

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СВЧ

УДК 53.08:621.372

МЕТОД ИМПЕДАНСА В ИССЛЕДОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ГИБРИДНЫХ ТИПОВ КОЛЕБАНИЙ

В. В. Гламаздин, В. Н. Скрасанов, А. И. Шубный

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины,
12, ул. Академика Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: Valery@ire.kharkov.ua*

Предложен метод расчёта собственных добротностей, резонансных частот, коэффициентов связи с линией передачи и коэффициента взаимной связи двух парциальных типов колебаний с близкими резонансными частотами, возбуждаемых в резонаторе. Метод основан на аппроксимации экспериментально или теоретически полученной зависимости комплексного коэффициента отражения от резонатора дробно-рациональной функцией действительного переменного, описывающей вынужденные колебания в двух связанных колебательных контурах. Метод апробирован с использованием данных расчёта коэффициента отражения квазиоптического открытого резонатора (ОР) и применён для исследования характеристик ОР в условиях возбуждения гибридного колебания. Ил. 9. Табл. 2. Библиогр.: 13 назв.

Ключевые слова: Резонаторные измерения, СВЧ цепи, вырождение типов колебаний, добротность.

При исследовании резонаторными методами электрических или магнитных свойств веществ в СВЧ полях стремятся применить такие резонаторы, что в интересующем диапазоне частот будут возбуждаться только «уединённые» типы колебаний, когда ширина резонансной кривой много меньше разности собственных частот соседних типов колебаний. В случае сильно поглощающих сред критерий «уединённости» не всегда выполним ввиду уширения и частичного перекрытия резонансных кривых [1]. На практике нередко также случаи, когда рабочий тип колебаний вырожден. Если в процессе измерений вырождение исследуемым объектом снимается, то учёт наличия типов колебаний с близкими частотами необходим принципиально. В качестве примера можно привести измерение импедансов сверхпроводящих плёнок методом дискового диэлектрического резонатора с модами шепчущей галереи [2], которые двукратно вырождены по азимуту, или исследование анизотропных сред в двухзеркальном ОР [3]. В последнем случае основные $TEM_{0,0,q}$ типы колебаний двукратно вырождены по поляризации.

Принципиальная возможность проведения измерений при частичном снятии вырождения была продемонстрирована в работе [2]. Требовалось, однако, чтобы добротность и расстройка частоты каждой из составляющих гибридного типа колебаний были одинаковыми. В данной работе обоснован метод измерения характеристик СВЧ резонатора с двумя близкими по частоте типами колебаний, составляющих единое колебание в резонаторе при произвольном соотношении добротностей и коэффициентов связи. Предложенный метод [4] основан на измерении частот-

ной зависимости комплексного коэффициента отражения и, следовательно, импеданса резонатора, возбуждённого на гибридном типе колебаний, последующей аппроксимации экспериментальных данных дробно-рациональной функцией действительного переменного и расчёте характеристик резонатора по соотношениям, аргументами которых являются коэффициенты аппроксимации.

Метод измерения был апробирован путём обработки теоретических зависимостей коэффициента отражения, полученных в рамках разработанной нами ранее математической модели квазиоптического ОР [5]. В качестве примера использования метода, была проведена обработка и интерпретация данных экспериментальных исследований параметров ОР, возбуждённого на гибридном типе колебаний.

1. Теоретические основы метода измерений. Характеристиками резонатора при возбуждении в нём гибридного колебания, образованного двумя взаимодействующими типами колебаний, будут собственные добротности и коэффициенты связи резонатора с линией передачи для каждого из парциальных типов колебаний, их собственные (парциальные) частоты, а также коэффициент взаимной связи типов колебаний. Расчётные зависимости, связывающие перечисленные характеристики с доступными для измерений на СВЧ величинами, могут быть получены различными способами. Мы заменяем резонатор эквивалентной цепью с сосредоточенными параметрами, что обосновывается в конечном итоге идентичностью уравнений, описывающих процессы в колебательных контурах и СВЧ резонаторах. Подобное представление объёмных резонаторов хорошо известно под названием «метода полного сопротивления» или «метода импеданса» [6].

