

## РАДИАЛЬНО-ДВУХСЛОЙНЫЙ ШАР КАК ДАТЧИК ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЖИДКОСТИ, В КОТОРУЮ ОН ПОГРУЖЕН

А. Я. Кириченко, Ю. В. Прокопенко, О. А. Суворова, Ю. Ф. Филиппов

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*  
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: [prokopen@ire.kharkov.ua](mailto:prokopen@ire.kharkov.ua)

Изучена возможность использования радиально-двухслойного шарового диэлектрического резонатора в качестве датчика для определения комплексной диэлектрической проницаемости окружающей среды. Приведены соотношения для компонент электромагнитных полей собственных колебаний и характеристические уравнения резонатора. В сантиметровом диапазоне длин волн проведены численные исследования резонатора с кварцевым внутренним и поликоровым внешним слоями при помещении его в различные среды. Показано, что чувствительность изменения собственной частоты резонатора к изменениям диэлектрической проницаемости окружающей среды определяется радиальной толщиной внешнего слоя. Ил. 5. Библиогр.: 21 назв.

**Ключевые слова:** электродинамика резонаторов, резонаторы с колебаниями шепчущей галереи, собственные колебания, определение диэлектрической проницаемости.

Обнаруженная возможность возбуждения слабозатухающих колебаний в диэлектрическом резонаторе на модах высокого порядка – модах шепчущей галереи [1, 2] – предопределила их применение в диэлектрометрии высококачественных диэлектрических материалов и веществ [3-7]. Низкие потери в диэлектрическом материале, из которого изготавливается резонатор, позволяют определять и электрофизические параметры окружающей его среды в жидкой или газообразной фазе [8–10]. В последние годы особое значение приобрели исследования с использованием микрорезонаторов шаровой формы как датчиков диэлектрических свойств химических и биологических растворов низкой концентрации [11, 12]. При этом было обращено внимание на возможность использования специфических свойств тонкого диэлектрического слоя, покрывающего шаровой микрорезонатор, превращая его в радиально-двухслойный резонатор. Проведенными исследованиями электромагнитных полей колебаний шепчущей галереи в шаре из  $Al_2O_3$ , покрытого тонким слоем углерода, удалось изучить излучающие особенности двухслойного шарового резонатора [13]. Сферический диэлектрический слой между исследуемой жидкостью и шаром, изготовленным из поликора, позволил дозировать потери электромагнитного поля собственного колебания резонатора в окружающей его среде [14]. Возможность использования тонкого слоя диэлектрика с отрицательным термооптическим коэффициентом на поверхности кварцевого шарового резонатора для компенсации теплового сдвига резонансной частоты теоретически показана в работе [15]. В работе [16] показана возможность повышения чувствительности датчика диэлектрической проницаемости в форме шара из кремния, покрытого сферическим слоем диэлектрика.

Исследования некоторых электродина-

мических особенностей радиально-двухслойного шарового резонатора проведены в работах [14, 17]. Изменения геометрических и электрофизических параметров слоев резонатора позволяют управлять его добротностью и собственной частотой. В связи с этим возникает необходимость проведения дополнительных аналитических и численных исследований электродинамических особенностей двухслойного шарового диэлектрического резонатора (рис. 1). Задачей настоящих исследований является рассмотрение таких особенностей в случае, когда действительная часть диэлектрической проницаемости  $\epsilon'_2$  внешнего слоя резонатора превышает соответствующую величину  $\epsilon'_1$  его внутреннего слоя (керна). Наряду с этим анализируется возможность использования такого резонатора в качестве измерительной ячейки для определения диэлектрической проницаемости окружающей его среды.

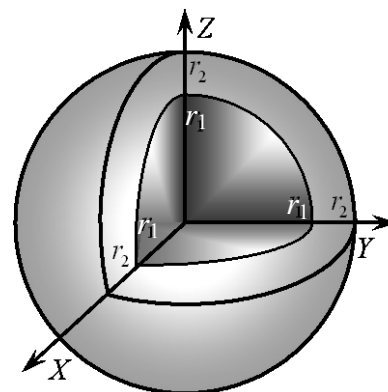


Рис. 1. Радиально-двухслойный шаровой диэлектрический резонатор

**1. Электродинамика радиально-двухслойного шарового диэлектрического резонатора. Постановка задачи.** На рис. 1 представлен радиально-двухслойный шаровой диэлектриче-

ский резонатор. Его радиальные слои и окружающая среда являются однородными и изотропными, характеризующиеся диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_\nu = \varepsilon'_\nu(1 + itg\delta_\nu)$  :

$$\varepsilon_\nu = \begin{cases} \varepsilon_1, & r \leq r_1 \\ \varepsilon_2, & r_1 < r \leq r_2, \\ \varepsilon_3, & r > r_2 \end{cases}$$

где  $\varepsilon'_\nu$  и  $tg\delta_\nu$  – действительные части диэлектрических проницаемостей и тангенсы углов потерь сред;  $\nu = 1; 2; 3$  – номер слоя резонатора или окружающей среды, отсчитывая от центра резонатора. Магнитные проницаемости слоев резонатора и окружающей среды, соответственно, имеют комплексные значения  $\mu_\nu = \mu'_\nu + i\mu''_\nu$ . Радиусы границ раздела резонатора –  $r_\nu$ , где  $\nu'$  – номер границы раздела, отсчитывая от центра.

