

РАДИОФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА И ПЛАЗМЫ

УДК 539.2:537.874

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ НА НЕРОВНОЙ ГРАНИЦЕ, СОЗДАВАЕМОЙ РЭЛЕЕВСКОЙ ВОЛНОЙ

В. М. Яковенко, С. И. Ханкина, И. В. Яковенко¹

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

¹*Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт
"Молния" Министерства образования и науки Украины,
47, ул. Шевченко, Харьков, 61013, Украина.
E-mail: yakovenko@ire.kharkov.ua*

Показано, что при распространении рэлеевского звука в полупроводниках возникает неоднородный приповерхностный плазменный слой, толщина которого превосходит область локализации звука. Его происхождение обусловлено поверхностными электронными состояниями, вызванными рэлеевской звуковой волной. В работе найден и исследован закон дисперсии поверхностных поляритонов в условиях неоднородной приповерхностной плазмы. Показано, что свойства поляритонов зависят от частоты и амплитуды рэлеевского звука. Библиогр.: 9 назв.

Ключевые слова: рэлеевская волна, неровная граница, неоднородный приповерхностный слой, поляритон.

Для современной микро- и наноэлектроники представляет значительный интерес изучение электронных процессов и электромагнитных явлений, происходящих на поверхности твердого тела. В настоящее время хорошо известно, что на границе полупроводников могут возникать различного рода поверхностные электронные состояния, свойства которых исследованы, например, в работах [1-6]. Оказывается, что эти состояния существенно влияют на распространение поверхностных волн.

Нами исследуются свойства поверхностных поляритонов на периодически неровной границе полупроводника, создаваемой рэлеевским звуком. Показано, что при этом возникают поверхностные электронные состояния, образуется неоднородный приграничный плазменный слой и закон дисперсии поверхностных поляритонов иной, чем в случае их распространения вдоль гладкой границы.

1. Постановка задачи (исходные уравнения и граничные условия). Пусть вдоль поверхности $y = y_0(\mathbf{r}, t)$ в направлении оси x распространяется звуковая (рэлеевская) волна с частотой Ω и волновым вектором \vec{G} . Вдоль оси z система предполагается однородной. Под действием поля этой волны поверхность изгибается и ее зависимость от координаты x и времени может быть описана следующей функцией:

$$y_0(\mathbf{r}, t) = \zeta \cos(\mathbf{G}x - \Omega t), \quad (1)$$

где $G = 2\pi/L$; L - длина волны (период неровностей вдоль оси x), $\Omega = Gs_t \eta$ - ее закон дисперсии; η - число, зависящее от соотношения между

продольной s_l и поперечной s_t скоростями звука, η меняется в пределах 0,87 – 0,95 [7]; ζ - высота неровностей. Ее величина равна сумме нормальных составляющих векторов деформации \vec{u}^l и \vec{u}^t продольной и поперечной волн на плоскости $y = 0$, т. е. $\zeta = u_y^l + u_y^t$.

Уравнение Шредингера, описывающее поведение электрона в поле звуковой волны, имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = V(\mathbf{r}, y, t) \psi. \quad (2)$$

Здесь m - эффективная масса электрона;

$V(\mathbf{r}, y, t) = \lambda_{ij} \frac{\partial u_i(\mathbf{r}, y, t)}{\partial x_j}$ - потенциал, создаваемый волной, $u_i = u_i^l + u_i^t$; λ_{ij} - тензор деформации.

Принимая во внимание граничные условия для вектора \vec{u} на свободной поверхности и полагая $\lambda_{ij} = \lambda \delta_{ij}$, потенциал $V(\mathbf{r}, y, t)$ можно выразить через параметры кристаллической решетки и высоту неровностей. В результате получим

$$V = V_0 \exp(\gamma y) \cos(\mathbf{G}x - \Omega t);$$

$$V_0 = -\frac{\lambda \zeta G^2}{\gamma} \left(1 - \eta^2 \frac{s_t^2}{s_l^2} \right)^{1/2},$$

где $\frac{1}{\gamma}$ - глубина проникновения звука в полу-

проводник; $\gamma = G \left(1 - \eta^2 \frac{s_t^2}{s_l^2} \right)^{1/2}$; $\left(\eta \frac{s_t}{s_l} \right)^2 \ll 1$.