В схемы замещения ОР следует вводить элементы, описывающие потери энергии на возбуждение устройством связи волн в свободном пространстве. Это есть особенность открытых резонаторных систем. С учётом моделирования связи со свободным пространством метод эквивалентных схем оказался плодотворным как для разработки одной из методик измерения эффективности возбуждения ОР [7], так и для измерения характеристик ОР с неоднородностями в линии связи [8]. Поэтому эквивалентная схема, описывающая ОР, в котором на частоте ω возбуждены два типа колебаний с близкими собственными частотами (рис. 1), содержит импеданс $Z_S = R_S + j\omega L_S$, посредством которого учитываются потери в устройстве связи, а также сдвиг резонансных частот ОР в нагруженном состоянии.

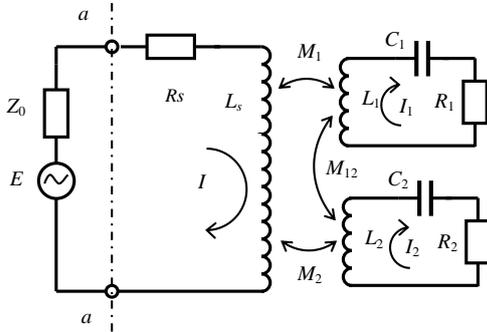


Рис. 1. Эквивалентная схема ОР с двумя типами колебаний

Для каждого из двух парциальных типов колебаний в некоторой референсной плоскости $a-a$ ОР эквивалентен последовательным колебательным контурам с импедансами

$$Z_i = R_i + j\left(\omega L_i - \frac{1}{\omega C_i}\right) = R_i \left(1 + jQ_i \left(\frac{\omega}{\omega_i} - \frac{\omega_i}{\omega}\right)\right),$$

где $\omega_i^2 = 1/L_i C_i$ и $Q_i = \omega_i L_i / R_i$ - собственные (парциальные) частоты и добротности ОР, возбуждённого на i -х, ($i=1,2$) типах колебаний. На рис. 1 связь ОР с линией передачи, имеющей волновое сопротивление Z_0 , представлена для каждого типа колебаний коэффициентами взаимной индукции M_i , а возможное в общем случае влияние типов колебаний друг на друга - коэффициентом взаимной индукции M_{12} .

Ток I , отдаваемый генератором напряжений E , который эквивалентен источнику СВЧ сигнала, равен

$$E = I(Z_0 + Z_S) + j\omega M_1 I_1 + j\omega M_2 I_2, \quad (1)$$

где I_1 и I_2 - токи, текущие в парциальных контурах. Исключив I_1 и I_2 из (1), получим импеданс ОР $Z_{aa} = E/I$ в плоскости $a-a$

$$Z_{aa} = Z_S + \frac{(\omega M_2)^2 Z_1 + (\omega M_1)^2 Z_2 + j2(\omega M_1)(\omega M_2)(\omega M_{12})}{Z_1 Z_2 + (\omega M_{12})^2}. \quad (2)$$

Используя определение коэффициента связи i -го контура с линией связи как отношение вносимых из линии в контур потерь к собственным потерям контура $\beta_i = (\omega M_i)^2 / Z_0 R_i$, $i=1,2$ [6] и определение коэффициента взаим-

ной связи контуров как отношение энергии, передаваемой из типа в тип колебаний, к среднегеометрическому значению запасённых в типах колебаний энергий $\kappa = M_{12} / \sqrt{L_1 L_2}$, из (2) получим

$$\frac{Z_{aa} - Z_S}{Z_0} = \frac{\beta_1(1 + jQ_2 t_2) + \beta_2(1 + jQ_1 t_1) + j2\kappa\sqrt{\beta_1\beta_2}Q_1Q_2}{(1 + jQ_1 t_1)(1 + jQ_2 t_2) + \kappa^2 Q_1 Q_2}, \quad (3)$$

где $t_i(\omega, \omega_i) = (\omega / \omega_i - \omega_i / \omega) \approx 2(\omega - \omega_i) / \omega_i$ параметр расстройки i -го контура относительно резонансной частоты этого контура. Знак коэффициента взаимной связи контуров κ может быть как положительным, так и отрицательным, что означает синфазность или противофазность колебаний в парциальных контурах, моделирующих рассматриваемые типы колебаний ОР.

