

## КУБИЧЕСКИ-НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ СУПЕРГЕТЕРОДИННЫХ ПЛАЗМА-ПУЧКОВЫХ ЛАЗЕРОВ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С *H*-УБИТРОННОЙ НАКАЧКОЙ

В. В. Кулиш<sup>1</sup>, А. В. Лысенко<sup>2</sup>, В. В. Коваль<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный авиационный университет  
1, просп. Космонавта Комарова, Киев, 03058, Украина

<sup>2</sup>Сумской государственной университет  
2, ул. Римского-Корсакова, Сумы, 40007, Украина  
E-mail: [Lysenko\\_@ukr.net](mailto:Lysenko_@ukr.net)

Построена мультигармоническая кубически-нелинейная теория супергетеродинного плазма-пучкового лазера на свободных электронах с *H*-убитронной накачкой. Учтено мультигармоническое взаимодействие волн, которое, как выяснено в работе, играет существенную роль. Проведен анализ уровней насыщения. Показана перспективность использования данных систем для генерации мощного электромагнитного излучения в миллиметровом диапазоне длин волн. Ил. 3. Табл. 1. Библиогр.: 14 назв.

**Ключевые слова:** супергетеродинный лазер на свободных электронах, плазма-пучковая неустойчивость.

Одной из приоритетных задач современной плазменной релятивистской СВЧ-электроники является создание и разработка новых источников мощного электромагнитного излучения в миллиметровом (мм) и субмиллиметровом (субмм) диапазонах волн [1–2]. Использование эффекта супергетеродинного усиления волн [1, 3–4] в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) открывает уникальные возможности для создания такого рода устройств, способных также генерировать мощное и сверхмощное излучение при исключительно высоких уровнях усиления [1, 5–8], формировать сверхмощные сигналы принципиально нового типа (фемтосекундные кластеры электромагнитной энергии тераваттного уровня [9]) и т. д.

Следует отметить, что, несмотря на то что именно плазма-пучковая версия супергетеродинного ЛСЭ была исторически предложена первой [3], основное развитие «супергетеродинная» идея исторически получила в форме двухпоточковых супергетеродинных ЛСЭ [1, 5–8]. Вместе с тем проектный анализ систематически показывал, что практическая реализация двухпоточковых супергетеродинных ЛСЭ всегда осложнена рядом технологических проблем, возникающих в процессе разработки двухскоростного источника релятивистского сильнооточного пучка. В связи с этим проблематика плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ снова стала актуальной, поскольку устройства этого типа лишены указанного рода недостатков.

Далее заметим, что в тех немногих работах, которые посвящены плазма-пучковым супергетеродинным ЛСЭ, основное внимание традиционно уделялось лишь конструкционной схеме с накачкой замедленной электромагнитной волной (доплертронная накачка) [3, 10], тогда как базовой в технике ЛСЭ считается накачка попереч-

ным магнитоондулятором полем (*H*-убитронная накачка) [1, 2].

В связи с вышесказанным основной целью данной работы является физический анализ устройств типа плазма-пучковый супергетеродинный ЛСЭ с *H*-убитронной накачкой. Теоретическое изучение таких устройств было проведено в работах [11, 12]. Здесь были получены оценки параметров исследуемого прибора, рассмотрен ряд его режимов работы, построена слабосигнальная теория.

В нашей статье продолжены исследования физических процессов в супергетеродинных плазма-пучковых ЛСЭ с *H*-убитронной накачкой, построена мультигармоническая кубически-нелинейная теория изучаемого прибора, проведен анализ уровней насыщения. Из проведенных исследований сделан вывод, что данный прибор может использоваться как источник мощного электромагнитного излучения в мм и субмм диапазонах длин волн.

**1. Модель.** Модель плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ с *H*-убитронной накачкой представлена на рис. 1.