Решение уравнения (2) ищем в виде суммы пространственно-временных гармоник.

$$\psi(\mathbf{r}, y, t) = \sum_{k,l} \psi_{kl}(\mathbf{r}) \exp(i\Phi_{kl}), \quad (3)$$

где $\Phi_{kl} = \mathbf{r} \cdot (\mathbf{k}_x + l\mathbf{G}) - \mathbf{r}_k \cdot (\mathbf{k}_k + l\mathbf{\Omega})$; $\hbar\omega_k = E_k$ - энергия электрона; $\hbar k_x$ - его импульс; G - положительная величина.

Подставляя выражение (3) в уравнение (2), получим

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} \left(k_l^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi_{kl}(\mathbf{r}) \exp(i\Phi_{kl}) = -2\beta^2 G \zeta \exp(i\gamma y) \sum_{k,l} \psi_{kl}(\mathbf{r}) \exp(i\Phi_{kl}) \cos(\mathbf{G}x - \mathbf{\Omega}t), \quad (4)$$

где

$$k_l^2 = \frac{2m}{\hbar} (\mathbf{r} \cdot (\mathbf{k}_k + l\mathbf{\Omega}) - \mathbf{r}_k \cdot (\mathbf{k}_x + l\mathbf{G})); \quad \beta^2 = \frac{m|V_0|}{\hbar^2 \zeta G} = \frac{m\lambda^2 s_l (\mathbf{r} - \eta)}{\hbar^2 s_l (\mathbf{r}^2 - \eta^2 s_l^2)^{3/2}}.$$

Легко убедиться, что волновые функции ψ_{kl-1} , ψ_{kl} и ψ_{kl+1} имеют одну и ту же зависимость от координаты x и времени t . Тогда из уравнения (4) следует, что

$$\left(k_l^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi_{kl}(\mathbf{r}) = -\beta^2 G \zeta \exp(i\gamma y) [\psi_{kl+1}(\mathbf{r}) + \psi_{kl-1}(\mathbf{r})] \quad (5)$$

Для решения (5) воспользуемся методом последовательных приближений по малому пара-

метру $\frac{\hbar^2}{2m} \beta^2 \zeta G \ll E_k$ или $|V_0| \ll E_k$. (Поскольку мы предполагаем, что $G\zeta \ll 1$, то это неравенство выполняется, например, если $m \sim 10^{-29}$ г, $\lambda \sim 10^{-12}$ эрг, $s_t^2/s_l^2 \sim 10^{-1}$, $\eta = 0,9$, а концентрация электронов $n_0 \sim 10^{16}$ см⁻³. При этом $k_F = 10^6$ см⁻¹ (k_F - волновое число Ферми) и $\beta = 10^6$ см⁻¹). Тогда волновую функцию ψ_{kl} можно представить следующим образом:

$$\psi_{kl}(\mathbf{r}) = \left\{ a_l \exp(ik_l y) - \frac{\beta^2 \zeta G \exp(i\mathbf{r}_{l-1} + i\gamma \mathbf{y})}{k_l^2 - \mathbf{r}_{l-1} + i\gamma} a_{l-1} - \frac{\beta^2 \zeta G \exp(i\mathbf{r}_{l+1} + i\gamma \mathbf{y})}{k_l^2 - \mathbf{r}_{l+1} + i\gamma} a_{l+1} \right\} \exp(i\Phi_{kl}). \quad (6)$$

Для нахождения закона дисперсии поверхностных электронных состояний $E_k = E_k(\mathbf{r}_k)$ необходимо воспользоваться граничными условиями для волновой функции на бесконечности и на границе раздела сред. На бесконечности волновая функция должна стремиться к нулю. Далее предполагается, что движение электронов проводимости ограничено неровной стенкой, представляющей собой бесконечно высокий потенциальный барьер. В этом случае на поверхности полупроводника, в принципе, возможны граничные условия двух типов [8]:

$$\psi|_{y=y_0}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad \text{или} \quad \left(\vec{N} \cdot \vec{\nabla} \psi \right)|_{y=y_0}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (7)$$

где \vec{N} - вектор нормали к поверхности $y = y_0(\mathbf{r}, t)$, направленный из вакуума в полупроводник.

