

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРЕ

Е. А. Величко, А. П. Николаенко

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: sasha@ire.kharkov.ua

Для моделирования дифракции плоской электромагнитной волны на прямом круговом цилиндре использовано классическое решение. Построено пространственное распределение электрического поля для четырех характерных частот: две нижние частоты отвечают первым максимуму и минимуму полного поля в точке позади рассеивающего цилиндра, две верхние частоты порядка 100 ГГц соответствуют минимуму и максимуму поля в той же точке. Построены угловые диаграммы рассеянного и полного полей. Обсуждается явление, аналогичное явлению Гиббса, характерное для фурье-разложения одномерной «прямоугольной» волны. В двумерной задаче этот эффект исчезает, когда число членов, используемых в разложении поля, превышает порог, определяемый отношением длины падающей волны к радиусу рассеивателя. Ил. 6. Библиогр.: 5 назв.

Ключевые слова: радиоволна, рассеяние, дифракция, круговой цилиндр.

При исследовании электрических свойств различных материалов в сантиметровом и миллиметровом диапазонах радиоволн используются различные методики. Как правило, сам исследуемый материал или кювета, содержащая его, служат «пробным телом», помещаемым в измерительный тракт. При увеличении частоты такой объект становится хорошим рассеивателем, и его диэлектрические свойства можно определить, изучая отраженное и/или дифрагированное поле.

Рассматривается задача рассеяния плоской электромагнитной волны на прямом круговом металлическом цилиндре. Такая задача относится к классическим, ее общее решение хорошо известно (см., например, [1–3]). Тем не менее, построение конкретных численных решений и обсуждение их свойств оправдываются следующими соображениями:

- при подготовке эксперимента необходимо предварительное численное моделирование, которое позволило бы оценить необходимые параметры эксперимента и ожидаемые при этом эффекты. Для этой цели требуется надежное программное обеспечение. Рассматриваемая задача служит тестом при разработке такого обеспечения;

- в измерениях приходится калибровать аппаратуру. Простейшей калибровкой, к которой относятся приводимые расчеты, может служить рассеяние волн на проводящем цилиндре заданного диаметра;

- полученное решение обнаруживает интересную особенность, которую, как нам представляется, можно связать с известным явлением Гиббса, наблюдаемым при разложении «прямоугольной» волны в ряд Фурье.

Мы используем известное формальное решение задачи в виде разложения по цилиндрическим функциям и оценим скорость сходимости этого решения. Затем выберем характерные час-

тоты, на которых будет проведен расчет поля, и получим пространственные распределения рассеянного и полного полей на этих частотах. Особое внимание будет уделено «высокочастотным» радиоволнам, когда вдоль окружности металлического цилиндра укладывается много длин волн падающего поля (целое и полуцелое число). В заключение мы обсудим модельные результаты, полученные при недостаточном большом числе членов ряда, которые использовались в формальных разложениях, что позволяет обнаружить аналогию с известным явлением Гиббса.

1. Постановка задачи. Рассмотрим рассеяние плоской электромагнитной волны на однородном идеально проводящем цилиндре бесконечной длины. Используем цилиндрическую систему координат $\{\rho, \varphi, z\}$. Рассеиватель находится в вакууме, где проводимость среды $\sigma=0$, а относительные диэлектрическая и магнитная постоянные равны $\varepsilon=1$, $\mu=1$ (в абсолютных величинах $\varepsilon_0=8,8542 \cdot 10^{-12}$ Ф/м и $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

Рассмотрим цилиндр радиусом $a=1$ см с центром в начале системы координат и осью цилиндра, направленной вдоль оси z . Вдоль оси x справа налево падает плоская монохроматическая волна частоты ω единичной амплитуды. Временную зависимость определяем экспонентой $e^{i\omega t}$, тогда падающую волну можно записать в виде $e^{i(kx+\omega t)}$, где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число.

Предполагаем, что вектор электрического поля падающей волны параллелен оси цилиндра $E_z^{inc} = E_z(r, \varphi)$ и все компоненты поля не зависят от z ($\partial/\partial z = 0$), тогда у магнитного поля отличны от нуля компоненты H_ρ и H_φ . С учетом сказанного из уравнений Максвелла получаем

$$i\mu\omega H_\rho = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \varphi}; \quad (1)$$

$$i\mu\omega H_\varphi = \frac{\partial E_z}{\partial \rho}; \quad (2)$$

$$(\sigma + i\varepsilon\omega)E_z = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} \right]. \quad (3)$$

Исключая магнитные компоненты, получим волновое уравнение для рассеянного поля E_z^{sc}

$$(\Delta - \gamma^2)E_z^{sc} = 0, \quad (4)$$

где Δ – оператор Лапласа, а $\gamma^2 = i\mu\omega(\sigma + i\varepsilon\omega)$ – квадрат постоянной распространения. В работе используется чисто мнимая постоянная распространения $\gamma = \frac{\omega}{c}i = \frac{2\pi}{\lambda}i = ki$.