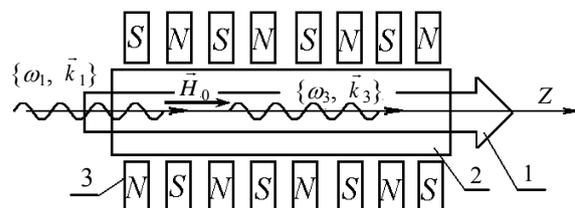


Рис. 1. Схема плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ

Электронный релятивистский пучок 1, ленгмюровская частота которого  $\omega_b$ , проходит через плазму 2, характеризующаяся ленгмюров-

ской частотой  $\omega_p$ . Система размещена в продольном фокусирующем магнитном поле с напряженностью  $H_0$ . В качестве накачки в исследуемой системе используется периодическое реверсивное магнитное поле, которое создается спиральным  $H$ -убитронным ондулятором 3 с периодом ондуляции  $\Lambda = 2\pi/k_2$  и напряженностью магнитного поля  $H_2$ . На вход системы подается электромагнитный сигнал с частотой  $\omega_1$  и волновым числом  $k_1$ .

В результате параметрического резонанса между волной сигнала  $\{\omega_1, k_1\}$  и магнитным полем ондулятора  $\{k_2\}$  в плазма-пучковой системе возбуждается волна пространственного заряда (ВПЗ) с частотой  $\omega_3$  и волновым числом  $k_3$ . Частоты и волновые числа этих волн в исследуемой системе связаны между собой условием параметрического резонанса

$$p_3 = p_1 + p_2$$

или

$$\omega_3 = \omega_1, \quad k_3 = k_1 + k_2, \quad (1)$$

где  $p_1 = \omega_1 t - k_1 z$  – фаза электромагнитной волны сигнала;  $p_2 = -k_2 z$  – фаза  $H$ -убитронного поля;  $p_3 = \omega_3 t - k_3 z$  – фаза электронной волны ВПЗ. При этом параметры системы выбираем таким образом, чтобы волна ВПЗ  $\{\omega_3, k_3\}$  имела максимальный инкремент нарастания вследствие плазма-пучковой неустойчивости.

Особенность исследуемого плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ заключается в том, что здесь реализуется эффект супергетеродинного усиления (см., например, [1, 3, 7]), суще-

ность которого состоит в использовании дополнительного механизма усиления одной из трех волн, принимающих участие в параметрическом резонансе. В данном случае в качестве дополнительного механизма усиления выступает эффект усиления ВПЗ за счет плазма-пучковой неустойчивости. Следует подчеркнуть, что многие годы ситуация в плазменной электронике осложнялась отсутствием эффективных способов трансформации интенсивных продольных волн (пучковых) в поперечные (электромагнитные) [1, 2]. В случае же исследуемого устройства вышеуказанная проблема решается с помощью трехволнового параметрического резонанса, роль которого сводится к переносу дополнительного усиления с ВПЗ на электромагнитную волну сигнала  $\{\omega_1, k_1\}$ . Благодаря использованию механизма супергетеродинного усиления появляется возможность достижения высоких инкрементов нарастания волн в исследуемой системе.

Также отметим, что в плазма-пучковых системах оказывается возможным пропускание через плазму пучков с токами, которые существенно превышают его предельные вакуумные значения. Это приводит к тому, что плазма-пучковые системы могут иметь значительно большие мощности по сравнению с вакуумными аналогами.

Таким образом, исследуемые плазма-пучковые супергетеродинные ЛСЭ могут обладать исключительно высокими инкрементами нарастания и уровнями мощности электромагнитного сигнала.

**2. Уравнения для амплитуд поля.** В качестве исходных используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (см., например, [1, 2])

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_q \frac{\partial}{\partial r} + \frac{v}{\gamma_q^2} \right) \vec{v}_q = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v}_q \vec{B}] - \frac{\vec{v}_q}{c^2} (\vec{v}_q \vec{E}) \right\} - \frac{v_T^2}{n_q \gamma_q} \left[ \frac{\partial n_q}{\partial r} - \frac{\vec{v}_q}{c^2} \left( \vec{v}_q \frac{\partial}{\partial r} \right) n_q \right], \quad (2)$$

уравнение непрерывности

$$\frac{\partial n_q}{\partial t} + \frac{\partial (n_q v_{z,q})}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