Второе условие в (7) означает, что плотность потока частиц через границу равна нулю, но волновая функция на границе раздела отлич-

на от нуля. Это обстоятельство создает предпосылки для возникновения поверхностных электронных состояний. Если неровности поверхности пологие ($G\zeta \ll 1$), то компоненты вектора нормали равны

$$N_x = -\frac{\partial y_0}{\partial x}, \quad N_y = 1, \quad N_z = 0. \quad (8)$$

Граничное условие можно перенести с неровной поверхности на гладкую, т. е. на плоскость $y = 0$. Тогда на плоскости $y = 0$ выполняется следующее соотношение:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} y_0 - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial y_0}{\partial x} \Big|_{y=0} = 0. \quad (9)$$

2. Дисперсионные уравнения поверхностных электронных состояний. Подставляя в выражение (9) волновую функцию в виде (6), можно получить рекуррентную формулу, описывающую соотношение между амплитудами гармоник $l-1$, l , $l+1$.

Ограничиваясь рассмотрением взаимодействия трех гармоник $\mathbf{k} = (-1, 0, 1)$, получим спектр электронных состояний на нулевой гармонике. Амплитуда нулевой гармоники максимальна, а амплитуды гармоник a_{-1} и a_1 малы в след-

ствие малости параметра $G\zeta \ll 1$. Получаем систему уравнений относительно величин a_{-1} , a_0 и a_1 . Приравнявая нулю определитель этой системы, находим спектр электронных состояний

$$k_0 = -\frac{\zeta^2}{4} \left[\frac{\mathbf{k}_0^2 + k_x G^2}{k_{-1}} + \frac{\mathbf{k}_0^2 - k_x G^2}{k_1} \right] - \frac{i\beta^2 G \zeta^2}{2} \left\{ \frac{k_0^2 + k_x G^2}{k_{-1}} \left[\frac{k_0 + i\gamma}{k_{-1}^2 - \mathbf{k}_0 + i\gamma^2} + \frac{k_{-1} + i\gamma}{k_0^2 - \mathbf{k}_{-1} + i\gamma^2} \right] + \frac{k_0^2 - k_x G^2}{k_1} \left[\frac{k_0 + i\gamma}{k_1^2 - \mathbf{k}_0 + i\gamma^2} + \frac{k_1 + i\gamma}{k_0^2 - \mathbf{k}_1 + i\gamma^2} \right] - k_0 \left(\frac{\Gamma_1}{k_1} + \frac{\Gamma_{-1}}{k_{-1}} \right) + \Gamma_0 \right\}, \quad (10)$$

где

$$\Gamma_0 = \frac{G \mathbf{k}_x - G^2}{k_{-1}^2 - \mathbf{k}_0 + i\gamma^2} - \frac{G \mathbf{k}_x + G^2}{k_1^2 - \mathbf{k}_0 + i\gamma^2}; \quad \Gamma_{\pm 1} = \frac{\mathbf{k}_{\pm 1} + i\gamma}{k_0^2 - \mathbf{k}_{\pm 1} + i\gamma^2} \mp k_x G.$$

В выражениях для k_i^2 энергией кванта рэлеевского звука можно пренебречь, если $\hbar\Omega \ll \frac{\hbar^2 G^2}{2m}$, т. е. $2\eta s_i \ll \frac{\hbar G}{m}$. (Это условие хорошо выполняется, например, при $s_i \sim 10^5 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$, $m \sim 10^{-29} \text{ г}$, $G \approx 2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ и $\Omega \approx 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$). Выбранное приближение не меняет сути физических процессов, но упрощает математические выкладки и полученные результаты применимы, когда неровности создаются стоячей звуковой волной. Уравнение (10) решается методом последовательных приближений по малому параметру $\zeta G \ll 1$.