Заметим, что формула (3) уже не содержит в явном виде элементы R, L, C , которые в

случае ОР не имеют непосредственной физической интерпретации, в то время как понятия добротностей, собственных частот и коэффициентов связи однозначно определены и поддаются измерениям на СВЧ. Если ввести единый для обоих контуров параметр расстройки $t(\omega, \omega_r)$ относительно некоторой опорной частоты ω_r и обозначить параметры расстройки для резонансных частот типов колебаний относительно ω_r через

$\tau_1 \equiv t(\omega_1, \omega_r)$ и $\tau_2 \equiv t(\omega_2, \omega_r)$, то выражение (3) можно свести к дробно-рациональной функции действительного переменного t

$$\tilde{z}(t) \equiv \frac{Z_{aa}(t)}{Z_0} = a_0 + \frac{a_1 + a_2 t}{1 + a_3 t + a_4 t^2}, \quad (4)$$

где $a_i, i=0,1,\dots,4$ - комплексные коэффициенты, которые могут быть выражены через параметры ОР путём сопоставления выражений (3) и (4):

$$\begin{aligned} a_0 &= Z_S / Z_0; \\ a_1 &= \frac{\frac{\beta_1 \alpha_1}{Q_1} + \frac{\beta_2 \alpha_2}{Q_2} + 2j\kappa \frac{\alpha_1 \alpha_2 \sqrt{\beta_1 \beta_2}}{\sqrt{Q_1 Q_2}}}{1 + \kappa^2 \alpha_1 \alpha_2}; \\ a_2 &= \frac{\frac{j\beta_1 \alpha_1 \alpha_2}{Q_1} + \frac{j\beta_2 \alpha_1 \alpha_2}{Q_2}}{1 + \kappa^2 \alpha_1 \alpha_2}; \\ a_3 &= \frac{j(\alpha_1 + \alpha_2)}{1 + \kappa^2 \alpha_1 \alpha_2}; \quad a_4 = \frac{-\alpha_1 \alpha_2}{1 + \kappa^2 \alpha_1 \alpha_2}; \end{aligned}$$

где обозначено $\alpha_1 = \frac{Q_1}{1 - jQ_1 \tau_1}$; $\alpha_2 = \frac{Q_2}{1 - jQ_2 \tau_2}$.

Коэффициенты a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 , фигурирующие в формуле (4), находятся в соответствии с методом наименьших квадратов по известному либо из измерений, либо из расчёта по теоретической модели резонатора массиву из N комплексных коэффициентов отражения

$$\Gamma_k = \Gamma_k(t_k), \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Введём следующие восемь функций от искомым параметров резонатора, однозначно определяемых коэффициентами аппроксимации a_1, a_2, a_3, a_4 :

$$A \equiv \operatorname{Re} \left(\frac{-a_1}{a_4} \right) = \frac{\beta_1 + \beta_2}{Q_1 Q_2}; \quad (5,а)$$

$$B \equiv \operatorname{Im} \left(\frac{a_1}{a_4} \right) = -2\kappa \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{Q_1 Q_2}} + \frac{\beta_1 \tau_2}{Q_1} + \frac{\beta_2 \tau_1}{Q_2}; \quad (5,б)$$

$$H \equiv \operatorname{Re} \left(\frac{-a_2}{a_4} \right) = 0; \quad (5,в)$$

$$C \equiv \operatorname{Im} \left(\frac{-a_2}{a_4} \right) = \frac{\beta_1}{Q_1} + \frac{\beta_2}{Q_2}; \quad (5,г)$$

$$D \equiv \operatorname{Re} \left(\frac{-a_3}{a_4} \right) = \tau_1 + \tau_2; \quad (5,д)$$

$$E \equiv \operatorname{Im} \left(\frac{-a_3}{a_4} \right) = \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2}; \quad (5,е)$$

$$F \equiv \operatorname{Re} \left(\frac{-1}{a_4} \right) = -\tau_1 \tau_2 + \kappa^2 + \frac{1}{Q_1 Q_2}; \quad (5,ж)$$

$$G \equiv \operatorname{Im} \left(\frac{1}{a_4} \right) = \frac{\tau_1}{Q_2} + \frac{\tau_2}{Q_1}. \quad (5,з)$$