и уравнения Максвелла

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_{q=1}^2 (n_q \vec{v}_q), \quad (4)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

В этих уравнениях  $\vec{x}_q$  – вектор скорости  $q$ -й компоненты пучка ( $q = 1, 2$ );  $\nu$  – частота столкновений частиц;  $\vec{E}$  – напряженность элект-

рического поля;  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля;

$\gamma_q = 1/\sqrt{1 - v_q^2/c^2}$  – релятивистский фактор парциального  $q$ -го пучка;  $n_q$  – концентрация частиц

$q$ -й компоненты пучка;  $v_T$  – среднеквадратичная скорость теплового движения частиц;  $r$  – пространственная координата точки наблюдения;  $c$  – скорость света в вакууме;  $e = -|e|$ ,  $m_e$  – заряд и масса электрона соответственно. Далее в этой работе будем считать, что столкновениями частиц между собой и тепловым разбросом электронов можно пренебречь, т. е.  $v_T = 0$ ,  $\nu = 0$ .

Для решения задачи движения и нахождения концентрации электронов пучка и плазмы используем методы теории иерархических колебаний и волн [13, 14]. Задачу о возбуждении электромагнитных полей решаем с помощью метода медленно меняющихся амплитуд.

Считаем, что волна электромагнитного сигнала, продольная электронная волна и магнитная волна накачки имеют мультигармоническую природу. Тогда электрические  $\vec{E}$  и магнитные  $\vec{B}$  компоненты полей в исследуемой системе будут иметь вид

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[ (E_{1x,m} \vec{e}_x + E_{1y,m} \vec{e}_y) e^{imp_1} + \kappa.c. \right], \\ \vec{B}_1 &= \sum_{m=1}^N \left[ (B_{1x,m} \vec{e}_x + B_{1y,m} \vec{e}_y) e^{imp_1} + \kappa.c. \right], \\ \vec{E}_3 &= \sum_{m=1}^N \left[ E_{3z,m} e^{imp_3} + \kappa.c. \right] \vec{e}_z, \\ \vec{B}_2 &= \sum_{m=1}^N \left[ (B_{2x,m} \vec{e}_x + B_{2y,m} \vec{e}_y) e^{imp_2} + \kappa.c. \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $m$  – номер соответствующей гармоники;  $N$  – количество гармоник, которые учитываем при решении задачи.

Следует заметить, что закон дисперсии для электронной волны ВПЗ  $\{\omega_3, k_3\}$ , которая нарастает благодаря плазма-пучковой неустойчивости, является квазилинейным. Значит, в этой системе также может реализовываться параметрический резонанс между гармониками волны ВПЗ. Именно поэтому поля, в общем случае, выбираем в мультигармоническом виде (5).

В результате проведения стандартной процедуры асимптотического интегрирования [13, 14] получаем для амплитуд гармоник напряженности электрического поля электромагнитной волны  $\{\omega_1, k_1\}$  и электронной волны ВПЗ  $\{\omega_3, k_3\}$  систему дифференциальных уравнений в кубическом приближении:

$$\begin{aligned} K_{2,m} \frac{\partial^2 E_{1x,m}}{\partial t^2} + K_{1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} &= \\ = K_{3,m} E_{3z,m} B_{2y,m}^* + FX_{1,m}, \\ K_{2,m} \frac{\partial^2 E_{1y,m}}{\partial t^2} + K_{1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} &= \\ = K_{3,m} E_{3z,m} B_{2x,m}^* + FY_{1,m}, \\ C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3z,m} &= \\ = C_{3,m} E_{1x,m} B_{2y,m} + FZ_{3,m}. \end{aligned} \quad (6)$$

В этих уравнениях обозначено:

$$D_{1,m} = \frac{im}{c\omega_1} \times \left( k_1^2 c^2 - \omega_1^2 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2 \Omega_{1,\alpha} (m\Omega_{1,\alpha} + \eta_1 \omega_{H,\alpha})}{m \bar{\gamma}_{\alpha} ((m\Omega_{1,\alpha})^2 - (\omega_{H,\alpha})^2)} \right) -$$

