

# СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

УДК 621.396.96:621.391.26

## ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ В ГАУССОВОМ ШУМЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕСТОВЫХ СТАТИСТИК ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

А. В. Тоцкий

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского  
«Харьковский авиационный институт»  
17, ул. Чкалова, Харьков, 61070, Украина  
E-mail: [totskiy@xai.edu.ua](mailto:totskiy@xai.edu.ua)*

На основе теории статистических решений рассмотрена задача обнаружения детерминированного сигнала, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссова шума, с использованием тестовой статистики третьего порядка и критерия Неймана-Пирсона. Предложено формирование тестовой статистики обнаружения в виде пиковой оценки моментной функции третьего порядка выхода согласованного фильтра. Приведены результаты статистического моделирования, демонстрирующие преимущества использования статистик третьего порядка по сравнению с традиционными статистиками второго порядка. Ил. 6. Библиогр.: 8 назв.

**Ключевые слова:** согласованный фильтр, моментная функция третьего порядка, отношение правдоподобия.

Метод согласованной фильтрации широко используется на практике в современных системах связи [1] и радиолокации [2] при решении задач обнаружения детерминированных сигналов известной формы на фоне аддитивной гауссовой помехи. В условиях воздействия аддитивного белого гауссова шума или известной спектральной плотности мощности помехи, необходимой для реализации процедуры «отбеливания», а также при обеспечении синхронизации приемника согласованный фильтр (СФ) является оптимальным устройством. Согласованная фильтрация обеспечивает получение максимального отношения сигнал/шум на выходе СФ и, следовательно, минимизирует вероятность ошибки обнаружения детерминированного сигнала. Оптимальная обработка сводится к вычислению и сравнению с порогом простейшей достаточной статистики второго порядка – пикового значения корреляционного интеграла принятого и опорного сигнала, форма и параметры которого точно соответствуют ожидаемому сигналу [2]. Решение о присутствии сигнала в наблюдении принимают с помощью оценки превышения величины отношения правдоподобия фиксированного порога при заданной вероятности ложной тревоги.

В статье рассматривается подход к решению задачи обнаружения детерминированного сигнала известной формы, наблюдаемого на фоне аддитивной гауссовой помехи с использованием кумулянтных статистик третьего порядка [3, 4]. К достоинствам обработки сигналов с использованием кумулянтных функций указанного порядка – оценки биспектральной плотности и корреляционной функции третьего порядка – следует отнести, прежде всего, высокую помехоустойчивость по отношению к аддитивной помехе с симметричной

функцией плотности вероятности, а также инвариантность к случайным временным сдвигам сигнала. Данный подход обладает рядом ценных и привлекательных преимуществ по сравнению с подходом, основанным на оценивании статистик второго порядка. Отмеченные достоинства моментных функций третьего порядка успешно используются для решения задач обнаружения и восстановления сигналов в условиях априорной неопределенности относительно параметров сигнальной составляющей и характеристик помехи [5, 6].

**1. Тестовая статистика – моментная функция третьего порядка.** Предположим, что на вход СФ поступает дискретный процесс, наблюдаемый в виде ансамбля из  $M$  реализаций, каждая из которых задана следующей последовательностью вещественных временных отсчетов  $\{x^{(m)}(i)\}_{i=0}^{I-1}$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  вида

$$x^{(m)}(i) = s(i - \tau^{(m)}) + n^{(m)}(i), \quad (1)$$

где  $s(i)$  – известный детерминированный сигнал;  $i = 0, 1, \dots, I-1$  – индекс временного отсчета;  $\tau^{(m)}$  – сдвиг сигнала, меняющийся по случайному закону от реализации к реализации;  $n^{(m)}(i)$  –  $m$ -я реализация гауссова шума с нулевым средним значением. Форма сигнала  $s(i)$  полагается неизменной для всей наблюдаемой выборки из  $M$  реализаций. Сигнал и шум полагаются статистически независимыми.

Выход СФ при поступлении на его вход произвольной  $m$ -й реализации (1) равен

$$y^{(m)}(i) = \sum_{j=0}^{I-1} x^{(m)}(j)s(I-i+j), \quad (2)$$

где  $s(I-i)$  – зеркальное отображение сигнала  $s(i)$ .

Рассмотрим задачу двухальтернативного обнаружения детерминированного сигнала на фоне шума по критерию Неймана-Пирсона.