Выражения (5,а), (5,б), (5,г)-(5,з) представляют собой систему семи независимых уравнений относительно семи неизвестных $Q_1, Q_2, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \tau_2, \kappa$, а выражение (5,в), означающее, что добротности и коэффициенты связи суть действительные числа, удобно использовать для вычисления положения референсной плоскости $a-a$, в которой представлен нормированный импеданс резонатора $\tilde{z}(t)$. При сдвиге референсной плоскости импеданс преобразуется согласно формуле [6]

$$\tilde{z} = \frac{1 + \Gamma \exp(j\Phi)}{1 - \Gamma \exp(j\Phi)}, \quad (6)$$

где Φ - сдвиг фаз искомой плоскости $a-a$ относительно плоскости, в которой был измерен либо рассчитан массив данных $\Gamma_k = \Gamma_k(t_k)$. Следовательно, коэффициенты аппроксимации a_i зависят от расположения плоскости измерения, т. е. $a_i = a_i(\Phi)$. Изменяя фазу Φ в формуле (6), и каждый раз вычисляя коэффициенты a_i , найдём плоскость, в которой справедливо представление резонатора эквивалентной схемой на рис. 1, выполнив нижеследующее условие:

$$H(\Phi) = \operatorname{Re} \left(\frac{-a_2(\Phi)}{a_4(\Phi)} \right). \quad (7)$$

Имея в виду применение метода наименьших квадратов, преобразуем формулы (4) и (6) к виду

$$\tilde{z}(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 (\tilde{z}(t)t) + b_4 (\tilde{z}(t)t^2), \quad (8)$$

введя обозначения

$$\begin{aligned} b_0 &= (a_0 + a_1), \quad b_1 = (a_0 a_3 + a_2), \quad b_2 = a_0 a_4, \\ b_3 &= -a_3 \quad \text{и} \quad b_4 = -a_4. \end{aligned}$$

В соответствии с методом наименьших квадратов [9] находим значения коэффициентов b_i , для которых среднеквадратичное отклонение аппроксимирующей функции (8) от исходных значений $S_N = N^{-1} \sum_{k=1}^N (\tilde{z}_k - \tilde{z}(t_k))^2$ минимально.

И, наконец, получаем искомые коэффициенты a_i по формулам

$$\begin{aligned} a_0 &= -\frac{b_2}{b_4}, \quad a_1 = b_0 + \frac{b_2}{b_4}, \quad a_2 = b_1 - \frac{b_2 b_3}{b_4}, \\ a_3 &= -b_3, \quad a_4 = -b_4. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение системы уравнений (5) упрощается, если опорную частоту ω_r совместить с одной из собственных частот, например, с ω_1 , т. е. положить $\tau_1 = 0$. В этом случае

$$\begin{aligned} \tau_2 &= D, \\ Q_1 &= \frac{D}{G}, \quad Q_2 = \frac{Q_1}{EQ_1 - 1} \\ \kappa^2 &= F - \frac{1}{Q_1 Q_2}, \\ \beta_1 &= \frac{Q_1 Q_2 (C - A Q_1)}{Q_2 - Q_1}, \\ \beta_1 &= \frac{Q_1 Q_2 (C - A Q_2)}{Q_1 - Q_2} \end{aligned} \quad (10)$$

Кроме того, очевиден регулярный метод для определения собственной частоты любого из контуров. Поскольку изменение опорной частоты ω_r влечёт за собой изменение (пересчёт) параметров аппроксимации a_i , то, добившись выполнения ниже следующего условия в процессе изменения ω_r

$$\operatorname{Im} \left(\frac{a_1(\omega_r)}{a_4(\omega_r)} \right) + 2\kappa \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2}{Q_1 Q_2}} - \frac{\beta_1 \tau_2}{Q_1} = 0, \quad (11)$$

можно положить $\omega_1 = \omega_r$ (см. выражение (5,ж)).