дисперсионная функция электромагнитной волны сигнала;

$$K_{1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(im\omega_1)} = -\frac{c^2 k_1^2 + \omega_1^2}{\omega_1^2 c} - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2 (\Omega_{1,\alpha} \omega_1 + (\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha}) \bar{v}_{z,\alpha} k_1 / m)}{\omega_1^2 c \bar{\gamma}_{\alpha} (\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha})^2};$$

$$K_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{1,m}}{\partial(im\omega_1)^2} = \frac{ck_1^2}{im\omega_1^3} + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2 \left( \Omega_{1,\alpha} \omega_1^2 - \left( \Omega_{1,\alpha} - \frac{\omega_{H,\alpha} \eta_1}{m} \right) \bar{v}_{z,\alpha} k_1 (\omega_1 + \left( \Omega_{1,\alpha} - \frac{\omega_{H,\alpha} \eta_1}{m} \right)) \right)}{i\omega_1^3 c \bar{\gamma}_{\alpha} (m\Omega_{1,\alpha} - \omega_{H,\alpha} \eta_1)^3};$$

$$K_{3,m} = -\frac{1}{c} \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{cm} \frac{e}{m_e} \frac{1}{\bar{\gamma}_{\alpha}^2 \Omega_{3\alpha}} \left( \frac{(m\Omega_{1\alpha} - \eta_2 \omega_{H,\alpha})}{(\omega_{H,\alpha})^2 - (m\Omega_{1\alpha})^2} \left( \left( 1 - 2 \frac{\bar{v}_{z,\alpha}^2}{c^2} \right) + \frac{\bar{v}_{z,\alpha}^2}{c^2} \frac{(m\Omega_{3\alpha} - \eta_2 \omega_{H,\alpha})}{(m\Omega_{2\alpha} - \eta_2 \omega_{H,\alpha})} \right) \right) +$$

$$+ \frac{1}{c} \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\omega_{\alpha}^2 k_3}{\bar{\gamma}_{\alpha}^2 \Omega_{3\alpha}^2} \left( 1 - \frac{\bar{v}_{z,\alpha}^2}{c^2} \right) \frac{e}{m_e} \frac{\bar{v}_{z,\alpha}}{cm} \frac{(m\Omega_{2\alpha} + \eta_2 \omega_{H,\alpha})}{(\omega_{H,\alpha})^2 - (m\Omega_{2\alpha})^2};$$

$$D_{3,m} = \frac{-im\omega_3}{c} \left( 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2}{\Omega_{3,\alpha} (im)^2 \bar{\gamma}_{\alpha}^3} \right) - \text{дисперсионная функция электронной волны ВПЗ};$$

$$C_{1,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)} = -\frac{1}{c} + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2 (1 + 2k_3 \bar{v}_{z,\alpha} / \Omega_{3,\alpha})}{c \bar{\gamma}_{\alpha}^3 (im\Omega_{3,\alpha})^2}; \quad C_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2} = -\sum_{\alpha} \frac{\omega_{\alpha}^2 (1 + 3k_3 \bar{v}_{z,\alpha} / \Omega_{3,\alpha})}{c \bar{\gamma}_{\alpha}^3 (im\Omega_{3,\alpha})^3};$$

$$C_{3,m} = \sum_{\alpha} \frac{b \cdot p}{m_e} \frac{e \omega_{\alpha}^2 \omega_3 (1 - \eta_1 \eta_2)}{c^2 \bar{\gamma}_{\alpha}^2 i m \Omega_{3\alpha}^2} \left( \left[ \frac{\Omega_{1\alpha}}{\omega_{1\alpha}} \frac{i m \Omega_{1\alpha} + i \eta_1 \omega_{H,\alpha}}{(i m \Omega_{1\alpha})^2 + (\omega_{H,\alpha})^2} - \left( \frac{c k_1}{\omega_1} - \frac{\bar{v}_{z,\alpha}}{c} \right) \frac{\bar{v}_{z,\alpha}}{c} \frac{i m \Omega_{2\alpha} + i \eta_2 \omega_{H,\alpha}}{(i m \Omega_{2\alpha})^2 + (\omega_{H,\alpha})^2} \right] \right);$$