В первом приближении получаем $k_0 = 0$, т. е. нормальная составляющая импульса электрона равна нулю, и закон дисперсии электронов,

$$E_k = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} \left[1 + \frac{\mathbf{k} k_0^2}{k_x^2} \right],$$

где

$$\delta k_0 = -\frac{\zeta^2 k_x^2 G^2}{4} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_{-1}} \right) + i \frac{\beta^2 \zeta^2 G}{2} \left\{ \mathbf{k}^2 - \gamma^2 \left(\frac{1}{k_1^2 + \gamma^2} + \frac{1}{k_{-1}^2 + \gamma^2} \right) + 2i\gamma k_x G \left[\frac{1}{k_1(k_1^2 + \gamma^2)} - \frac{1}{k_{-1}(k_{-1}^2 + \gamma^2)} \right] \right\}. \quad (11)$$

Видно, что в области $0 < k_x < G/2$ волновые числа гармоник с амплитудами a_{-1} и a_1 чисто мнимые:

$$k_{-1} = i \sqrt{\mathbf{k} G - 2k_x^2}; \quad k_1 = i \sqrt{\mathbf{k} G + 2k_x^2}.$$

движущихся вдоль абсолютно гладкой поверхности, имеет вид $E_k = \hbar^2 k_x^2 / 2m$. Область локализации скользящих вдоль поверхности электронов занимает все полупространство $(0, \infty)$.

При распространении звуковой волны скользящие электроны рассеиваются на ее потенциале V внутри объема (см. уравнение (2)), а также на неровной поверхности, создаваемой этой волной, (см. уравнение (9)). В результате возбуждаются гармоники с волновыми числами k_1 и k_{-1} . Закон дисперсии электронного состояния принимает вид

Иными словами, волновые функции ψ_{k1} и ψ_{k-1} локализованы вблизи поверхности. Выражение для δk_0 в этом случае является также чисто мнимым и равно

$$\delta k_0 = -\frac{(\zeta G)^2}{4} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_{-1}} \right) \left(k_x^2 - 2\beta^2 \right), \quad (12)$$

где $\sqrt{2}\beta \leq k_x < \frac{G}{2}$.

Таким образом, электроны с малой энергией «захватываются» поверхностью и возникают поверхностные электронные состояния (поверхностные электронные волны). Область их локализации равна $1/|\delta k_0|$. Она значительно превосходит глубину проникновения звука.

В резонансе, когда $k_x = G/2$, связь между гармониками с амплитудами a_0 и a_{-1} существенно возрастает и влиянием гармоники с $l=1$ можно пренебречь. Тогда

$$\delta k_0 = \delta k_{-1} = i \frac{\zeta G^2}{4} \left(1 - \frac{8\beta^2}{G\gamma} \right)^{1/2},$$

и закон дисперсии имеет вид

$$E_k = \frac{\hbar^2 G^2}{8m} \left[1 - \left(\frac{\zeta G}{2} \right)^2 \left(1 - \frac{8\beta^2}{G\gamma} \right) \right]. \quad (13)$$

В точке $k_x = G/2$ энергия меняется скачкообразно, т. е. возникает запрещенная зона, ширина которой равна

$$2\delta E_k = \frac{\hbar^2 G^2}{4m} \left(\frac{\zeta G}{2} \right)^2 \left(1 - \frac{8\beta^2}{G\gamma} \right). \quad (14)$$

Видно, что запрещенная зона возникает, если $G\gamma > 8\beta^2$, т. е. $\frac{\hbar^2 G^2}{2m} > 8\lambda \frac{s_l^2}{s_t^2}$.

Вне резонансной области, когда

$$\left(k_x - \frac{G}{2} \right) > \frac{\zeta G^2}{4} \left(1 - \frac{2\beta^2}{G\gamma} \right)^{1/2},$$

имеем

$$k_{-1} = \sqrt{k_x^2 - G^2}, \quad k_1 = i \sqrt{G^2 + 2k_x^2}. \quad \text{В}$$

этом случае δk_0 и E_k - комплексные величины:

$$\begin{aligned} \delta k_0 &= \text{Re } \delta k_0 + i \text{Im } \delta k_0; \\ \text{Re } \delta k_0 &= -\frac{\zeta^2 G^2}{k_{-1}} \left(k_x^2 + 2\beta^2 \right); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{Im } \delta k_0 = \frac{\zeta^2 G^2}{4|k_1|} \left(k_x^2 - 2\beta^2 \right);$$

$$E_k = \text{Re } E_k + i \text{Im } E_k, \quad (16)$$

где

$$\text{Re } E_k = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} \left[1 + \frac{\text{Re } \delta k_0^2 - \text{Im } \delta k_0^2}{k_x^2} \right];$$

$$\text{Im } E_k = \frac{\hbar^2}{2m} \text{Re } \delta k_0 \text{Im } \delta k_0 < 0.$$