Квазимонохроматические электромагнитные поля (векторы напряженностей электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей пропорциональны  $\exp(-i\omega_p t)$ , где  $\omega_p = \omega'_p - i\omega''_p$  – собственная частота резонатора с  $p$ -й модой,  $t$  – время) собственных мод резонатора описываются решениями системы уравнений Максвелла.

*Характеристические уравнения резонатора.* В сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$  система уравнений Максвелла сводится к системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta_\perp E_{r\nu} + \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_\nu^2\right)r^2 E_{r\nu} &= 0; \\ \Delta_\perp H_{r\nu} + \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_\nu^2\right)r^2 H_{r\nu} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\Delta_\perp = \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial\varphi^2};$$

$\chi_\nu = \sqrt{\varepsilon_\nu \mu_\nu} \omega_p / c$ ;  $c$  – скорость света. Индекс  $p$  определяется тремя модовыми индексами: полярным  $n$ , азимутальным  $m$  и радиальным  $s$ .

Радиальные компоненты поля, являющиеся решениями уравнения (1) и удовлетворяющие условию конечности поля собственных колебаний в центре резонатора ( $r=0$ ), а также отсутствию приходящей из бесконечности волны ( $r \rightarrow \infty$ ), имеют вид

$$\begin{aligned} H_{r\nu} &= \frac{n(n+1)}{r^2} G_\nu^H(r) P_n^m(\cos\theta) \exp i(m\varphi - \omega_p t); \\ E_{r\nu} &= \frac{n(n+1)}{r^2} G_\nu^E(r) P_n^m(\cos\theta) \exp i(m\varphi - \omega_p t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $P_n^m(\theta)$  – присоединенные функции Лежандра. Функции  $G_\nu^j(r)$  описывают распределение полей собственных колебаний  $j$ -типа ( $H$  или  $E$ ) в  $\nu$ -м слое радиально-двухслойного шара ( $\nu = 1; 2$ ) или окружающей среде ( $\nu = 3$ ) по радиальной координате:

$$G_\nu^j(r) = \begin{cases} A_1^j j_n(\chi_1 r), & r \leq r_1 \\ A_2^j j_n(\chi_2 r) + B_2^j \eta_n(\chi_2 r), & r_1 < r \leq r_2. \\ A_3^j h_n^{(1)}(\chi_3 r), & r > r_2 \end{cases}$$

Здесь  $j_n(z)$ ,  $\eta_n(z)$ ,  $h_n^{(1)}(z)$  соответственно связаны с цилиндрическими функциями Бесселя  $J_{n+1/2}(z)$ , Неймана  $N_{n+1/2}(z)$  и Ганкеля первого рода  $H_{n+1/2}^{(1)}(z)$  соотношениями вида

$$s_n(z) = \sqrt{\pi z/2} S_{n+1/2}(z) \text{ и удовлетворяют уравнению } \frac{d^2 s_n(z)}{dz^2} = \left[ \frac{n(n+1)}{z^2} - 1 \right] s_n(z).$$

Угловые (тангенциальные) компоненты поля собственной  $p$ -й моды в каждом слое резонатора и окружающей среде определяются через радиальные следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_\nu^2\right)r E_{\varphi\nu} &= \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial^2 E_{r\nu}}{\partial r \partial\varphi} - i\mu_\nu \omega_p \frac{\partial H_{r\nu}}{\partial\theta}; \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_\nu^2\right)r H_{\varphi\nu} &= \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial^2 H_{r\nu}}{\partial r \partial\varphi} + i\varepsilon_\nu \omega_p \frac{\partial E_{r\nu}}{\partial\theta}; \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_\nu^2\right)r E_{\theta\nu} &= \frac{\partial^2 E_{r\nu}}{\partial r \partial\theta} + \frac{i\mu_\nu \omega_p}{\sin\theta} \frac{\partial H_{r\nu}}{\partial\varphi}; \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \chi_\nu^2\right)r H_{\theta\nu} &= \frac{\partial^2 H_{r\nu}}{\partial r \partial\theta} - \frac{i\varepsilon_\nu \omega_p}{\sin\theta} \frac{\partial E_{r\nu}}{\partial\varphi}. \end{aligned} \quad (3)$$