Для решения задачи обнаружения известного детерминированного сигнала  $s(i)$ , наблюдаемого в смеси с аддитивным гауссовым шумом, воспользуемся предлагаемой в статье новой тестовой статистикой обнаружения, заданной с помощью моментной функции и рассчитываемой в виде пикового значения оценки автокорреляционной функции третьего порядка (АФТП) процесса на выходе СФ. Предлагаемая выборочная, т. е. оцениваемая для произвольной  $m$ -й реализации, тестовая статистика обнаружения  $\hat{R}_{y_s}^{(m)}$  равна

$$\begin{aligned} \hat{R}_{y_s}^{(m)} &= \sum_{i=0}^{I-1} [y^{(m)}(i)]^3 = \\ &= \sum_{i=0}^{I-1} \left\{ \sum_{j=0}^{I-1} [s(j) + n^{(m)}(j)]s(I-i+j) \right\}^3. \end{aligned} \quad (3)$$

Воспользуемся подходом, широко применяемым в практике обнаружения сигнала и основанном на сравнении с некоторым порогом отношения правдоподобия [7]. Для этого необходимо записать отношение правдоподобия для предлагаемых тестовых статистик обнаружения вида (3).

**2. Отношение правдоподобия в задаче обнаружения сигналов с использованием статистик третьего порядка.** Предположим, что предлагаемая тестовая статистика  $\hat{R}_{y_s}^{(m)}$  – это случайная величина, статистическое распределение которой асимптотически стремится к нормальному закону при  $M \rightarrow \infty$ . Тогда условные плотности вероятности, соответствующие наличию  $p(\hat{R}_{y_s} | H_1)$  и отсутствию  $p(\hat{R}_{y_s} | H_0)$  сигнала, могут быть представлены в виде

$$p(\hat{R}_{y_s} | H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\hat{R}_{y_s})} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_s}}{\sigma(\hat{R}_{y_s})} \right)^2}; \quad (4)$$

$$p(\hat{R}_{y_s} | H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\hat{R}_{y_n})} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_n}}{\sigma(\hat{R}_{y_n})} \right)^2}, \quad (5)$$

где  $H_1$  и  $H_0$  – гипотеза присутствия и отсутствия сигнала соответственно;

$$\bar{R}_{y_s} = \sum_{i=0}^{I-1} [y_s(i)]^3 = \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} s(j)s(I-i+j) \right]^3 - \text{пиковое значение АФТП выхода СФ при условии отсутствия помехи на его входе};$$

отсутствия помехи на его входе;

$$\begin{aligned} \bar{R}_{y_n} &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} [y_n^{(m)}(i)]^3 = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^3 - \text{осредненная} \end{aligned}$$

по  $M$  реализациям статистика, рассчитываемая при отсутствии сигнала на входе СФ;

$$\begin{aligned} \sigma^2(\hat{R}_{y_s}) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_s}]^2 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} (s(j) + \right. \right. \\ &\left. \left. + n^{(m)}(j))s(I-i+j) \right]^3 - \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} s(j)s(I-i+j) \right]^3 \right\}^2 - \end{aligned}$$

дисперсия оценки тестовой статистики третьего порядка, рассчитываемая при поступлении на вход СФ аддитивной смеси сигнала и гауссова шума;

$$\begin{aligned} \sigma^2(\hat{R}_{y_n}) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M [\hat{R}_{y_n}^{(m)} - \bar{R}_{y_n}]^2 = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^3 - \right. \\ &\left. - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^3 \right\}^2 - \text{дисперсия} \end{aligned}$$

оценки тестовой статистики третьего порядка, вычисляемая в отсутствие сигнала на входе СФ – в наблюдении присутствует только гауссов шум;

$$\hat{R}_{y_n}^{(m)} = \sum_{i=0}^{I-1} [y_n^{(m)}(i)]^3 = \sum_{i=0}^{I-1} \left[ \sum_{j=0}^{I-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^3.$$

Отношение правдоподобия в рассматриваемой задаче двухальтернативного обнаружения сигнала определим следующим условием:

$$\frac{p(\hat{R}_{y_s} | H_1)}{p(\hat{R}_{y_s} | H_0)} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} L_R, \quad (6)$$

где  $L_R$  – порог, величина которого выбирается согласно критерию Неймана-Пирсона по заданной вероятности ложной тревоги  $P_a$ .