Решение уравнения (4) имеет вид $e^{\gamma x} = e^{\gamma\rho \cos\varphi}$, т. е. падающая волна $e^{i(kx + \omega t)}$ представляется в виде $E_z^{inc} = e^{\gamma x + i\omega t}$ или в цилиндрических координатах $E_z^{inc} = e^{\gamma\rho \cos\varphi + i\omega t}$. В дальнейшем временной экспоненциальный множитель нами опускается.

Уравнение (4) решается методом разделения переменных $E_z = AR(\rho)\Phi(\varphi)$ [1–5]. Решением для азимутальной функции $\Phi(\varphi)$ служат либо синусы и косинусы, либо экспонента $e^{im\varphi}$. Тогда для радиальной функции $R(\rho)$ имеет место уравнение Бесселя

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} - (\gamma^2 \rho^2 + m^2)R = 0, \quad (5)$$

линейно независимыми решениями которого являются функции $I_m(\gamma\rho)$ и $K_m(\gamma\rho)$.

Общее решение уравнения (5) имеет вид $E_z = [C_m I_m(\gamma\rho) + A_m K_m(\gamma\rho)]e^{im\varphi}$.

Согласно принципу излучения должно выполняться условие Зоммерфельда [3]

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial R} + ik\vec{E} \right) = 0. \quad (6)$$

Для рассеянного поля следует выбрать решение в виде расходящейся волны $\frac{1}{\gamma\rho} e^{i\omega t - \gamma\rho}$.

Таким решением является функция $K_m(\gamma\rho)$, которая при $|\gamma\rho| \rightarrow \infty$ убывает как

$$K_m(\gamma\rho) \approx \left(\frac{\pi}{2\gamma\rho} \right)^{1/2} e^{-\gamma\rho} \rightarrow 0. \text{ Общее решение для}$$

рассеянного поля при условии, что плоская волна падает на металлический цилиндр справа, можно представить в следующем виде:

$$E_z^{sc} = \sum_{m=0}^{\infty} A_m K_m(\gamma\rho) \cos(m\varphi), \quad (7)$$

где A_m – амплитуды отдельных типов (мод) рассеянного поля, а суммирование ведется по положительным индексам от $m = 0$, так как $K_m = K_{-m}$.

С помощью производящей функции комплексного переменного t падающую волну $e^{\gamma\rho \cos\varphi}$ тоже можно представить в виде ряда, коэффициентами разложения которого будут функции Бесселя

$$e^{\frac{1}{2}u \left(t - \frac{1}{t} \right)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} t^m J_m(u). \quad (8)$$

Полагая $t = ie^{i\varphi}$ и $u = \gamma\rho$ и учитывая, что $I_m(u) = i^{-m} J_m(iu)$, получим

$$E_z^{inc} = I_0(\gamma\rho) + \sum_{m=1}^{\infty} 2I_m(\gamma\rho) \cos(m\varphi). \quad (9)$$

Таким образом, падающую волну можно записать как

$$E_z^{inc} = \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m I_m(\gamma\rho) \cos(m\varphi), \quad (10)$$

где $\hat{\varepsilon}_0 = 1$ и $\hat{\varepsilon}_m = 2$ для $m = 1, 2, 3, \dots$

Полное поле отлично от нуля вне цилиндра (при $\rho > a$) и равно

$$\begin{aligned} E_z &= E_z^{inc} + E_z^{sc} = \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m [I_m(\gamma\rho) + D_m K_m(\gamma\rho)] \cos(m\varphi), \end{aligned} \quad (11)$$

где $D_m = A_m / \hat{\varepsilon}_m$ – безразмерный коэффициент.