Удовлетворяя граничным условиям на сферических поверхностях  $r=r_\nu$ , которые сводятся к непрерывностям функций  $\varepsilon_\nu G_\nu^E(r)/r^2$  и  $\frac{\partial G_\nu^E(r)}{\partial r} \frac{1}{r^2}$  для  $TM$ -колебаний (у которых  $H_{r\nu} = 0$ ) и  $\mu_\nu G_\nu^H(r)/r^2$  и  $\frac{\partial G_\nu^H(r)}{\partial r} \frac{1}{r^2}$  для  $TE$ -колебаний (у которых  $E_{r\nu} = 0$ ), получаем две независимые системы алгебраических уравнений относительно постоянных  $A_\nu^j$  и  $B_\nu^j$ . Нетривиальные решения данных систем уравнений определяются равенствами нулю их главных определителей. В результате получаем характеристические уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{j_n(\chi_2 r_1)}{j_n(\chi_2 r_2)} \left( \gamma_1^j \frac{j_n'(\chi_1 r_1)}{j_n(\chi_1 r_1)} - \gamma_2^j \frac{j_n'(\chi_2 r_1)}{j_n(\chi_2 r_1)} \right) \times \\ & \times \left( \gamma_3^j \frac{h_n'(\chi_3 r_2)}{h_n(\chi_3 r_2)} - \gamma_2^j \frac{\eta_n'(\chi_2 r_2)}{\eta_n(\chi_2 r_2)} \right) = \\ & = \frac{\eta_n(\chi_2 r_1)}{\eta_n(\chi_2 r_2)} \left( \gamma_1^j \frac{j_n'(\chi_1 r_1)}{j_n(\chi_1 r_1)} - \gamma_2^j \frac{\eta_n'(\chi_2 r_1)}{\eta_n(\chi_2 r_1)} \right) \times \\ & \times \left( \gamma_3^j \frac{h_n'(\chi_3 r_2)}{h_n(\chi_3 r_2)} - \gamma_2^j \frac{j_n'(\chi_2 r_2)}{j_n(\chi_2 r_2)} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где при  $j = E$   $\gamma_v^E = \sqrt{\mu_v / \varepsilon_v}$  и при  $j = H$   $\gamma_v^H = \sqrt{\varepsilon_v / \mu_v}$  для  $TM$ - и  $TE$ -колебаний соответственно; штрих у функций обозначает дифференцирование по аргументу. Решения уравнений (4) определяют собственные частоты  $\omega_p$  радиально-двухслойного шарового диэлектрического резонатора с  $TM$ - и  $TE$ -колебаниями.

При толщине внешнего слоя резонатора  $\Delta = r_2 - r_1$  настолько малой, что выполняется неравенство  $|\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \omega_p \Delta / c| \ll 1$ , можно ограничиться первым разложением в ряд уравнений (4) по этому малому параметру. В результате уравнения

$$\begin{aligned} & \gamma_1^j \frac{j_n'(\chi_1 r_2)}{j_n(\chi_1 r_2)} - \gamma_3^j \frac{h_n'(\chi_3 r_2)}{h_n(\chi_3 r_2)} \approx \\ & \approx (\gamma_1^j - \gamma_2^j) \chi_2 \Delta \left[ \gamma_1^j \frac{j_n''(\chi_1 r_2)}{j_n'(\chi_1 r_2)} + \gamma_2^j \left( \frac{n(n+1)}{\chi_2^2 r_2^2} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

позволяют определять спектральные характеристики резонатора с тонким внешним слоем.

Согласно [18] собственная добротность резонатора с  $p$ -й модой определяется как  $Q = \omega_p' / 2\omega_p''$ .

*Радиальное распределение плотности энергии собственных колебаний.* Энергия электромагнитного поля в  $\nu$ -й среде определяется его силовыми характеристиками ( $\vec{E}_\nu$  и  $\vec{B}_\nu = \mu_\nu \vec{H}_\nu$ ) и функциями источников ( $\vec{D}_\nu = \varepsilon_\nu \vec{E}_\nu$  и  $\vec{H}_\nu$ ). Плотность электромагнитной энергии поля в резонаторе с собственным колебанием  $j$  типа определяется соотношением [18]

$$w_\nu^j(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{4} (\vec{E}_\nu \vec{D}_\nu^* + \vec{H}_\nu \vec{B}_\nu^*) + \text{к.с.},$$

где «\*» и к.с. обозначают комплексно-сопряженное значение и выражение соответственно. Компоненты векторов  $\vec{E}_\nu$  и  $\vec{H}_\nu$  определяются соотношениями (2) и (3), в которых постоянные  $A_\nu^j$  и  $B_\nu^j$ , входящие в радиальные функции  $G_\nu^j(r)$ , выражаются через  $A_2^j$  следую-