Подставив в условие (6) выражения для условных плотностей вероятности (4) и (5) и выполнив несложные преобразования, получим

$$\begin{aligned} &\frac{(\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_n})^2}{\sigma^2(\hat{R}_{y_n})} - \frac{(\hat{R}_{y_s}^{(m)} - \bar{R}_{y_s})^2}{\sigma^2(\hat{R}_{y_s})} \\ &\underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} \ln \left[ L_R^2 \frac{\sigma^2(\hat{R}_{y_s})}{\sigma^2(\hat{R}_{y_n})} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Условие (7) позволяет рассчитать вероятности обнаружения сигнала в присутствии гауссова шума по совокупности  $m = 1, 2, \dots, M$  реализаций, наблюдаемых на входе СФ, с использованием предлагаемой статистики третьего порядка.

Для сравнения показателей изложенного выше подхода, в котором при решении задачи обнаружения детерминированного сигнала в гауссовом шуме применяются статистики третьего порядка, далее рассмотрим подход к решению задачи обнаружения сигнала с использованием статистики второго порядка, рассчитываемой в

виде пикового значения оценки автокорреляционной функции процесса на выходе СФ.

**3. Отношение правдоподобия в задаче обнаружения сигналов с использованием статистик второго порядка.** Статистики второго порядка, вычисляемые на выходе СФ, в отличие от выше рассмотренных оценок АФТП (3) обозначим символом  $r$ .

Условные плотности вероятности, соответствующие присутствию  $p(\hat{r}_{y_s}|H_1)$  и отсутствию  $p(\hat{r}_{y_s}|H_0)$  сигнала на входе СФ, представим в виде выражений

$$p(\hat{r}_{y_s}|H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\hat{r}_{y_s})} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_s}}{\sigma(\hat{r}_{y_s})}\right)^2}; \quad (8)$$

$$p(\hat{r}_{y_s}|H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\hat{r}_{y_n})} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_n}}{\sigma(\hat{r}_{y_n})}\right)^2}, \quad (9)$$

где  $\hat{r}_{y_s}^{(m)} = \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{L-1} [s(j) + n^{(m)}(j)]s(I-i+j) \right\}^2$  – пи-

ковое значение выборочной оценки автокорреляционной функции выхода СФ, рассчитываемое при поступлении на его вход произвольной реализации  $x^{(m)}(i)$  – аддитивной смеси сигнала и га-

уссова шума (1);  $\bar{r}_{y_s} = \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{L-1} s(j)s(I-i+j) \right\}^2$  –

пиковое значение сигнальной автокорреляционной функции выхода СФ, рассчитываемое при отсутствии шума на входе СФ;

$\hat{r}_{y_n}^{(m)} = \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \sum_{j=0}^{L-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^2$  – пиковое зна-

чение автокорреляционной функции выхода СФ, оцениваемое при отсутствии сигнала, т. е. когда на вход СФ поступает только реализация шума  $n^{(m)}(i)$ ;

$\bar{r}_{y_n} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \sum_{j=0}^{L-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^2$  – осред-

ненная (рассчитываемая при осреднении на конечном наборе реализаций  $M$ ) тестовая статистика при отсутствии сигнала на входе СФ;

$\sigma^2(\hat{r}_{y_s}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{i=0}^{L-1} \left\{ \sum_{j=0}^{L-1} [s(j) + n^{(m)}(j)] \times \right. \right.$   
 $\left. \left. \times s(I-i+j) \right\}^2 - \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \sum_{j=0}^{L-1} s(j)s(I-i+j) \right]^2 \right\}^2$  – дис-

персия оценки тестовой статистики второго порядка, вычисляемая при поступлении на вход СФ смеси сигнала и гауссова шума;

$$\sigma^2(\hat{r}_{y_n}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left\{ \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \sum_{j=0}^{L-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^2 - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{L-1} \left[ \sum_{j=0}^{L-1} n^{(m)}(j)s(I-i+j) \right]^2 \right\}^2$$
 – дисперсия

оценки тестовой статистики второго порядка, рассчитываемая при отсутствии сигнала (в наблюдении присутствует только шум).

Отношение правдоподобия в рассматриваемой задаче двухальтернативного обнаружения с использованием тестовой статистики второго порядка определяется условием

$$\frac{p(\hat{r}_{y_s}|H_1)}{p(\hat{r}_{y_s}|H_0)} \underset{< H_0}{\overset{> H_1}{>}} L_r, \quad (10)$$

где  $L_r$  – порог, величина которого выбирается согласно критерию Неймана-Пирсона по заданной вероятности ложной тревоги  $P_a$ .