$FX_{1,m} = FX_{1,m}(\vec{E}_1, \vec{B}_2, \vec{E}_3)$ ,  $FY_{1,m} = FY_{1,m}(\vec{E}_1, \vec{B}_2, \vec{E}_3)$ ,  
 $FZ_{1,m} = FZ_{1,m}(\vec{E}_1, \vec{B}_2, \vec{E}_3)$  – функции, которые учитывают кубически-нелинейные добавки к соответствующим уравнениям и зависят от гармоник взаимодействующих волн (эти функции в явном виде не записываем из-за их громоздкости);  $\eta_1 = E_{1y,m} / (i E_{1x,m}) = \pm 1$  – знаковая функция, которая характеризует направление вращения вектора напряженности электрического поля циркулярно-поляризованной волны сигнала;  $\eta_2 = B_{2y,m} / (i B_{2x,m}) = \pm 1$  – знаковая функция, которая характеризует направление вращения спирального  $H$ -убитронного поля накачки;  $c$  – скорость света;  $e$  – заряд электрона;  $m_e$  – масса электрона; индексом « $b$ » характеризуем параметры пучка, индексом « $p$ » – параметры плазмы;  $\bar{v}_{z,b}$  – средняя скорость электронов пучка;  $\bar{v}_{z,p} = 0$  – средняя скорость электронов плазмы;  
 $\bar{\gamma}_{\alpha} = 1 / \sqrt{1 - (\bar{v}_{z,\alpha} / c)^2}$ ;  $\Omega_{1,\alpha} = \omega_1 - k_1 \bar{v}_{z,\alpha}$ ;  
 $\Omega_{2,\alpha} = -k_2 \bar{v}_{z,\alpha}$ ;  $\Omega_{3,\alpha} = \omega_3 - k_3 \bar{v}_{z,\alpha}$ ;  
 $\omega_{H,\alpha} = e H_0 / (\bar{\gamma}_{\alpha} m_e c)$ .

Из анализа коэффициента  $C_{3,m}$  следует, что для реализации параметрического резонанса необходимо, чтобы направления вращения вектора напряженности электрического поля сигнала  $\vec{E}_1$  и вектора индукции магнитного поля накачки  $\vec{B}_2$  были одинаковыми. Другими словами, вращение векторов обеих волн должно происходить или по часовой стрелке, если смотреть вдоль вектора напряженности продольного магнитного поля ( $\eta_1 = +1$ ,  $\eta_2 = +1$ ), или против часовой стрелки ( $\eta_1 = -1$ ,  $\eta_2 = -1$ ). В противном случае  $C_{3,m}$  будет равным нулю. Этот вывод полностью совпадает с выводами общей теории по отношению к резонансной поляризации [1, 2]. В рассматриваемой системе волна сигнала и магнитное поле накачки являются правополяризованными.

**3. Анализ.** Анализ нелинейной динамики волновых процессов в супергетеродинных плазма-пучковых ЛСЭ с  $H$ -убитронной накачкой, которые описываются системой нелинейных уравнений (6), проводим с использованием стандартных численных методов. Рассматриваем систему, параметры которой представлены в таблице.

Свойства системы подбираем таким образом, чтобы волна ВПЗ имела максимальный инкремент нарастания за счет плазма-пучковой неустойчивости. Поэтому волновое число 1-й гармоники волны ВПЗ принимаем равным  $k_3 = \omega_p / \bar{v}_b = 38,5 \text{ см}^{-1}$ . В этом случае длина волны сигнала в вакууме будет равна 1,6 мм, период ондуляции – 5,8 см. Также считаем, что циркулярно-поляризованный ондулятор является монохроматическим, т.е. высшие гармоники  $H$ -убитронного поля принимаем равными нулю.