щим образом:

$$\begin{aligned} A_1^j &= \frac{A_2^j \alpha_{21}^j}{j_n(\chi_1 r_1)} (j_n(\chi_2 r_1) - \\ & - \frac{\gamma_1^j j_n'(\chi_1 r_1) j_n(\chi_2 r_1) - \gamma_2^j j_n(\chi_1 r_1) j_n'(\chi_2 r_1)}{\gamma_1^j j_n'(\chi_1 r_1) \eta_n(\chi_2 r_1) - \gamma_2^j j_n(\chi_1 r_1) \eta_n'(\chi_2 r_1)} \eta_n(\chi_2 r_1)); \\ A_3^j &= \frac{A_2^j \alpha_{23}^j}{h_n(\chi_3 r_2)} (j_n(\chi_2 r_2) - \\ & - \frac{\gamma_1^j j_n'(\chi_1 r_1) j_n(\chi_2 r_1) - \gamma_2^j j_n(\chi_1 r_1) j_n'(\chi_2 r_1)}{\gamma_1^j j_n'(\chi_1 r_1) \eta_n(\chi_2 r_1) - \gamma_2^j j_n(\chi_1 r_1) \eta_n'(\chi_2 r_1)} \eta_n(\chi_2 r_2)); \\ B_2^j &= -A_2^j \frac{\gamma_1^j j_n'(\chi_1 r_1) j_n(\chi_2 r_1) - \gamma_2^j j_n(\chi_1 r_1) j_n'(\chi_2 r_1)}{\gamma_1^j j_n'(\chi_1 r_1) \eta_n(\chi_2 r_1) - \gamma_2^j j_n(\chi_1 r_1) \eta_n'(\chi_2 r_1)}, \end{aligned}$$

в которых при  $j = E$   $\alpha_{21}^E = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$  и  $\alpha_{23}^E = \varepsilon_2 / \varepsilon_3$  для  $TM$ -колебаний, а при  $j = H$   $\alpha_{21}^H = \mu_2 / \mu_1$  и  $\alpha_{23}^H = \mu_2 / \mu_3$  для  $TE$ -колебаний. В рамках теории

собственных колебаний такое представление постоянных позволяет определить пространственное распределение плотности энергии поля, нормированной на максимальное значение, в резонаторе и окружающей среде. Поскольку полная энергия поля в резонаторе с  $p$ -й модой определяется

$$W_p^j = \sum_{\nu=1}^3 \int w_\nu^j(r, \theta, \varphi) dV_\nu, \text{ в ко-}$$

тором элементарный объем  $dV_\nu = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ , то радиальная плотность энергии поля собственного колебания  $j$ -типа

$$w_\nu^j(r) = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} [\varepsilon_\nu' |\vec{E}_\nu|^2 + \mu_\nu' |\vec{H}_\nu|^2] \sin \theta d\theta d\varphi.$$

Диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего окружающее пространство резонатора, может быть определена решением соответствующего уравнения (4) относительно проницаемости  $\varepsilon_3$  при учете экспериментально измеренных собственной частоты  $\omega_p'$  и добротности  $Q$  резонатора с идентифицированной  $p$ -й модой. При выполнении условия  $|\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \omega_p \Delta / c| \ll 1$  для определения диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_3$  изотропного вещества используется характеристическое уравнение (5).

**2. Численные исследования.** Численные исследования собственных частот  $\omega_p' / 2\pi$  и добротностей  $Q$  радиально-двухслойного шарового резонатора с внешним радиусом  $r_2 = 3,9$  см проведены на образце, в котором внутренний слой радиусом  $r_1$  изготовлен из плавленого кварца ( $\varepsilon_1' = 3,6$ ;  $\text{tg} \delta_1 = 1,2 \cdot 10^{-4}$  [5, 19]) и покрыт сфери-

ческим слоем поликора ( $\varepsilon'_2 = 9,6$ ;  $\text{tg}\delta_2 = 10^{-4}$  [19]), т. е. в случае, когда  $\varepsilon'_2 > \varepsilon'_1$  при  $\text{tg}\delta_2 \approx \text{tg}\delta_1$ . Следует отметить, что при погружении шарового диэлектрического резонатора с проницаемостью  $\varepsilon'_1$  в среду с  $\varepsilon'_3 > \varepsilon'_1$  существование мод шепчущей галереи в нем невозможно. На рис. 2 приведены зависимости изменения собственной частоты  $\omega'_p/2\pi$  резонатора с модой  $TM_{3601}$  от изменения радиуса ядра  $r_1$  при фиксированном значении  $r_2$  при помещении его в различные среды: 1 – свободное пространство; 2 – фторопласт ( $\varepsilon'_3 = 2,07$ ;  $\text{tg}\delta_3 = 1,7 \cdot 10^{-4}$  [19]); 3 – бензин ( $\varepsilon'_3 = 1,88$ ;  $\text{tg}\delta_3 = 3,3 \cdot 10^{-3}$  [20]); 4 – спирт ( $\varepsilon'_3 = 4,1$ ;  $\text{tg}\delta_3 = 3,05 \cdot 10^{-1}$  [21]).