Подставив в (10) выражения для условных плотностей вероятности (8) и (9) и выполнив необходимые преобразования, получим

$$\frac{(\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_n})^2}{\sigma^2(\hat{r}_{y_n})} \underset{< H_0}{\overset{> H_1}{>}} \frac{(\hat{r}_{y_s}^{(m)} - \bar{r}_{y_s})^2}{\sigma^2(\hat{r}_{y_s})} \ln \left[ L_r^2 \frac{\sigma^2(\hat{r}_{y_s})}{\sigma^2(\hat{r}_{y_n})} \right]. \quad (11)$$

Условие (11) позволяет рассчитать вероятности обнаружения сигнала на фоне шума по  $m = 1, 2, \dots, M$  реализациям с использованием статистики второго порядка – оценки пикового значения автокорреляционной функции процесса на выходе СФ.

Важную роль при решении задачи обнаружения сигнала на фоне шума играет порог, на выбор величины которого следует обязательно обратить внимание. Величина порога  $L_r$  в (7) и величина порога  $L_r$  в (11) при заданной вероятности ложной тревоги  $P_a$  определяются соответственно выражениями вида

$$L_R = \sqrt{2}\sigma(\hat{R}_{y_n}) \operatorname{erf} \operatorname{inv}(2(1 - P_a) - 1); \quad (12)$$

$$L_r = \sqrt{2}\sigma(\hat{r}_{y_n}) \operatorname{erf} \operatorname{inv}(2(1 - P_a) - 1), \quad (13)$$

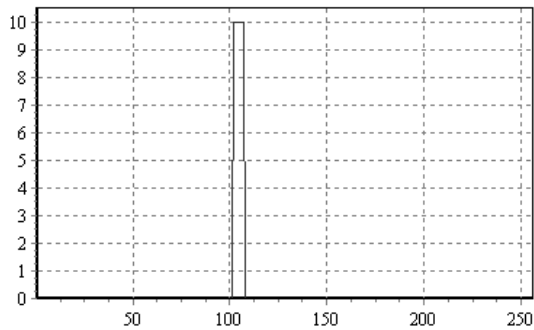
где  $\operatorname{erf} \operatorname{inv}(\dots)$  – функция, обратная функции ошибок  $\operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = 2\Phi(x) - 1$  и  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  [8].

Изложенный подход дает возможность рассчитать и сравнить между собой кривые обнаружения – зависимости вероятности правильного обнаружения от отношения сигнал/шум на входе СФ при фиксированной вероятности ложной тревоги для статистик третьего и второго порядка.

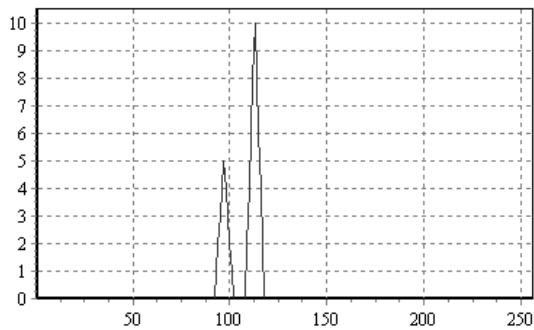
**4. Статистическое компьютерное моделирование.** Для сравнения показателей обнаружения детерминированного сигнала на фоне

шума с использованием статистик третьего и второго порядков исследовались следующие типовые модели сигналов, широко применяемые на практике в системах радиолокации (см. рис. 1):

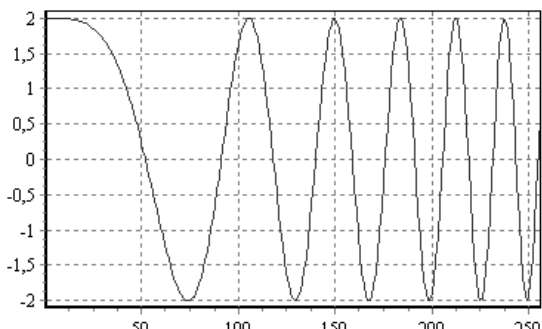
- одиночный видеоимпульс;
- два импульса треугольной формы разной амплитуды – простейшая модель дальностного портрета, наблюдаемая в радиолокационной станции (РЛС) с высоким разрешением по дальности;
- линейно-частотно-модулированный сигнал (ЛЧМ), равный  $s(i) = A\cos[2\pi(f_{\min} + \beta i)i]$ ,  $\beta = (f_{\max} - f_{\min})/I$ .