Из (15) и (16) видно, что в коротковолновой области электронные состояния являются квазистационарными. При этом $\psi_k \sim \exp(-t/\tau)$, где

$$\tau = \frac{\hbar}{|\text{Im } E_k|} - \text{время релаксации. Таким образом,}$$

запрещенная зона разделяет электронный спектр на две области: область чистых поверхностных электронных состояний и квазистационарных (псевдоповерхностных состояний, имеющих конечное время жизни).

Волновая функция поверхностных электронных состояний, возникающих на неровностях границы, создаваемых рэлеевским звуком, имеет вид

$$\psi_{k_0} = a_0 \exp \left[-|\delta k_0|y + i \left(k_x x - \omega_k t \right) \right]. \quad (17)$$

Из условия нормировки

$$\iiint \psi_{k_0} \psi_{k_0}^* dx dy dz = 1$$

определяется амплитуда $a_0 = \sqrt{2|\delta k_0|/S}$, где $S = L_x L_z$, L_x и L_z - размеры образца в направлениях x и z соответственно.

Поверхностные электронные состояния приводят к возникновению неоднородной плазмы в области $y > y_0$. Выразим ее основные параметры через характеристики неровной поверхности. Концентрацию электронов δn_0 определим следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta n_0 &= \sum_{k_x} \psi_{k_0} \psi_{k_0}^* n_k = \\ &= \frac{2}{S} \sum_{k_x} n_{k_x} |\delta k_0| \exp \left[-2|\delta k_0|y \right] \end{aligned} \quad (18)$$

где n_{k_x} - число электронов с волновым числом k_x ; суммирование ведется по всем значениям k_x . При этом минимальное значение k_x определяется размерами образца в направлении x , т. е. величиной L_x , а максимальные - ферми-импульсом $\hbar k_F$ и волновым вектором звука G . Полное число частиц в области $y > 0$ равно $\sum_{k_x} n_{k_x}$, а поверхностная плотность

$$n_s = \sum_{k_x} n_{k_x} / S = \int_0^\infty \delta n_0 dy.$$

Приведем значения δn_0 и n_s для вырожденного электронного газа при $n_k = 0; 1$.

Если $k_F \ll G/2$, то

$$n_s = k_F^2 / \langle \epsilon \rangle, \delta n_0 \langle \epsilon \rangle = \zeta^2 k_F^2 G n_s / 4. \quad (19)$$

При $k_F \gg G/2$

$$n_s = k_F G / \langle \epsilon \rangle, \delta n_0 \langle \epsilon \rangle = \zeta^2 G^3 n_s / 12. \quad (20)$$

Если частота рэлеевской волны равна 10 ГГц, то $L_x = 2 \cdot 10^{-5}$ см, и при $k_F = 6 \cdot 10^6$ см⁻¹ $n_s \approx 10^{11}$ см⁻², $\delta n_0 \langle \epsilon \rangle \approx 10^{15}$ см⁻³.

$$\text{rot } \vec{E}_1 = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_1}{\partial t}, \text{rot } \vec{H}_1 = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}_1}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \text{div } \vec{D}_1 = 4\pi e n \langle \epsilon, t \rangle, e \frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0, \quad (21)$$

где

$$\vec{D}_1 \langle \epsilon, t \rangle = \int_{-\infty}^t \epsilon_0 \langle \epsilon, -t' \rangle \vec{E}_1 \langle \epsilon, t' \rangle dt'. \quad (22)$$

Выражение (22) описывает электромагнитные свойства среды в отсутствие пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости. В этом случае фурье-образ диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\epsilon_0 \langle \epsilon \rangle = \int_0^{\infty} \epsilon_0 \langle \epsilon \rangle \exp \langle \omega \tau \rangle d\tau.$$

В уравнениях (21) $n \langle \epsilon, t \rangle$ - отклонение концентрации электронов от равновесного значения $\delta n_0 \langle \epsilon \rangle$; \vec{j} - ток, который в отсутствие пространственной дисперсии среды выражается через векторный потенциал \vec{A} следующим образом:

$$\vec{j} = -\frac{e^2 \delta n_0 \langle \epsilon \rangle}{mc} \vec{A} \langle \epsilon, t \rangle \quad (23)$$

(калибровка выбрана таким образом, что потенциал $\varphi = 0$ и $\vec{E} = -c^{-1} \partial \vec{A} / \partial t$).

