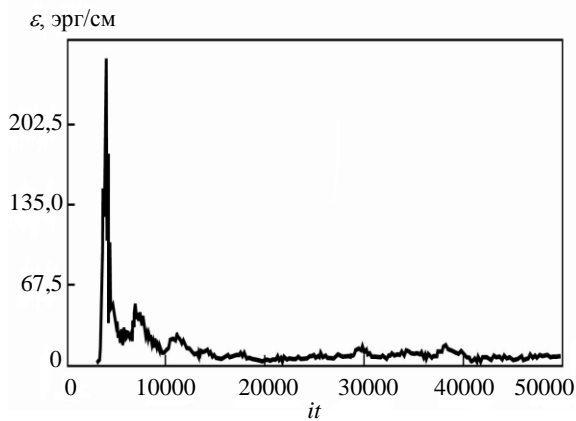


Рис. 8. Зависимость линейной плотности энергии  $\varepsilon$  от времени при  $\tilde{N}/l = 3,5 \cdot 10^{12}$

Для случаев, представленных на рис. 6, 7, критическое значение линейной плотности электронов равно  $\tilde{N}_c/l \approx 3 \cdot 10^{12}$ . Увеличение  $\varepsilon$  и уменьшение  $\eta$  с ростом  $\tilde{N}/l$  означает, что существует некоторое оптимальное значение числа электронов в пространстве взаимодействия. Из рис. 6, 7 видно также, что значительно увеличить энергию излучения можно, повышая напряжение  $U$ . Увеличение  $\varepsilon$  с ростом  $U$  объясняется следующим образом. Для того чтобы начальные траектории электронов были близки к круговым, необходим баланс центробежной силы инерции и силы притяжения со стороны нити, из которого следует соотношение  $m_e V_{\varphi_0}^2 = eU / \ln(b/a)$ . Из этой формулы видно, что  $V_{\varphi_0}^2 \sim U$ . Поэтому чем больше  $U$ , тем большую энергию электрон отдает волне.

Были также выполнены вычисления с учетом высших радиальных гармоник. При этом использовались параметры (19), (20). Расчеты с учетом двух и трех радиальных гармоник дали следующие значения энергии поля и КПД: при  $n=1$  получено  $\varepsilon = 20,3$ ,  $\eta = 24\%$ ; при  $n=1, 2$  –  $\varepsilon = 17,5$ ,  $\eta = 20\%$ ; при  $n=1, 2, 3$  –  $\varepsilon = 18,2$ ,  $\eta = 21\%$ . Видно, что вклад высших радиальных гармоник в  $\varepsilon$  и  $\eta$  невелик. Вклад в эти величины гармоники с  $n=2$  составляет 14%, а гармоники с  $n=3$  составляет 4%. Зависимость  $\varepsilon$  от времени при учете этих радиальных гармоник также слабо отличается от зависимости, представленной на рис. 1. Эти результаты оправдывают применимость одноволнового приближения при исследовании особенностей процесса возбуждения электромагнитного поля в орбитроне. Поэтому ряды (1), (2) быстро сходятся при увеличении числа слагаемых.

Из известных генераторов наиболее близок к орбитрону по механизму энергообмена электронов с волной магнетрон. Оба прибора являются резонансными. В обеих системах вращающуюся волну генерируют вращающиеся электроны. В орбитроне электрон приобретает составляющую скорости  $V_{\varphi}$  в результате многократного рассеяния электронов на молекулах остаточного газа, а в магнетроне – под действием внешнего аксиального магнитного поля  $B_0$ . В орбитроне электроны отдают волне часть своей потенциальной энергии. Однако в магнетроне вклад потенциальной энергии в энергию возбуждаемого поля намного больше, чем в орбитроне. В магнетроне радиальное движение электронов преобразуется в азимутальное благодаря магнитному полю  $B_0$ , которое искривляет их траектории, из-за чего становится возможным взаимодействие электронов с волной. Таким образом, благодаря магнитному полю кинетическая энергия электронов в магнетроне меняется очень слабо, а волне передается их потенциальная энергия. В орбитроне нет механизма преобразования радиального движения электронов в азимутальное. Поэтому при падении на нить или катод их кинетическая энергия значительна, а это снижает КПД орбитрона по сравнению с КПД магнетрона. Для орбитрона и магнетрона существуют некоторые критические значения количества электронов в пространстве взаимодействия, при превышении которых генерация в обоих приборах прекращается. Механизмы этого срыва генерации в орбитроне и магнетроне тоже сходны между собой.

В гиротроне [10] и пениотроне [11], в отличие от орбитрона, электрон обменивается с волной только своей кинетической энергией.