Внутри идеального проводника все компоненты поля обращаются в нуль, поэтому на границе цилиндра $\rho = a$ поле $E_z = 0$. Тогда из (11) следует $I_m(\gamma a) + D_m K_m(\gamma a) = 0$, откуда

$$D_m = - \frac{I_m(\gamma a)}{K_m(\gamma a)}. \quad (12)$$

Из формулы (11) с учетом (12) получаем электрическую компоненту рассеянного и полного полей в виде

$$E_z^{sc} = - \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m B_m K_m(\gamma\rho) \cos(m\varphi); \quad (13)$$

$$E_z = \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m [I_m(\gamma\rho) - B_m K_m(\gamma\rho)] \cos(m\varphi), \quad (14)$$

где $B_m = \frac{I_m(\gamma a)}{K_m(\gamma a)}$. Выражения для компонент магнитного поля находим с помощью (1) и (2)

$$H_\varphi = \frac{\gamma}{i\mu\omega} \sum_{m=0}^{\infty} \hat{\varepsilon}_m [I'_m(\gamma\rho) - B_m K'_m(\gamma\rho)] \cos(m\varphi); \quad (15)$$

$$\begin{aligned} H_\rho &= \frac{1}{i\mu\omega\rho} \sum_{m=0}^{\infty} m \hat{\varepsilon}_m [I_m(\gamma\rho) - B_m K_m(\gamma\rho)] \times \\ &\times \sin(m\varphi). \end{aligned} \quad (16)$$

В дальнейшем приводятся результаты расчетов компоненты поля E_z .

2. Результаты численного моделирования. Ряды (13) и (14) сходятся, если коэффициенты B_m достаточно быстро убывают с номером m . Проверка сходимости производилась численно: мы рассчитали $|B_m|$ как функцию индекса m при нескольких фиксированных значениях аргумента γa . Результаты расчета показаны на рис. 1.

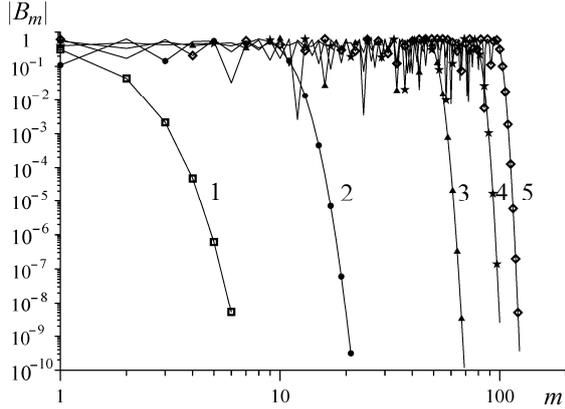


Рис. 1. Зависимость амплитуды коэффициентов разложения B_m от индекса m : 1 – $\gamma a = 1$; 2 – $\gamma a = 10$; 3 – $\gamma a = 50$; 4 – $\gamma a = 80$; 5 – $\gamma a = 100$

Графики позволяют оценить количество членов, которые необходимо учитывать в разложении. Как видно, значения $|B_m|$ при фиксированном значении аргумента γa имеют одинаковый порядок, пока индекс m не превышает значения аргумента. При дальнейшем увеличении индекса они начинают быстро убывать, и при $m \approx 2\gamma a$ коэффициенты оказываются порядка 10^{-10} . Таким образом, в суммах, описывающих рассеянное поле, достаточно учесть слагаемые с индексом меньше $2\gamma a$.

На рис. 2 для диапазона частот 1–100 ГГц представлены амплитуды рассеянного и полного поля в точке с координатами $x = -1,1$ и $y = 0$, т. е. позади цилиндрического проводника (радиус цилиндра 1 см, амплитуда падающей плоской волны $E_z^{inc} = 1$). По оси абсцисс отложена частота в гигагерцах, по вертикальной оси показана амплитуда электрического поля. Графики рис. 2 показывают, что при уменьшении частоты до нуля амплитуда рассеянного поля растет до амплитуды падающего, а амплитуда полного поля при этом стремится к нулю. Этот результат можно получить и аналитически, воспользовавшись разложением (13). Так, для малых аргументов $|x| \rightarrow 0$ бесселевы функции удовлетворяют соотношениям

$$I_m(x) \approx \frac{(x)^m}{m! 2^m}; \quad (17)$$

$$K_m(x) \approx \frac{(m-1)! 2^{m-1}}{(x)^m}. \quad (18)$$

Тогда разложение (13) можно переписать в виде

$$E_z^{sc} = -E_0 \frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} K_0(\gamma \rho) - 2E_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_m(\gamma a)}{K_m(\gamma a)} K_m(\gamma \rho) \cos(m\varphi). \quad (19)$$

При $m=0$ получаем, что $I_0(\gamma \rho) \approx 1$, а $K_0(\gamma \rho) \approx -[\ln(\gamma \rho/2) + C]$, где $C = 0,5772\dots$ – постоянная Эйлера.