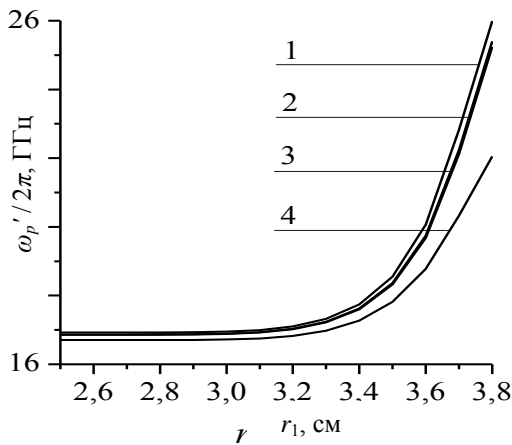


Рис. 2. Собственные частоты резонаторов, отличающихся радиусом внутреннего слоя, при их помещении в среды: 1 – воздух; 2 – фторопласт; 3 – бензин; 4 – спирт

Полученные результаты фактически отображают изменение собственной частоты резонатора при изменении толщины покрытия  $\Delta = r_2 - r_1$  кварцевого шара и сохранении внешнего размера резонатора  $r_2$  и выбранной моды. При малых размерах ядра  $r_1 \leq 2,5$  см добротность резонатора с колебаниями шепчущей галереи в основном определяется потерями электромагнитной энергии во внешнем поликором сферическом слое. В этом случае добротность  $Q$  радиально-двухслойного резонатора, расположенного в воздухе (кривая 1), достигает  $9,5 \cdot 10^3$ , а при его размещении во фторопласте (кривая 2) она снижается до  $7,5 \cdot 10^3$  (рис. 3). За счет потерь в бензине (кривая 3) и спирте (кривая 4) добротность резонатора, расположенного в этих жидкостях, снижается до  $1,5 \cdot 10^3$  и  $\sim 10^2$  соответственно. При увеличении радиуса ядра  $r_1$  происходит уменьшение толщины его поликорового покрытия  $\Delta$ , что сопровождается снижением добротности

резонатора и при  $\Delta \leq 0,8$  см наблюдается ее резкое падение. При отсутствии внешнего слоя из поликора  $\Delta = 0$  добротность кварцевого шарового резонатора снижается до  $10^3$  при расположении его в воздухе, а во фторопласте, бензине и спирте оказывается заметно ниже.

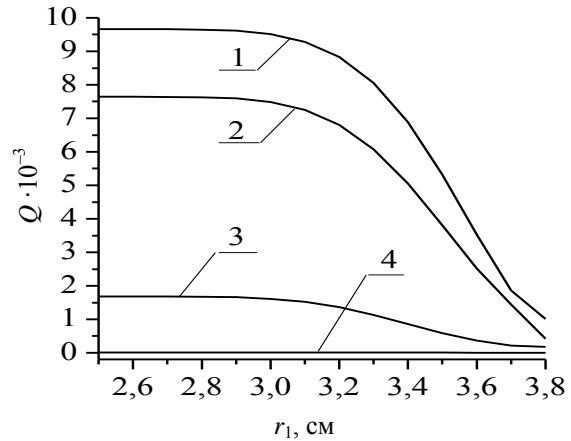


Рис. 3. Собственные добротности резонаторов, отличающихся радиусом внутреннего слоя, при их помещении в среды: 1 – воздух; 2 – фторопласт; 3 – бензин; 4 – спирт

Следует отметить резкое нелинейное повышение собственной частоты радиально-двухслойного шарового резонатора при изменении радиуса ядра  $r_1$  в интервале от 3 до 3,8 см, что обусловлено пересосредоточением электромагнитного поля из области с большим значением действительной части диэлектрической проницаемости (поликора) в область с меньшим значением (кварца). Именно в этом интервале изменения  $r_1$  происходит заметное снижение добротности резонатора. Большая крутизна частотной характеристики резонатора при уменьшении радиальной толщины его внешнего слоя (рис. 2) способствует повышению чувствительности диэлектromетра для определения электрофизических параметров окружающей среды (например, жидкости или газа), если в нем используется в качестве датчика исследуемый резонатор. При этом необходимо сохранить добротность резонатора в пределах приемлемо-измерительной величины ( $Q \geq 50$ ).