а)



б)



в)

Рис. 1. Исследуемые сигналы: а) – одиночный видеоимпульс; б) – два импульса треугольной формы разной амплитуды; в) – ЛЧМ сигнал

Интервал наблюдения  $I$  исследуемых тестовых сигналов равен 256 отсчетам.

Для оценки поведения функций  $p(\hat{R}_{y_s}|H_1)$  (4) и  $p(\hat{R}_{y_s}|H_0)$  (5), а также функций  $p(\hat{r}_{y_s}|H_1)$  (8) и  $p(\hat{r}_{y_s}|H_0)$  (9) были построены гистограммы.

На рис. 2 и 3 представлены примеры графиков гистограмм, которые построены для выборки из  $M = 10000$  реализаций. Исходные расчетные данные: амплитуда  $A1 = 1$  и длительность одиночного видеоимпульса  $\Delta t = 7$  отсчетов. Дисперсия шума на входе согласованного фильтра равна  $\sigma_n^2 = 1$ .

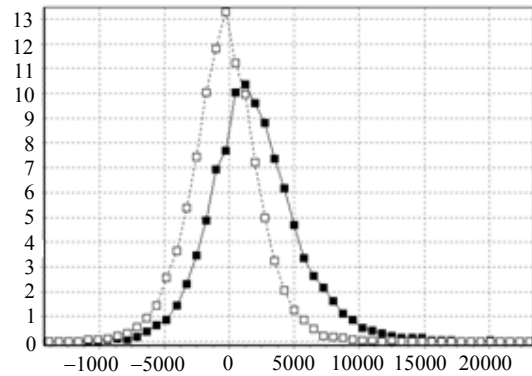


Рис. 2. Гистограммы распределений условных плотностей вероятности, построенные для статистик третьего порядка: —■—  $p(\hat{R}_{y_s}|H_1)$  и ---□---  $p(\hat{R}_{y_s}|H_0)$

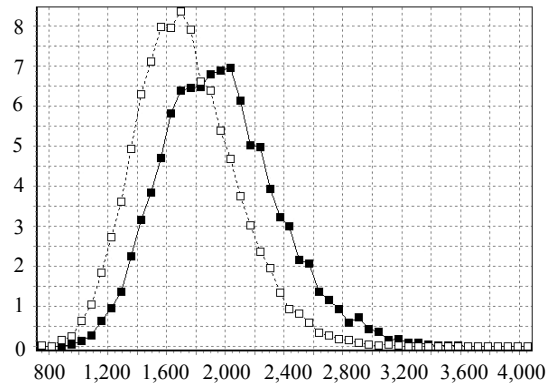


Рис. 3. Гистограммы распределений условных плотностей вероятности, построенные для статистик второго порядка: —■—  $p(\hat{r}_{y_s}|H_1)$  и ---□---  $p(\hat{r}_{y_s}|H_0)$

Анализ поведения кривых на рис. 2 и 3 позволяет отметить следующие особенности:

- закон распределения тестовых статистик третьего  $\hat{R}_{y_s}^{(m)}$  и второго  $\hat{r}_{y_s}^{(m)}$  порядка (см. формулы (4, 5) и (8, 9) соответственно) асимптотически стремится к нормальному;
- различие формы кривых (различие величин математического ожидания и среднеквадратического отклонения) на рис. 2 вызвано отличием

величин  $\sigma(\hat{R}_{y_s})$  и  $\bar{R}_{y_s}$  в формуле (4) от величин  $\sigma(\hat{R}_{y_n})$  и  $\bar{R}_{y_n}$  в формуле (5) для тестовых статистик третьего порядка, и на рис. 3 – отличим  $\sigma(\hat{r}_{y_s})$  и  $\bar{r}_{y_s}$  в формуле (8) от величин  $\sigma(\hat{r}_{y_n})$  и  $\bar{r}_{y_n}$  в формуле (9).

Особый интерес при статистическом моделировании представляет исследование вероятности обнаружения сигнала при малых отношениях сигнал/шум, так как с уменьшением последней величины вероятность правильного обнаружения сигнала на фоне шума снижается.