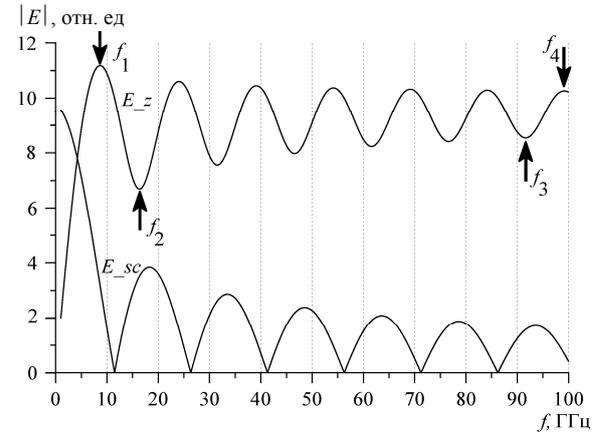


Рис. 2. Амплитуда рассеянного и полного полей как функция частоты при диаметре рассеивающего цилиндра 2 см: $f_1 = 8,65$ ГГц; $f_2 = 16,35$ ГГц; $f_3 = 91,6$ ГГц и $f_4 = 99,15$ ГГц

Подставив эти соотношения в (19), получим, что при малых значениях аргумента первый член равен

$$E_{sc} = - \frac{(-1)}{-\ln(\gamma a/2)} \ln(\gamma a/2) \rightarrow -1. \quad (20)$$

Члены с $m \geq 1$ в рассеянном поле убывают, как

$$E_{sc} = -(\gamma a)^m \rightarrow 0. \quad (21)$$

Таким образом, при малых аргументах (на низких частотах) амплитуда полного поля убывает до нуля $E_z \rightarrow 0$.

Из рис. 2 видно, что рассеяние плоской волны на цилиндре носит явно выраженный резонансный характер. Первый максимум амплитуды рассеянного поля приходится на частоту 18,28 ГГц, однако фаза рассеянного поля отлична от нуля, поэтому первый минимум полного поля E_z наблюдается на частоте $f_2 = 16,35$ ГГц. Вертикальными стрелками показаны характерные частоты, используемые в дальнейших расчетах. Первая из них соответствует первому максимуму полного поля на $f_1 = 8,65$ ГГц, вторая – уже упоминавшемуся первому минимуму на частоте 16,35 ГГц. Кроме того, использованы две «высо-

фиках рис. 3, в и рис. 3, г представлены пространственные распределения амплитуды поля, полученные на высоких частотах. Как видно, с ростом частоты формируется область «геометрической» тени, а период интерференции в области отражений уменьшается.

Графики рис. 3 демонстрируют соответствие результатов моделирования принципам дифракции. Они позволяют оценить пространственный шаг, необходимый в эксперименте на тех или иных частотах.

3. Диаграмма направленности рассеянного и полного полей. На рис. 4 в полярных координатах построены угловые диаграммы пол-

ного и рассеянного полей. Расчеты проводились при фиксированном расстоянии от центра цилиндра, равном $r = 10$ см. Использовались те же частоты $f_1 - f_4$. Графики рис. 4, а, в показывают амплитуду рассеянного поля, а рис. 4, б, г – полного. Графики рис. 4, а, б отвечают частотам, когда в полном поле на рис. 2 наблюдается максимум: f_1 – кривая 1 и f_4 – кривая 2. Графики рис. 4, в, г рассчитаны для частот минимума в полном поле: f_2 – кривая 1 и f_3 – кривая 2. Как видно, угловые диаграммы рассеянного поля (рис. 4, а, в) почти не изменяют своей структуры при переходе от частоты минимума к частоте максимума полного поля позади цилиндра.