Параметр	Значение
Ленгмюровская частота плазмы ( $\omega_p$ )	$1,0 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$
Ленгмюровская частота пучка ( $\omega_b$ )	$2,0 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$
Релятивистский фактор пучка	2,0
Напряженность продольного магнитного поля ( $H_0$ )	$2,8 \cdot 10^3 \text{ Э}$
Напряженность продольного магнитного поля ( $H_2$ )	$1,0 \cdot 10^3 \text{ Э}$

Несмотря на то что в рассматриваемом ЛСЭ циркулярно-поляризованный ондулятор является монохроматическим, расчеты следует проводить с учетом влияния высших гармоник. Иллюстрируют это влияние рис. 2 и 3.

На рис. 2 представлена зависимость амплитуды 1-й гармоники волны сигнала  $E_{1,1} = \sqrt{|E_{1x,1}|^2 + |E_{1y,1}|^2}$  от нормированного времени  $\tau = (\delta\omega)t$ , где

$$\delta\omega = \frac{\sqrt{3} \omega_b^{2/3} \omega_p^{1/3}}{\sqrt[3]{16} \bar{\gamma}_b} - \quad (7)$$

инкремент нарастания плазма-пучковой неустойчивости (см., например, [2]), для двух вариантов счета. В одном случае (кривая 1) учитывались только 1-е гармоники взаимодействующих волн, в другом случае (кривая 2) учитывались 10 гармоник каждой из взаимодействующих волн (понятно, что 2-я и более высокие гармоники циркулярно-поляризованного ондулятора при этом принимались равными нулю). Анализируя рис. 2, видим, что уровень насыщения в случае учета высших гармоник (кривая 2) более чем в 5 раз меньше по сравнению с вариантом расчетов, когда высшие гармоники не принимались во внимание (кривая 1).

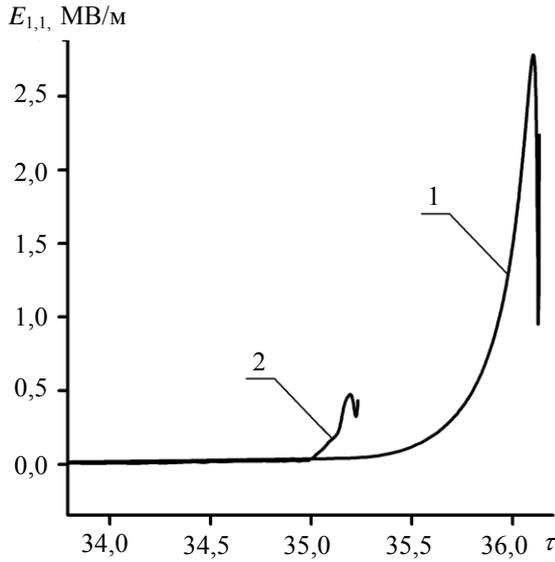


Рис. 2. Зависимость амплитуды 1-й гармоники волны сигнала  $E_{1,1}$  от нормированного времени  $\tau = \delta\omega t$ : 1 – построена для случая, когда учитывались только 1-е гармоники; 2 – с учетом первых 10 гармоник взаимодействующих волн

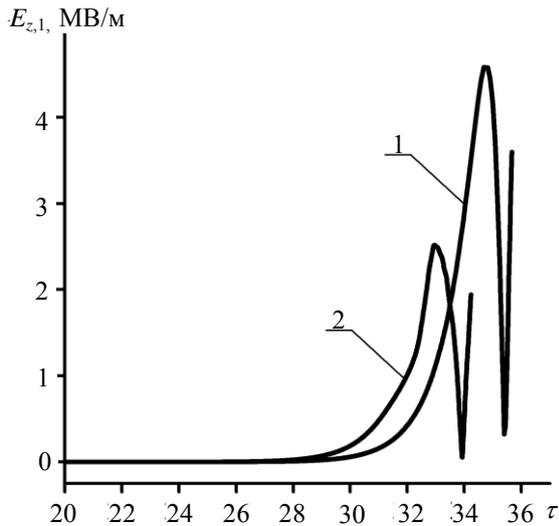


Рис. 3. Зависимость амплитуды 1-й гармоники напряженности электрического поля ВПЗ  $E_{z,1}$  от нормированного времени  $\tau = \delta\omega t$ : 1 – построена для случая, когда учитывались только 1-е гармоники; 2 – с учетом первых 10 гармоник взаимодействующих волн