На рис. 4–6 приведены графики кривых обнаружения – зависимости вероятности правильного обнаружения сигнала от отношения сигнал/шум на входе СФ при фиксированной вероятности ложной тревоги  $P_a$ . Количество реализаций, участвующих в статистическом моделировании равно  $M = 1000$  реализаций. Величина случайного сдвига сигнала  $\tau^{(m)}$  в (1) менялась в широких пределах.

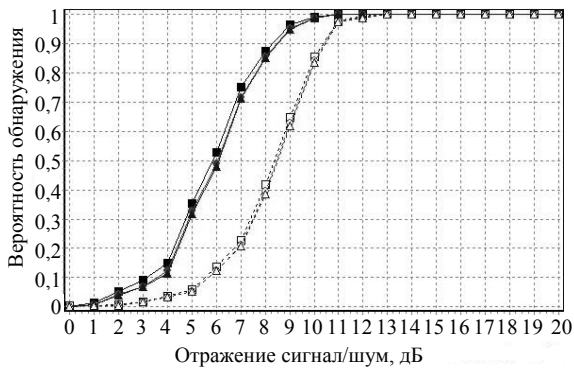


Рис. 4. Кривые обнаружения: одиночный видеоимпульс прямоугольной формы длительностью  $\Delta t = 6$  отсчетов и амплитудой  $A_1 = 10$

Сплошными линиями на графиках рис. 4–6 показаны зависимости, полученные для тестовых статистик третьего порядка, а пунктирными линиями – для статистик второго порядка. На кривых, которые приведены на графиках рис. 4–6, использованы следующие обозначения: —■— и ---□--- вероятность ложной тревоги  $P_a = 10^{-2}$ ; —●— и ---○--- вероятность ложной тревоги  $P_a = 10^{-5}$ ; —▲— и ---Δ--- вероятность ложной тревоги  $P_a = 10^{-7}$ .

Отношение сигнал/шум (SNR) по мощности на входе СФ рассчитывалось как

$$SNR = 10 \lg \left( \frac{P_s}{\sigma_n^2} \right), \quad (14)$$

где  $P_s = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T-1} [s(i)]^2$ ;  $T$  – длительность сигнала;

$\sigma_n^2$  – дисперсия гауссова шума на входе СФ.

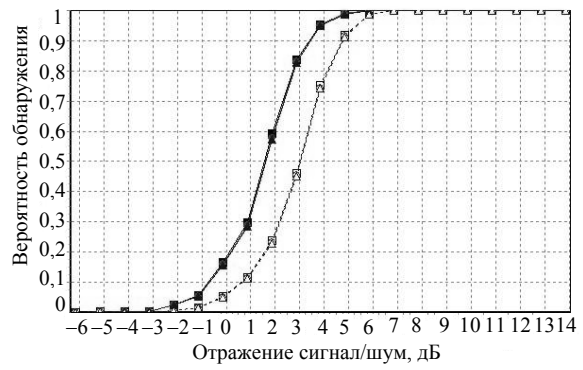


Рис. 5. Кривые обнаружения: два импульса треугольной формы одинаковой длительности  $\Delta t = 9$  отсчетов и различными амплитудами  $A_1 = 5$  и  $A_2 = 10$ , разнос импульсов  $dt = 7$  отсчетов

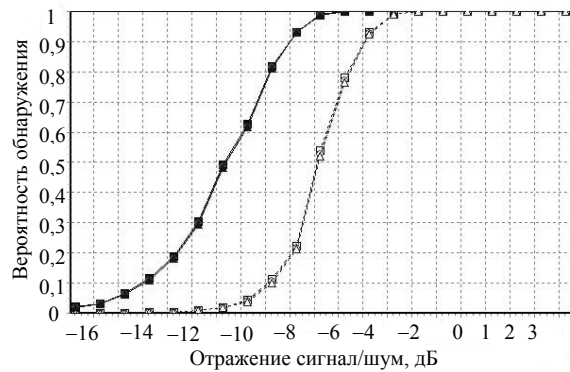


Рис. 6. Кривые обнаружения: - сигнал амплитудой  $A = 4$ ,  $f_{min} = 10$  Гц,  $f_{max} = 1000$  Гц

Анализ результатов компьютерного моделирования, представленных графиками на рис. 4–6, позволяет отметить следующее:

- использование тестовой статистики третьего порядка обеспечивает лучшие показатели обнаружения сигнала в гауссовом шуме по сравнению с тестовой статистикой второго порядка для трех типов исследуемых сигналов. Этот важный результат обусловлен свойством стремления к нулю моментной функции третьего порядка помехи с симметричной плотностью вероятности. Данное свойство обеспечивает робастность предлагаемого подхода к обнаружению детерминированного сигнала на фоне гауссова шума;

- вероятность обнаружения сигнала слабо зависит от вероятности ложной тревоги;

- выигрыш, достигаемый по величине отношения сигнал/шум на входе согласованного фильтра для обеспечения требуемой величины вероятности правильного обнаружения при фиксированной вероятности ложной тревоги, равен приблизительно 4 дБ при использовании тестовой статистики третьего порядка по сравнению со статистикой второго порядка. С практической точки зрения, важно отметить, что достигаемый выигрыш проявляется при малых отношениях

сигнал/шум, наблюдаемых на входе согласованного фильтра;

– поведение кривых обнаружения не меняется при вариациях случайного сдвига принимаемого сигнала.

**Выводы.** Таким образом, предложен и исследован на основе теории статистических решений подход к улучшению вероятности правильного обнаружения детерминированного сигнала на фоне аддитивного гауссова шума. Результаты компьютерного моделирования показывают, что помехоустойчивость предложенной тестовой статистики обнаружения третьего порядка лучше по сравнению с тестовой статистикой второго порядка. Преимущество предлагаемой процедуры обнаружения сигнала наилучшим образом проявляется в практически важных условиях малых отношений сигнал/шум на входе согласованного фильтра. Предлагаемые тестовые статистики нечувствительны к случайным сдвигам сигнала на входе СФ, т. е. при обнаружении сигнала не требуется обеспечение жестких требований к синхронизации, предъявляемых для надежной работы традиционного согласованного фильтра. В заключение отметим, что результаты работы могут быть полезны для использования в системах цифровой связи и радиолокации, работающих в условиях малых отношений сигнал/шум на входе согласованного фильтра.

1. Склад Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Пер. с англ. под ред. А. В. Назаренко. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
2. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
3. Nikias C. L., Raghuvver M. R. Bispectral estimation: A digital signal processing framework // Proc. IEEE. – 1987. – 75, no. 7. – P. 869–891.
4. Басараб М. А., Волосюк В. К., Горячкин О. В. и др. Цифровая обработка сигналов в радиофизических приложениях / Под ред. В. Ф. Кравченко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 544 с.
5. Totsky A. V., Kurbatov I. V., Lukin V. V. et al. Combined bispectrum-filtering techniques for radar output signal reconstruction in ATR applications // Proc. of International Conference Automatic Target Recognition XIII / Ed. Firooz A. Sadjadi. – Orlando (USA). 2003. – 5094. – P. 301–312.

6. Astola J. T., Egiazarian K. O., Khlopov G. I. et al. Application of bispectrum estimation for time-frequency analysis of ground surveillance Doppler radar echo signals // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2008. – 57, no. 9. – P. 1949–1957.
7. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
8. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.

## SIGNAL DETECTION IN GAUSSIAN NOISE BY USING THIRD-ORDER TEST STATISTICS

A. V. Totsky

The detection problem is considered for deterministic signal observed in additive mixture with Gaussian noise by using test third-order statistic on the basis of Neyman-Pearson criterion and theory of statistical decisions. The forming of detection statistic in the form of peak estimate of third-order moment function at the matched filter output has been suggested. Results of computer simulation demonstrating the benefits of third-order statistics comparing with conventional second-order statistics are represented.

**Key words:** matched filter, third-order moment function, likelihood ratio.

## ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ У ГАУССОВІМ ШУМІ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕСТОВИХ СТАТИСТИК ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

О. В. Тоцкий

На основі теорії статистичних рішень розглянуто задачу виявлення детермінованого сигналу, який спостережують в адитивній суміші з гауссовим шумом, з використанням статистики третього порядку і критерія Неймана-Пірсона. Запропоновано формування тестової статистики виявлення у вигляді пікової оцінки моментної функції третього порядку виходу узгодженого фільтра. Приведені результати статистичного моделювання, які демонструють переваги використання статистик третього порядку у порівнянні з традиційними статистиками другого порядку.

**Ключові слова:** узгоджений фільтр, моментна функція третього порядку, відношення правдоподібності.

Рукопись поступила 12 ноября 2008 г.