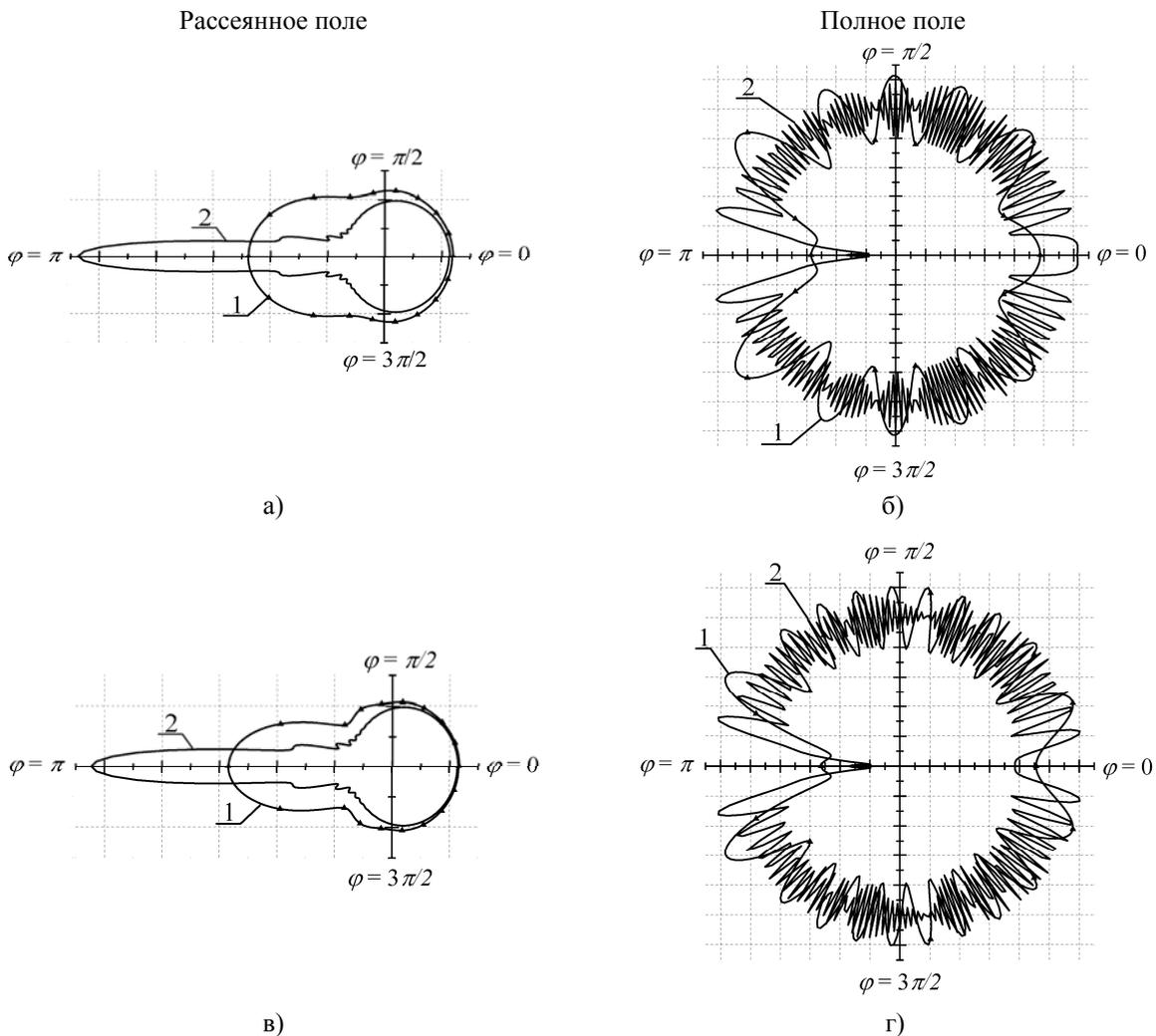


Рис. 4. Диаграмма направленности для различных частот: а, б) – 1 – $f_1 = 8,65$ ГГц; 2 – $f_4 = 99,15$ ГГц; в, г) – 1 – $f_2 = 16,35$ ГГц; 2 – $f_3 = 91,6$ ГГц

Из рис. 4 видно, что на самой низкой частоте ($f_1 = 8,65$ ГГц), когда длина волны падающего поля близка к длине окружности цилиндра, угловая диаграмма рассеяния похожа на широкий овал, вытянутый вдоль полуоси $\varphi = \pi$ (в область

тени). Соответствующее полное поле, рассчитанное на большом расстоянии от препятствия, характеризуется сильно изрезанной диаграммой направленности, осцилляции которой определяются разностью хода прямой и отраженной волн.

Аналогичная картина наблюдается и на частоте $f_2 = 16,35$ ГГц, где диаграмма рассеяния почти не изменяется, тогда как число лепестков в диаграмме полного поля увеличивается из-за уменьшения длины волны.

На высоких частотах (f_3 и f_4) вдоль окружности рассеивающего цилиндра укладывается много длин волн, поэтому диаграммы рассеянного поля становятся узкими и сильно вытянутыми влево, на них также видны лепестки (кривые 2 на графиках рис. 4, а, в). При этом амплитуда полного поля быстро осциллирует, что объясняется малой длиной радиоволны.