В диэлектрике $\langle \epsilon < 0 \rangle$

$$\text{rot } \vec{E}_2 = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}_2}{\partial t}, \text{rot } \vec{H}_2 = \frac{\epsilon_2}{c} \frac{\partial \vec{E}_2}{\partial t}. \quad (24)$$

Заметим, что между диэлектриком и полупроводниковой плазмой имеется малый промежуток, так что акустический контакт между диэлектриком и полупроводником отсутствует. Предположим, что длина электромагнитной волны превосходит высоту и период неровностей поверхности. В этом случае граничные условия для электромагнитных полей такие же как и на гладкой поверхности, т. е. на плоскости $y = 0$ непрерывны тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей.

Зависимость векторного потенциала, как и всех переменных величин в уравнениях (21)-(24), от координаты и времени зададим в виде $\vec{A} \langle \epsilon, t \rangle = \vec{A} \langle \epsilon \rangle \exp \langle i q_x x - \omega t \rangle$, где q_x и ω - вол-

3. Поверхностные поляритоны. Определим спектр поверхностных электромагнитных колебаний на неровной границе диэлектрик - полупроводник. Система уравнений, описывающая электромагнитные колебания в полупроводниковой плазме ($y > 0$), имеет вид

новое число и частота электромагнитного поля соответственно. Вектор \vec{A} имеет компоненты A_x и A_y , а у магнитного поля есть только компонента H_z . Относительно компоненты H_{z1} система уравнений (21) сводится к уравнению

$$\left[\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle - q_x^2 \right] H_{z1} + \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\epsilon_1 \langle \epsilon \rangle} \frac{\partial H_{z1}}{\partial y} \right] = 0, \quad (25)$$

где

$$\epsilon_1 \langle \epsilon \rangle = \epsilon_0 \langle \epsilon \rangle - \tilde{\omega}_0^2 \langle \epsilon \rangle / \omega^2; \quad \tilde{\omega}_0^2 \langle \epsilon \rangle = 4\pi e^2 \delta n_0 \langle \epsilon \rangle / m.$$

Решение уравнения (25) ищем в виде

$$H_{z1} \langle \epsilon \rangle = C_1 \exp \left[-\int_0^y q \langle \epsilon \rangle dy' \right]. \quad (26)$$

Для определения $q \langle \epsilon \rangle$ получим из (25) уравнение

$$q^2 + \frac{1}{\epsilon_1 \langle \epsilon \rangle} \frac{\partial \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle}{\partial y} q + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle - q_x^2 = 0, \quad (27)$$

которое справедливо при выполнении условия $q^{-1} dq/dy \ll q$. Это условие означает, что относительное изменение глубины проникновения волны в среду $y > 0$ является малым на расстояниях порядка $1/q$. Из двух решений уравнения (27) выбираем то, которое удовлетворяет условию убывания электромагнитного поля при $y \rightarrow \infty$

$$q_1 = -\frac{1}{2\epsilon_1 \langle \epsilon \rangle} \frac{\partial \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle}{\partial y} + \sqrt{q_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle}. \quad (28)$$

Здесь $q_x^2 > \omega^2 \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle / c^2$ и $q_x^2 - \omega^2 \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle / c^2 > \left[\frac{1}{\epsilon_1 \langle \epsilon \rangle} \frac{\partial \epsilon_1 \langle \epsilon \rangle}{\partial y} \right]^2$. Второе неравенство означает, что глубина проникновения

электромагнитного поля в плазму меньше масштаба области локализации волновой функции электрона, т. е. $q_1 \sim q_x \gg |\delta k_0|_{\max}$, где $|\delta k_0|_{\max} = \zeta^2 G^3 / 8$. Видно, что это условие легко выполняется.