По-видимому, в опытах [16], проведенных в оптическом диапазоне длин волн, выбор таких условий обусловил высокую чувствительность датчика в форме слоистого микрошара к изменениям концентрации NaCl в соляном растворе. В отличие от настоящих исследований, проводимых в коротковолновой части сантиметрового диапазона при возбуждении в резонаторе мод с полярными индексами  $n < 100$ , в слоистом

микрошаре [16] возбуждались моды с большими значениями индексов  $n > 1000$ . Поэтому попытаемся установить возможность повышения чувствительности датчика в форме радиально-двухслойного шарового резонатора по изменению собственной частоты при измерении диэлектрической проницаемости  $\epsilon'_3$  окружающей среды в виде бензина. На рис. 4 приведены зависимости относительного изменения собственной частоты  $(f_{1,5} - f_x)/f_{1,5}$  исследуемого резонатора при изменении радиуса ядра  $r_1$  для нескольких значений диэлектрической проницаемости окружающей среды в диапазоне  $1,6 \leq \epsilon'_3 \leq 2$  и  $\text{tg}\delta_3 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ . Здесь  $f_{1,5}$  и  $f_x$  – собственные частоты поликорового шарового резонатора с радиусом 3,9 см и исследуемого резонатора, расположенных соответственно в средах с  $\epsilon'_3 = 1,5$  и  $\epsilon'_3 = x$  (где  $x = 1,6; 1,7; 1,8; 1,88; 2,0$ ), в которых  $\text{tg}\delta_3 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ .

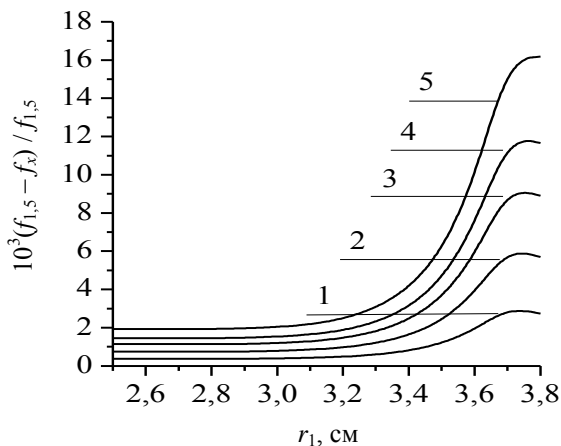


Рис. 4. Относительные собственные частоты исследуемых резонаторов при их погружении в различные среды: 1 –  $\epsilon'_3 = 1,6$ ; 2 –  $\epsilon'_3 = 1,7$ ; 3 –  $\epsilon'_3 = 1,8$ ; 4 –  $\epsilon'_3 = 1,88$ ; 5 –  $\epsilon'_3 = 2,0$

Видно, что резкое повышение собственной частоты радиально-двухслойного шарового резонатора при уменьшении толщины внешнего поликорового слоя  $\Delta$  при  $r_1 \geq 3,2$  см позволяет значительно повысить чувствительность датчика по сравнению с шаровым резонатором, изготовленным из поликора. Отметим, что при расположении в одинаковых средах поликорового шарового резонатора и исследуемого резонатора с радиусом внутреннего кварцевого слоя  $r_1 \leq 2,8$  см значения их собственных частот совпадают в случае идентичных  $TM_{3601}$ -мод. Так как при  $r_1 \geq 3,2$  см вместе с увеличением частоты исследуемого резонатора происходит падение его собственной добротности (рис. 3), то для использования его как измерительного датчика диэлектromетра важным фактором является обеспечение приемлемой величины последней ( $Q \geq 50$ ).

Зависимости относительного изменения собственной частоты  $(f_{1,5} - f_x)/f_{1,5}$  исследуемого резонатора при различных толщинах внешнего поликорового слоя от диэлектрической проницаемости  $\epsilon'_3$  окружающей среды представляются почти прямыми линиями при  $1,6 \leq \epsilon'_3 \leq 2$  (рис. 5).

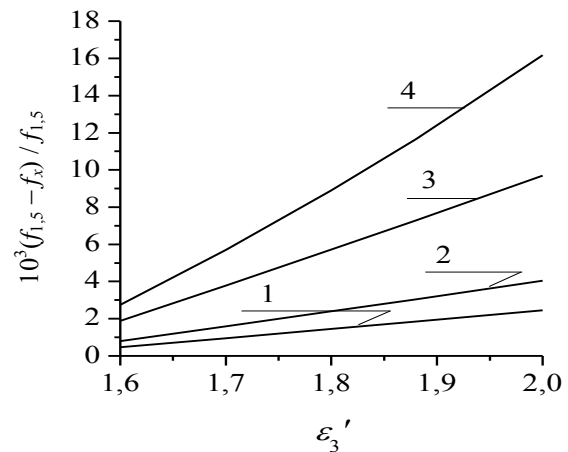


Рис. 5. Относительные собственные частоты резонаторов, отличающихся радиальными толщинами  $\Delta$  внешнего слоя, при их погружении в различные среды 1 –  $\Delta = 0,7$  см; 2 –  $\Delta = 0,5$  см; 3 –  $\Delta = 0,3$  см; 4 –  $\Delta = 0,1$  см