В целом, графики рис. 4 предсказывают осцилляции, обнаружить которые можно только при использовании детальных измерений.

4. Явление Гиббса. Явление Гиббса связано со свойствами рядов Фурье при разложении разрывной периодической функции. Хорошо известно, что сам ряд в точке разрыва дает полу-сумму значений функции справа и слева от разрыва, а во всех остальных точках равномерно и абсолютно приближает эту функцию. На практике используется конечное число членов, и при этом возникает явление Гиббса [4, 5].

Рассмотрим фурье-разложение периодической «прямоугольной» волны (меандра). Исходная зависимость задается ступенчатой функцией $f(x) = 1$ при $0 < x < \pi$ и $f(x) = -1$ при $\pi < x < 2\pi$, она периодически продолжается вправо и влево на всю ось x . Соответствующий ряд Фурье хорошо известен

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \left(\sin x + \frac{\sin 3x}{3} + \frac{\sin 5x}{5} + \dots \right). \quad (22)$$

На рис. 5 показана функция $f(x)$ и ее приближение рядом (22) при различном числе членов. В расчетах мы ограничились 1 (кривая 1), 7 (кривая 7), 51 (кривая 51) и 125 (кривая 125) членами ряда (22). Из графиков видно, что независимо от числа членов ряда вблизи точки разрыва частичная сумма ряда Фурье всегда имеет изолированный выброс [4, 5]. При увеличении числа членов ряда этот ложный пик не уменьшается, а смещается к точке разрыва; амплитуды осцилляций на горизонтальных участках функции убывают. Амплитуда первого выброса достигает 18 %, а вслед за ним следуют минимумы и максимумы убывающей величины. Явление было обнаружено и описано Гиббсом и с тех пор носит его имя.

Главная особенность эффекта состоит в том, что независимо от числа членов частичной суммы ряд (22) всегда будет содержать ложные осцилляции, тем более быстрые, чем больше членов учтено в разложении.

Уместно задать следующим вопросом: возможно ли наблюдать нечто подобное явлению

Гиббса в рассматриваемом нами двумерном случае, когда амплитуда электромагнитного поля обращается в нуль внутри цилиндрической области? Конечно, полной аналогии ожидать не приходится хотя бы потому, что рассматриваемая нами амплитуда не может быть продолжена периодически на всю область изменений радиуса ρ .

Тем не менее, мы попытаемся обнаружить ложные осцилляции в расчетном поле на заданной частоте при малом числе членов ряда – таком, когда индекс m еще не достиг значений, при которых коэффициент $|B_m|$ начинает резко убывать. Заранее очевидно, что наше «явление Гиббса» если и возникнет, то только при сравнительно небольшом количестве суммируемых гармоник.

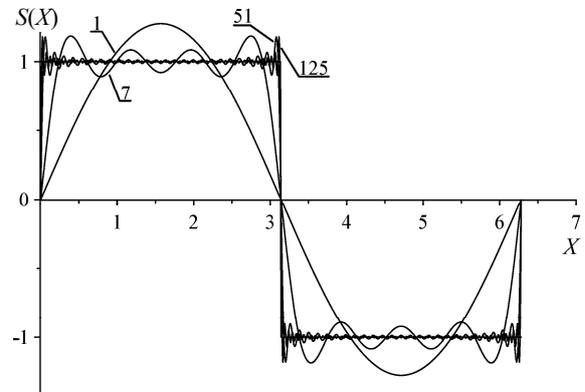


Рис. 5. Периодическая прямоугольная волна и ее представление рядом Фурье (числа означают количество просуммированных членов)

На рис. 6 представлены пространственные распределения полного и рассеянного полей вокруг цилиндра при учете 10, 15, 25 и 100 членов ряда. Частота падающей волны выбрана равной $f_3 = 91,6$ ГГц. Из представленных двумерных распределений поля видно, что при небольшом количестве членов $m \leq 10$ и $m \leq 15$ картина распределения рассеянного и полного полей отличается от распределения, получаемого при корректных значениях $m \in [0; 2\gamma a]$. Отличия состоят в тонкой, лучеподобной структуре поля, как бы прижатой к границе раздела. Можно даже говорить о появлении волны типа шепчущей галереи, которая осциллирует вдоль азимута. В каком-то смысле такие азимутальные колебания поля похожи на явление Гиббса.

При учете достаточно большого числа членов разложения осцилляции исчезают.