Компоненты электрического поля в плазме выражаются через компоненту H_{z1} следующим образом:

$$E_{x1} = -i \frac{q_1 c}{\omega \epsilon_1} H_{z1}; \quad E_{y1} = \frac{q_x c}{\omega \epsilon_1} H_{z1}; \quad (29)$$

в диэлектрике

$$H_{z2} = C_2 \exp(i q_2 y); \quad E_{x2} = i \frac{q_2 c}{\omega \epsilon_2} H_{z2}; \quad E_{y2} = \frac{q_x c}{\omega \epsilon_2} H_{z2}, \quad (30)$$

где $q_2 = \sqrt{q_x^2 - \omega^2 \epsilon_2 / c^2} > 0$.

Из граничных условий на плоскости $y=0$ следует

$$q_1 \epsilon_1 = -q_2 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_2}. \quad (31)$$

Это равенство выполняется, если $\epsilon_1 < 0$. Подставляя в (31) значения q_1 и q_2 , получим дисперсионное уравнение для поперечных поверхностных электромагнитных волн (поверхностных поляритонов)

$$q_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\epsilon_1(0)_2}{\epsilon_1(0) + \epsilon_2} - \frac{\epsilon_1'(0) \epsilon_2^2 [q_x^2 - \omega^2 \epsilon_1(0) / c^2]^{1/2}}{\epsilon_1(0) [\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2]}, \quad (32)$$

$$\text{где } \epsilon_1' = - \left. \frac{4\pi e^2}{m \omega^2} \frac{\partial \delta n_0}{\partial y} \right|_{y=0}.$$

Уравнение (32) решаем относительно q_x методом последовательных приближений по малому параметру $q_x \epsilon_1 \ll 1$. В результате получим

$$q_x = q_{x0} + \delta q_x; \quad q_{x0}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}; \quad \delta q_x = \frac{\epsilon_1' \epsilon_2^{3/2}}{2 |\epsilon_1|^{1/2} [\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2]}. \quad (33)$$

Величина δq_x положительна, так как значение ϵ_1' всегда положительно $[\epsilon_1 > n_2]$.

Действительно, $\epsilon_1' = 16\pi e^2 / \omega^2 S \sum_{k_x} n_{k_x} |\delta k_0|^2 > 0$ и при $k_F \ll G/2$ имеем $\epsilon_1' \approx 1/2 \omega^2 \zeta^4 G^4 k_F^2 / 16$.

Таким образом, наличие поверхностных электронных состояний приводит к возникновению поверхностных поляритонов, закон дисперсии которых отличается от закона дисперсии поляритонов, распространяющихся вдоль гладкой поверхности однородной плазмы. В частности, фазовая скорость полученных волн меньше в результате зависимости концентрации электронов от нормальной координаты.

Для электростатических колебаний $\epsilon \rightarrow \infty$ из (32) следует соотношение

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 = - \frac{\epsilon_1' \epsilon_2^2}{\epsilon_1 \epsilon_1 - \epsilon_2 q_x}. \quad (34)$$

В этом случае $\omega = \omega' + \delta \omega$. Если $\epsilon_0 = \epsilon_0 - \omega_0^2 / \omega^2$, частоты ω' и $\delta \omega$ определяются выражениями

$$\omega'^2 = \frac{\omega_0^2 + \tilde{\omega}_0^2}{\epsilon_0 + \epsilon_2}, \quad \delta \omega = - \frac{\omega' \epsilon_1'}{4 q_x}, \quad (35)$$

где ω_0 - ленгмюровская частота однородной плазмы.

Если глубина проникновения электромагнитной волны больше области локализации волновой функции электронов $q_x \ll |\delta k_0|$, то на поверхности раздела сред образуется двумерный электронный газ. Можно показать, что дисперсионное уравнение поверхностных электростатических колебаний в этом случае имеет вид

$$\epsilon_0 + \epsilon_2 = \frac{\omega_{0s}^2}{\omega^2} |q_x|; \quad \omega_{0s}^2 = \frac{4\pi e^2 n_s}{m}. \quad (36)$$

Отметим, что при распространении рэлеевской волны вдоль идеально проводящей границы возникают поверхностные электромагнитные волны с законом дисперсии [9]:

$$\omega = cq_x \left(1 - \frac{G^2 q_x^2 \varepsilon^4}{8} \right). \quad (37)$$