Увеличение крутизны этих характеристик соответствует повышению чувствительности датчика, выполненного в форме данного резонатора. Так, если изменение действительной части диэлектрической проницаемости бензина ( $\epsilon'_3 = 1,88$ ;  $\text{tg}\delta_3 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ ) произвести на 10 %, то собственная частота шарового резонатора из поликора изменится лишь на несколько сотых процента. В то же время при использовании радиально-двухслойного шарового резонатора с внутренним кварцевым слоем с  $r_1 = 3,6$  см и внешним поликоровым слоем толщиной  $\Delta = 0,3$  см изменение его собственной частоты достигает  $\sim 0,7$  %, а при  $r_1 = 3,8$  см и  $\Delta = 0,1$  см – больше 1 %. При этом добротность резонатора в первом случае имеет значение  $\sim 370$ , а во втором – порядка 50. В общем, выбор толщины внешнего слоя резонатора для повышения чувствительности датчика определяется электрофизическими параметрами окружающей среды при обеспечении приемлемой добротности резонатора.

**Выводы.** Таким образом, использование в диэлектromетре датчика в виде радиально-двухслойного шарового диэлектрического резо-

натора с колебанием шепчущей галереи позволяет обеспечить высокую чувствительность изменения его собственной частоты к изменениям электрофизических параметров окружающей среды. Высокая чувствительность обеспечивается достаточно малой толщиной внешнего слоя резонатора. При этом данный слой резонатора изготавливается из вещества, действительная часть диэлектрической проницаемости которого превышает аналогичные параметры материала его внутреннего слоя и окружающей среды. В этом случае добротность резонатора, приемлемая для измерений, обеспечивается радиальным размером внешнего слоя, который определяется потерями электромагнитной энергии поля собственного колебания резонатора в окружающей среде.

Комплексное значение диэлектрической проницаемости окружающей среды определяется решением соответствующего характеристического уравнения (4) радиально-двухслойного шарового диэлектрического резонатора при условии, что геометрические и электрофизические параметры слоев известны, а собственная частота и добротность резонатора с идентифицированной модой экспериментально измерены. При выполнении условия  $|\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \omega_p \Delta / c| \ll 1$  для определения проницаемости  $\varepsilon_3$  изотропной среды можно использовать уравнение (5).

Исследованные резонаторы с толщиной внешнего слоя  $\Delta \leq 0,3$  см позволяют определять значения диэлектрических проницаемостей жидкостей с  $1,6 \leq \varepsilon'_3 \leq 2$  и  $\text{tg} \delta_3 \leq 4 \cdot 10^{-3}$  (например, бензина).

1. Власов С. Н. О колебаниях «шепчущей галереи» в открытых резонаторах с диэлектрическим стержнем // Радиотехника и электроника. – 1967. – 12, № 3. – С. 572–573.
2. Wait J. R. Electromagnetic whispering gallery modes in dielectric rod // Radio science. – 1967. – 2, No. 9. – P. 1005–1017.
3. Костромин В. В., Быков Е. В., Гальперович Д. Я. и др. Исследования диэлектрических свойств неполярных полимеров в диапазоне частот 16–38 ГГц и интервале температур 4,2–300 К // Электрон. техн. Сер: Электроника СВЧ. – 1984. – № 4 (364). – С. 52–55.
4. Krupka J., Derzakowski K., Abramowicz A. et al. Use of whispering-gallery modes for complex permittivity determinations of ultra-low-loss dielectric materials // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1999. – 47, No. 6. – P. 752–759.
5. Derkach V. N., Filipov Yu. F., Plevako A. S. et al. Determination of microwave parameters of isotropic mediums by using an open quasi-optical spherical resonator // Int. Journ. of Infrared and Millimeter Waves. – 2004. – 25, No. 1. – P. 139–148.
6. Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Шитилова И. А. Влияние кольцевого слоя из различных веществ на собственную частоту и добротность цилиндрического квазиоптического диэлектрического резонатора // Письма в журн. тех. физики. – 2006. – 32, № 7. – С. 36–41.
7. Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Шитилова И. А. Распределение поля колебаний «шепчущей галереи» в радиально двухслойном цилиндрическом диэлектрическом ре-

зонаторе // Изв. вузов. Радиофизика. – 2008. – 51, № 7. – С. 622–632.