Таким образом, классическое решение задачи дифракции плоской волны на металлическом цилиндре оказывается обусловленным лучше, чем разложение меандра в ряд Фурье,

поскольку последнее всегда содержит осцилляции вблизи точки разрыва при произвольном конечном числе членов разложения. В задаче

дифракции подобные осцилляции исчезают, как только используется достаточное количество членов разложения.

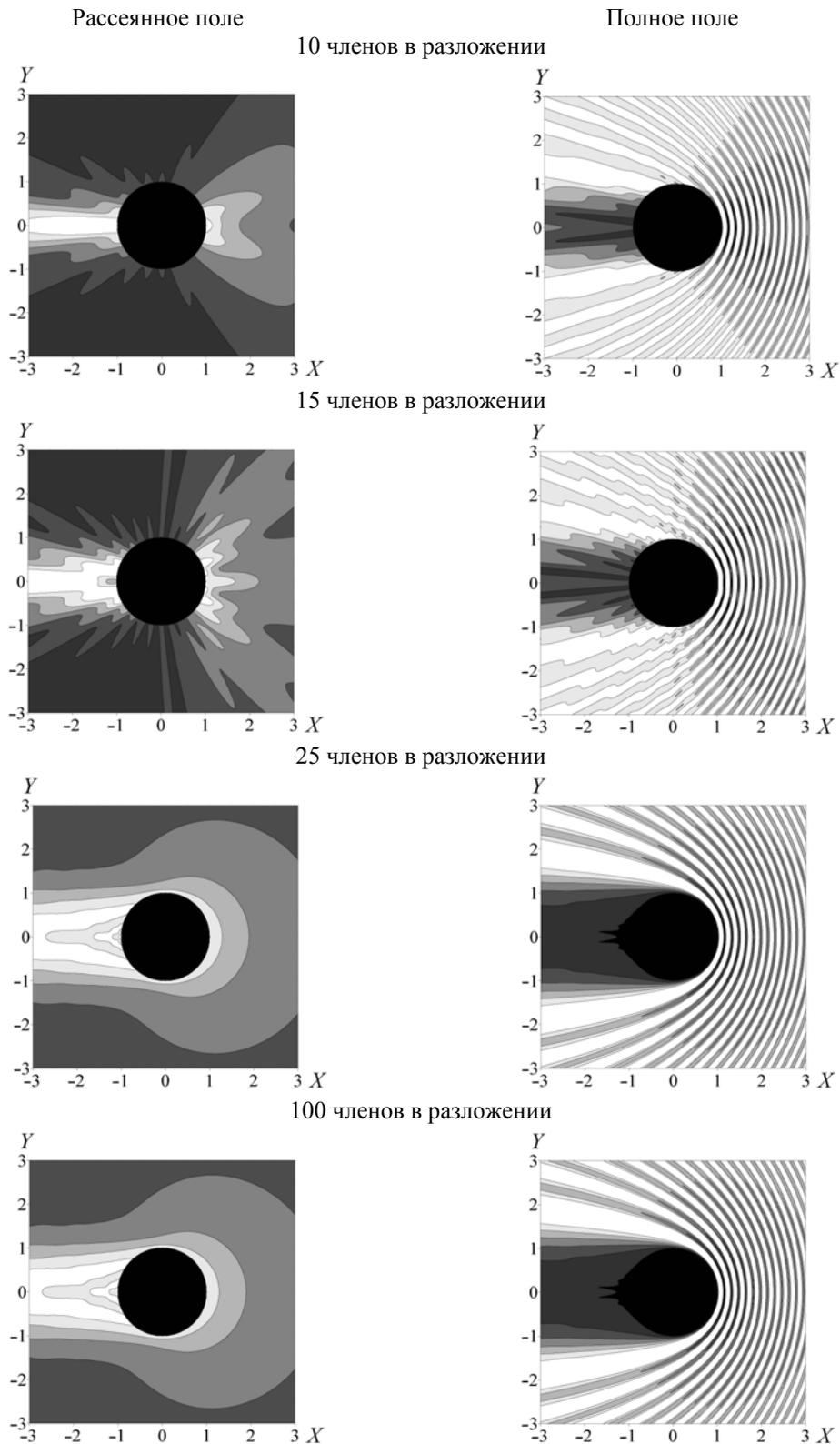


Рис. 6. Пространственное распределение рассеянного и полного полей при различных m на частоте $f_3 = 91,6$ ГГц

Выводы. При численном моделировании мы использовали решение задачи о дифракции плоской волны на прямом круговом металлическом цилиндре. В расчетах было использовано несколько характерных частот. Две нижние из них соответствовали первому максимуму и первому минимуму полного электрического поля в точке, расположенной позади цилиндра. Две верхние частоты отвечали максимуму и минимуму поля в этой же точке на частотах чуть ниже 100 ГГц. Мы рассчитали пространственные распределения рассеянного и полного полей в окрестности цилиндра, а также угловые диаграммы этих полей. Полученные модельные результаты хорошо согласуются с общими представлениями и корректно описывают дифракцию радиоволн вокруг препятствия.