Выясним причины такого влияния высших гармоник. Анализируя высшие гармоники сигнала во втором случае, можем убедиться, что их амплитуды гораздо ниже амплитуды 1-й гармоники. Причиной такого поведения является то, что, с одной стороны, высшие гармоники циркулярно-поляризованного ондулятора равны нулю, и поэтому взаимодействие гармоник сигнала с гармониками ВПЗ отсутствует. А с другой стороны, дисперсионная зависимость для волны сигнала является нелинейной, поэтому

взаимодействие между гармониками сигнала практически отсутствует.

Другая ситуация имеет место для волны пространственного заряда, которая возбуждается в плазма-пучковой системе. На рис. 3 представлены зависимости амплитуд 1-х гармоник напряженности электрического поля ВПЗ от нормированного времени  $\tau = (\delta\omega)t$ . Кривая 1 соответствует случаю, когда в расчетах учитывалось влияние 10 первых гармоник взаимодействующих волн, кривая 2 – когда в расчетах учитывались только 1-е гармоники взаимодействующих волн. Из сопоставления этих кривых следует, что при учете влияния высших гармоник уровень насыщения 1-й гармоники ВПЗ уменьшается более чем в 2 раза, время насыщения также уменьшается. И при этом, как показывают исследования, амплитуды высших гармоник волны ВПЗ являются соизмеримыми с амплитудой 1-й гармоники ВПЗ. Такое поведение гармоник волны ВПЗ объясняется тем, что дисперсионная кривая для нее является близкой к линейной. Поэтому между гармониками волны ВПЗ есть достаточно интенсивное параметрически-резонансное взаимодействие. Результат такого взаимодействия приводит, с одной стороны, к генерации высших гармоник ВПЗ, а с другой стороны, к уменьшению амплитуды 1-й гармоники ВПЗ по сравнению со случаем, когда учет высших гармоник не производился. Именно такая особенность волны пространственного заряда приводит к необходимости проводить учет высших гармоник взаимодействующих волн.

Рассмотрим вновь рис. 2, проанализируем динамику и уровень насыщения волны сигнала в рамках мультигармонической кубически-нелинейной теории (рис. 2, кривая 2). Из рис. 2 следует, что на начальной стадии развития процессов инкремент нарастания волны сигнала совпадает с соотношением, полученным в рамках квадратичного приближения [11, 12]:

$$\alpha = \delta\omega \left( 1 + \frac{\alpha_{par}^2}{(\delta\omega)^2 (1 + 2C_{2,1}\delta\omega / C_{1,1})} \right) \approx \delta\omega, \quad (8)$$

где  $\alpha_{par} = \sqrt{\frac{C_{3,1}K_{3,1}}{2C_{1,1}K_{1,1}} (|B_{2x,1}|^2 + |B_{2y,1}|^2)}$  – ин-

кремент нарастания, соответствующий параметрическому взаимодействию волн в системе. В связи с этим можем утверждать, что кубически-нелинейная теория подтверждает вывод, полученный в рамках квадратичной теории о возможности достижения исключительно высоких инкрементов нарастания волн в исследуемой системе. Также видим, что в рассматриваемой модели при умеренных требованиях к электронному пучку ( $\omega_b = 2 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$ ,  $\bar{\gamma}_b = 2$ ) можно формировать

достаточно интенсивное электромагнитное излучение ( $E_{1,1} = 0,75$  МВ/м) в мм диапазоне длин волн. При этом длина исследуемой системы не превышает 1,5 м. Исходя из этого можно сделать вывод, что супергетеродинные плазма-пучковые ЛСЭ с *H*-убитронной накачкой являются достаточно перспективными для создания нового типа мощных усилителей и генераторов мм диапазона длин волн.

**Выводы.** Таким образом, построена мультигармоническая кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазма-пучковых ЛСЭ с *H*-убитронной накачкой. Учтено влияние высших гармоник волн пространственного заряда, которое, как выяснено, играет существенную роль. Проведен анализ уровня насыщения, который подтвердил предположение о том, что данные системы характеризуются способностью генерировать мощное электромагнитное излучение в мм диапазоне длин волн.