Выводы. Таким образом, на границе твердого тела с неровностями, обусловленными рэлеевской волной, возникает неоднородная плазма. Ее параметры определяются свойствами поверхности (амплитудой и частотой поверхностной волны). На границе такой плазмы с диэлектриком в области частот, меньших легмюровской, распространяются поверхностные электромагнитные волны, фазовая скорость которых определяется электронной концентрацией на границе раздела сред. Неоднородность плазмы приводит к дисперсии частоты в условиях пренебрежения запаздывания. Групповая скорость такой волны положительна, а ее величина определяется характером убывания электронной концентрации от границы.

Возбуждение такого рода поверхностных поляритонов может дать важную информацию об электронных состояниях на неровной границе.

1. *Лифшиц И. М., Пикар С. И.* Таммовские связанные состояния электронов на поверхности кристалла и поверхностные колебания атомов решетки // Укр. фіз. журн. - 1955. - 56, №4. - С.530-568.
2. *Fuchs R., Klüwer K.* Optical Modes of Vibration in an Ionic Crystal Slab // Phys.Rev. VA. - 1965. - 140, N6A. - P.2076-2088.
3. *Бехштедт Ф., Эйдерлайн Р.* Поверхности и границы раздела полупроводников. - М: Мир, 1990. - 488 с.
4. *Буртыка М. В., Яковенко В. М., Яковенко И. В.* Взаимодействие потоков заряженных частиц с плазмонами в двумерном электронном газе // Физика низких температур. - 1995. - 21, №6. - С.628-632.
5. *Погребняк В. А., Яковенко В. М., Яковенко И. В.* Поверхностные электронные состояния на неровной границе раздела сред // Физика твердого тела. - 1997. - 39, №10. - С.1875-1878.
6. *Ханкина С. И., Яковенко В. М., Яковенко И. В.* Поверхностные электронные состояния, создаваемые рэлеевской волной // Журн. эксперим. и теорет. физики. - 2007. - 131, №3. - С.518-524.

7. *Ландау Л. Д., Лифшиц И. М.* Теория упругости. - М.: Наука, 1965. - 203 с.
8. *Анималу В. А.* Квантовая теория кристаллических твердых тел. - М.: Мир, 1981. - 576 с.
9. *Яковенко И. В.* Взаимодействие заряженных частиц с поверхностными волнами на периодически неровной идеально проводящей поверхности // Радиофизика и электроника. - Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. - 1998. - 3, №1. - С.7-11.

SURFACE POLARITONS AT THE ROUGH BOUNDARY CREATED BY THE RAYLEIGH WAVE

V. M. Yakovenko, S. I. Khankina, I. V. Yakovenko

It is shown that in propagating the Rayleigh sound a heterogeneous near-surface layer appears in the semiconductor. The thickness of this layer exceeds the sound localization region. The appearance of the layer is stipulated by the surface electronic states stimulated by the Rayleigh wave. The dispersion law of surface polaritons under heterogeneous near-surface plasma conditions is obtained and studied in this paper. It is shown that the properties of the polaritons depend on the frequency and amplitude of the Rayleigh sound.

Key words: rayleigh wave, rough boundary, heterogeneous near-surface layer, polariton.

ПОВЕРХНЕВІ ПОЛЯРИТОНІ НА НЕРІВНІЙ ГРАНИЦІ, ЯКА СТВОРЕНА РЕЛЕЄВСЬКОЮ ХВИЛЕЮ

В. М. Яковенко, С. І. Ханкіна, І. В. Яковенко

Показано, що при поширенні релєєвського звуку в напівпровідниках виникає неоднорідний приповерхневий плазмовий шар, товщина якого перевершує область локалізації звуку. Походження цього шару обумовлено поверхневими електронними станами, які створені релєєвською звуковою хвилею. У роботі знайдено і досліджено закон дисперсії поверхневих поляритонів в умовах неоднорідної приповерхневої плазми. Показано, що властивості поляритонів залежать від частоти та амплітуди релєєвського звуку.

Ключові слова: релєєвська хвиля, нерівна границя, неоднорідний приповерхневий шар, поляритон.

Рукопись поступила 18 января 2008 г.