**Выводы.** В работе развита самосогласованная нелинейная теория генерирования электромагнитных волн в орбитроне. Электроны, возбуждающие поле в орбитроне, совершают двумерное движение в плоскости  $r, \varphi$ , что существенно усложняет задачу и механизм обмена энергией электронов с волной. Показано, что для описания основных свойств процесса генерирования в орбитроне достаточно ограничиться основной гармоникой. Волна эффективно возбуждается электронами, начальные радиальные координаты которых лежат узким цилиндрическим слоем вне посредственной близости от анода. Показано, что энергия волны растет при увеличении количества электронов в пространстве взаимодействия. Вместе с тем КПД уменьшается с ростом количества электронов. Если количество электронов в пространстве взаимодействия

превышает некоторое критическое значение, то наступает срыв генерации.

1. *Alexeff I.* Millimeter microwave emission from a maser by use of plasma-produced electrons orbiting a positively charged wire / I. Alexeff, F. Dyer // *Phys. Rev. Lett.* – 1980. – 45, N 5. – P. 351–354.
2. Генерирование электромагнитных волн в цилиндрическом резонаторе электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле / В. В. Долгополов, Ю. В. Кириченко, Ю. Ф. Лонин, И. Ф. Харченко // *Журн. техн. физики.* – 1998. – 68, вып. 8. – С. 91–94.
3. Долгополов В. В. Генерация электромагнитных волн релятивистскими электронами, вращающимися в радиальном электростатическом поле / В. В. Долгополов, Ю. В. Кириченко, И. Ф. Харченко // *Изв. вузов. Радиоэлектрон.* – 1999. – 42, № 2. – С. 33–40.
4. Кириченко Ю. В. Генерирование электромагнитных волн релятивистскими электронами в резонаторе со скрещенными радиальным электростатическим и аксиальным магнитным полями в условиях плазменного резонанса / Ю. В. Кириченко // *Журн. техн. физики.* – 1999. – 69, вып. 6. – С. 112–114.
5. Кириченко Ю. В. Нелинейная динамика электронов во вращающемся электромагнитном поле / Ю. В. Кириченко // *Изв. вузов. Радиоэлектрон.* – 2005. – 48, № 6. – С. 29–36.
6. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ: в 2 т. Т. 2 / И. В. Лебедев. – М.: Высшая школа, 1972. – 376 с.
7. *Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями: в 2 т. Т. 1. Основные элементы приборов.* – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 556 с.
8. Гайдук В. И. Физические основы электроники сверхвысоких частот / В. И. Гайдук, К. И. Палатов, Д. М. Петров. – М.: Сов. радио, 1971. – 600 с.
9. Коломенский А. А. Устойчивость заряженного пучка в накопительных системах / А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев // *Атомная энергия.* – 1959. – 7, вып. 6. – С. 549–550.
10. *Гиротрон: сб. науч. тр. / Горьк. ин-т приклад. физики.* – Горький, 1981. – 254 с.
11. Кураев А. А. Несинхронные взаимодействия / А. А. Кураев // *Укр. физ. журн.* – 2007. – 177, № 5. – С. 511–534.

## THE NONLINEAR THEORY OF THE ELECTROMAGNETIC WAVES GENERATION BY ELECTRONS IN THE FIELD OF CHARGED FILAMENT

Yu. V. Kirichenko, I. N. Onishchenko

The nonlinear theory of electromagnetic field generation in orbitron is developed. The set of the equations including the equations of field excitation and equations of 2-dimensional motion is constructed and numerically solved. It is shown, that mechanism of energy exchange of electrons with the wave in orbitron and in magnetron has much in common. For the fixed parameters of orbitron from the point of view of generated energy and electronic efficiency there is some optimal value of electron density in the interaction region.

**Key words:** electron flow, charged filament field, generation of electromagnetic waves, orbitron.

## НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ГЕНЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ ЕЛЕКТРОНАМИ В ПОЛІ ЗАРЯДЖЕНОЇ НИТКИ

Ю. В. Кириченко, І. М. Оніщенко

Розвинуто нелінійну теорію генерування електромагнітних хвиль в орбітроні. Побудовано й чисельно розв'язано систему рівнянь, до якої належать рівняння збудження та руху електронів, що здійснюють двовимірний рух у площині  $r, \varphi$ , в полі зарядженої нитки. Показано, що механізм обміну енергією електрона з хвилею в орбітроні та магнетроні мають багато спільного. Для фіксованих параметрів орбітрона щільність електронів у просторі взаємодії має оптимальне значення з точки зору енергії, що генерується, і електронної ККД. Достатньо точний опис процесу збудження хвиль в орбітроні можна отримати за допомогою однієї тільки власної гармоніки.

**Ключові слова:** потік електронів, поле зарядженої нитки, генерування електромагнітних хвиль, орбітрон.

*Рукопись поступила 11 августа 2009 г.*