1. *Kulish V. V.* Hierarchical methods. Vol. II. Undulative electrodynamic systems. – Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
2. *Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С.* Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 544 с.
3. *Коцаренко Н. Я., Кулиш В. В.* Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок // Радиотехника и электрон. – 1980. – 25, № 11. – С. 2470–2471.
4. *Коцаренко Н. Я., Кулиш В. В.* О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках // Журн. техн. физики. – 1980. – 50, вып. 17. – С. 220–222.
5. *Bekefi G., Jacobs K. D.* Two-stream, free-electron laser // J. Appl. Phys. – 1982. – 53, iss. 6. – P. 4113–4121.
6. *Botton K., Ron A.* Two-stream instability in free electron lasers // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1990. – 18, iss. 3. – P. 416–423.
7. *Кулиш В. В.* К теории супергетеродинных лазеров на свободных электронах // Укр. физ. журн. – 1991. – 36, № 1. – С. 28–33.
8. *Кулиш В. В., Пугачев В. П.* К теории эффекта супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазме двухпучковой релятивистской электронной системы // Физика плазмы. – 1991. – 17, № 6. – С. 696–705.
9. *Kulish V. V., Lysenko O. V., Savchenko V. I., Majornikov I. G.* The Two-Stream Free Electron Laser as a Source of Electromagnetic Femto-Second Wave Packages // Laser Physics. – 2005. – 15, No. 12. – P. 1629–1633.
10. *Кулиш В. В., Лысенко А. В., Коваль В. В.* Мультигармоническая кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазма-пучковых лазеров на свободных электронах с доплеронной накачкой // Прикладная физика. – 2009. – Вып. 5. – С. 76–82.

11. *Кулиш В. В., Лысенко А. В., Коваль В. В.* К теории плазма-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах с *H*-убитронной накачкой // Письма в Журн. техн. физики. – 2009. – 35, вып. 15. – С. 25–32.
12. *Кулиш В. В., Лысенко А. В., Коваль В. В.* Нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с *H*-убитронной накачкой // Наук. вісн. Ужгородського ун-ту. Сер. Фізика. – Вип. 24. – 2009. – С. 108–114.
13. *Kulish V. V.* Hierarchical methods. Vol. I. Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics. – Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
14. *Кулиш В. В.* Ієрархічний метод та технічні особливості його застосування у нелінійних задачах електродинаміки. Загальна теорія // Укр. фіз. журн. – 1998. – 43, № 4. – С. 483–499.

## THE CUBIC-NONLINEAR THEORY OF A PLASMA-BEAM SUPERHETERODYNE FREE ELECTRON LASER WITH *H*-UBITRON PUMPING

V. V. Kulish, A. V. Lysenko, V. V. Koval

The multi-harmonic cubic-nonlinear theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with *H*-ubitron pumping is constructed. The multi-harmonic interaction of waves, which, as it is found out in the work, plays an essential role, is considered. The analysis of the saturation levels is carried out. It is found that prospects of practical use of the considered systems for generation of especially powerful electromagnetic signals of the mm range could be rather promising.

**Key words:** superheterodyne free electron laser, plasma-beam instability.

## КУБИЧНО-НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ПЛАЗМА- ПУЧКОВИХ ЛАЗЕРІВ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ З *H*-УБІТРОННОЮ НАКАЧКОЮ

В. В. Куліш, О. В. Лисенко, В. В. Коваль

Побудовано мультигармонічну кубічно-нелінійну теорію супергетеродинного плазма-пучкового лазера на вільних електронах з *H*-убітронною накачкою. Враховано мультигармонічну взаємодію хвиль, що, як з'ясовано в роботі, відіграє суттєву роль. Проведено аналіз рівнів насичення. Показано перспективність використання таких систем для генерації потужного електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

**Ключові слова:** супергетеродинний лазер на вільних електронах, плазма-пучкова нестійкість.

*Рукопись поступила 18 августа 2009 г.*