8. Ganapolskii E. M., Golic A. V. A sapphire sphere resonator for the measurement of low dielectric losses in the millimeter-wave range in liquids // Measurements and Scientific Technology. – 1997. – 8. – P. 1016–1022.
9. Annino G., Bertolini D., Cassettari M. et al. Dielectric properties of materials using whispering gallery dielectric resonators: Experiments and perspectives of ultra-wideband characterization // Journ. of Chemical Physics. – 2000. – 112, No. 5. – P. 2308–2314.
10. Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Шитилова И. А., Яковенко В. М. Моды «шепчущей галереи» в полусферовом изотропном диэлектрическом резонаторе с идеально проводящей плоской поверхностью // Журн. тех. физики. – 2006. – 76, № 2. – С. 102–111.
11. Arnold S., Khoshsima M., Teraoka I. et al. Shift of whispering-gallery modes in microspheres by protein absorption // Optics Letters. – 2003. – 28, No. 4. – P. 272–274.
12. Дацюк В. В., Измайлов И. А. Оптика микрокапель // Успехи физ. наук. – 2001. – 171, № 10. – С. 1117–1129.
13. Pluchino A. B. Surface waves and the radiative properties of micron-sized particles // Applied Optics. – 1981. – 20, No. 17. – P. 2986–2992.
14. Еременко З. Е. Квазиоптический слоистый шаровой резонатор для измерения диэлектрической проницаемости сильно поглощающей жидкости в миллиметровом диапазоне // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 2004. – 9, № 2. – С. 442–451.
15. Han M., Wang A. Temperature compensation of optical microresonator using a surface layer with negative thermo-optic coefficient // Optics Letters. – 2007. – 32, No. 19. – P. 1800–1802.
16. Gaathon O., Culic-Viskota J., Mihnev M. et al. Enhancing sensitivity of a whispering gallery mode biosensor by subwavelength confinement // Applied Physics Letters. – 2006. – 89. – P. 223901–223903.
17. Филиппов Ю. Ф., Козут А. Е., Кутузов В. В., Еременко З. Е. О радиальном распределении энергии колебаний в экранированном слоистом полусферическом резонаторе // Радиофизика и электроника. – Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – 1999. – 4, № 3. – С. 90–95.
18. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. – М.: Сов. радио, 1957. – 581 с.
19. Ильченко М. Е., Взятыхшев В. Ф., Гасанов Л. Г. и др. Диэлектрические резонаторы. – М.: Радио и связь, 1989. – 328 с.
20. Бараник О. А., Прокопенко Ю. В., Филипов Ю. Ф., Черпак М. Т. Електромагнітні мікрохвилі шепчучої галереї в рідинах // Доп. НАН України. – 2003. – № 3. – С. 77–79.
21. Ахадов Я. Ю. Диэлектрические свойства бинарных растворов. – М.: Наука, 1977. – 400 с.

## RADIALLY TWO-LAYERED SPHERE AS PERMITTIVITY SENSOR OF SURROUNDINGS

A. Ya. Kirichenko, Yu. V. Prokopenko,  
O. A. Suvorova, Yu. F. Filipov

The availability of radially two-layered sphere resonator as permittivity sensor of surroundings is studied. Expressions for electromagnetic fields components of eigenmodes and characteristic equations of a resonator are given. In centimeter wave band, the numerical calculations of the resonator with quartz inner layer and polikor external layer are made at its placement into different surroundings. It is shown the sensitivity of the frequency variation to the permittivity variation of surroundings is determined by the external layer thickness.

**Key words:** electrodynamics of resonators, whispering gallery resonators, eigenmodes, determination of the permittivity.

**РАДІАЛЬНО-ДВОШАРОВА КУЛЯ ЯК ДАТЧИК  
ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РІДИНИ,  
У ЯКУ ВОНА ЗАНУРЕНА**

**О. Я. Кириченко, Ю. В. Прокопенко,  
О. О. Суворова, Ю.Ф. Філіпов**

Вивчена можливість використання двошарового кульового діелектричного резонатора в якості датчика для визначення комплексної діелектричної проникності навколишнього середовища. Наведено вирази для компонент електромагнітних полів власних коливань і характеристичні рів-

няння резонатора. У сантиметровому діапазоні довжин хвиль здійснено числові дослідження резонатора з кварцовим внутрішнім та поліковим зовнішнім прошарками при розміщенні його в різних середовищах. Показано, що чутливість змінення власної частоти резонатора до змін діелектричної проникності навколишнього середовища визначається радіальною товщиною зовнішнього прошарку.

**Ключові слова:** електродинаміка резонаторів, резонатори з коливаннями шепочучої галереї, власні коливання, визначення діелектричної проникності.

*Рукопись поступила 7 сентября 2009 г.*