Рассмотрение аналога явления Гиббса показало, что при малом количестве пространственных гармоник в решении возникает пространственная структура поля, напоминающая «поверхностные» волны, привязанные к границе металл – вакуум. На самом деле такие структуры являются артефактом, они исчезают при увеличении числа членов разложения. В этом состоит отличие наблюдаемого на двумерном объекте эффекта от классического явления Гиббса, связанного с разложением меандра в гармонический ряд Фурье. Эффект Гиббса сохраняется при любом конечном числе членов ряда, тогда как волны типа шепчущей галереи исчезают, как только число учитываемых членов ряда превысит некоторое пороговое значение, которое зависит от соотношения радиуса рассеивающего цилиндра и длины волны падающего излучения.

Перечислим основные результаты работы:

- с помощью решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на металлическом цилиндре построена численная модель, позволяющая рассчитать как полное, так и рассеянное поле в пространстве вокруг цилиндра;
- рассчитано пространственное распределение амплитуды рассеянного и полного полей на характерных частотах, когда длина падающей волны сопоставима с длиной окружности цилиндра и когда вдоль этой окружности укладывается большое целое и полуцелое число длин волн;
- для этих же случаев построены угловые диаграммы рассеянного и полного полей. Показано, что проводящий цилиндр рассеивает поле преимущественно вперед, в направлении распространения падающей волны;
- демонстрируется двумерный аналог одномерного явления Гиббса, который возникает при учете ограниченного числа членов разложения.

1. *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. – М.: Наука, 1969. – Т. 3. – Ч. 2. – 672 с.
2. *Wait J. R.* Introduction to antennas and propagation. – London: Peter Peregrinus Ltd, 1986. – 256 p.
3. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
4. *Марпл С. Л.* (мл.) Цифровой спектральный анализ и его приложения / Пер. с англ. О. И. Хабарова, Г. А. Сидоровой под ред. И. С. Рыжака. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
5. *Арфкен Г.* Математические методы в физике / Пер. с англ. под ред. В. В. Чепкунова. – М.: Атомиздат, 1970. – 712 с.

MODELING OF PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY A METALLIC CYLINDER

Е. А. Velichko, А. P. Nickolaenko

The classic solution is used of the plane wave diffraction by a circular metallic cylinder. The spatial field distribution was constructed for four characteristic frequencies. The lower couple of them corresponds to the first maximum and minimum in the complete field observed at the back of the cylinder. Two higher frequencies around 100 GHz are related to the field maximum and minimum at the same point. Angular patterns of the scattered and full field are constructed. The phenomenon is discussed similar to the Gibbs phenomenon arising in the Fourier expansion of a «square» wave. In the 2D case, the effect vanishes when the number of terms in the expansion exceeds a threshold that depends on the relation between the radius of the scatterer and the incident wave length.

Key words: scatter of radio waves, wave diffraction by a circular cylinder.

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗСІЮВАННЯ ПЛОСКОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ НА МЕТАЛЕВОМУ ЦИЛІНДРІ

О. А. Величко, О. П. Ніколаєнко

Для моделювання дифракції плоскої електромагнітної хвилі на прямому круговому циліндрі використовується класичний розв'язок. Побудовано просторовий розподіл електричного поля для чотирьох характерних частот: дві нижні частоти відповідають першим мінімуму та максимуму повного поля в точці позаду циліндра, дві верхні частоти порядку 100 ГГц відповідають мінімуму та максимуму поля в тій самій точці. Побудовано кутові діаграми розсіяного та повного полів. Обмірковується явище, аналогічне явищу Гіббса, що спостерігають у фур'є-розкладі одновимірної «прямокутної» хвилі. У двовимірному випадку ефект зникає, коли кількість членів, використаних у розкладі поля, перевищує поріг, що визначається відношенням довжини падаючої хвилі до радіуса розсіювача.

Ключові слова: радіохвиля, розсіювання, дифракція, круговий циліндр.

Рукопись поступила 21 января 2009 г.