Нетрудно также получить, что пределы изменения $\tau_1 \equiv t(\omega_1, \omega_r)$ находятся в интервале $[{}^0\tau_1, D/2]$, где

$${}^0\tau_{1,2} = \operatorname{Im} \left(\frac{-1}{\alpha_{1,2}} \right), \quad {}^0\alpha_{1,2} = \frac{a_3 \pm \sqrt{a_3^2 - 4a_4}}{2j}.$$

Знание границ изменения параметров расстройки упрощает построение итерационного алгоритма нахождения собственных частот типов колебаний.

В итоге процедура определения искоемых семи параметров резонатора $Q_1, Q_2, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \tau_2$ и κ сводится к: измерению или расчёту массива комплексных коэффициентов отражения резонатора $\Gamma_k = \Gamma_k(t_k)$ в произвольной плоскости; нахождению коэффициентов аппроксимации a_i импеданса резонатора (6) методом наименьших квадратов; решению системы нелинейных уравнений (5). При этом два из уравнений системы: условие действительности добротностей и коэффициентов связи (7) и условие совпадения опорной частоты с собственной частотой одного из контуров (11), решаются итерационным методом, а остальные уравнения – аналитически по формулам (10) после завершения итераций.

2. Верификация метода импеданса по данным расчёта коэффициента отражения квазиоптического ОР. Возможности описанного выше метода обработки были изучены, используя математическую модель однородного вдоль оси OX квазиоптического полусимметричного ОР, возбуждаемого плоскопараллельным волноводом в плоском зеркале ОР [5]. Такой резонатор эквивалентен отрезку лучевода длиной L , закороченного с одной стороны цилиндрическим зеркалом с радиусом кривизны ρ , а с противоположной стороны – волноводом с фланцем [10]. Рассматривается плоскопараллельный волновод связи с высотой $2d$, не превышающей полдлины волны $\lambda/2$ в свободном пространстве так, что в нём могут распространяться только падающая ${}^+b_0$ и отражённая ${}^-b_0$ *ТЕМ* волны. Однако лучевод допускает распространение спектра p -х волновых пучков

$${}^\pm U_p(y, z) = {}^\pm a_p \Psi_p(y, z) \exp(\pm jkz),$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; ${}^\pm a_p$ – комплексные амплитуды пучков; $p = 0, 1, \dots$ – индекс пучка. В устойчивых полуцилиндрических ОР при больших числах Френеля (квазиоптическое приближение) функции $\Psi_p(y, z)$ есть функции Эрмита-Гаусса [10]. В частности, на плоском зеркале

$$\Psi_p(y, 0) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} w_0 2^p p! H_p \left(\frac{\sqrt{2}y}{w_0} \right) \exp \left(-\frac{y^2}{w_0^2} \right),$$

где $H_p(\cdot)$ – полином Эрмита p -й степени; w_0 – полуширина пучка на плоском зеркале, которая задаётся геометрией ОР

$$w_0^2 = \frac{\sqrt{(2\rho - L)L}}{k}. \quad (12)$$

Будем считать отсутствующим взаимное преобразование пучков разных порядков на цилиндрическом зеркале. Поэтому в произвольной поперечной плоскости внутри ОР любой отражённый пучок p -го порядка пропорционален только падающему пучку того же порядка

$${}^-a_p = \mu(p) {}^+a_p. \quad (13)$$

Коэффициент отражения пучка $\mu(p)$ от цилиндрического зеркала в плоскости плоского зеркала может быть записан как [10]

$$\begin{aligned} \mu(p) &= \sqrt{1 - \delta_0(p)} \exp \times \\ &\times \left(j2 \left(kL - (p+1) \arctg \left(\frac{\lambda L}{\pi w_0^2} \right) \right) \right). \end{aligned}$$

Аргумент $\mu(p)$ есть набег фазы пучка за двойной проход в ОР, а модуль $\mu(p)$ учитывает потери энергии пучка при его распространении и отражении в ОР. Запись модуля представлена в виде $|\mu(p)| = \sqrt{1 - \delta_0(p)}$ с тем, чтобы для добротных колебаний величина $\delta_0(p) \ll 1$ равнялась так называемым собственным потерям ОР за двойной проход, а собственная добротность ОР на p -м типе колебаний могла быть вычислена по формуле

$$Q_0(p) = 4\pi L(p) / \delta_0(p). \quad (14)$$

Условие резонанса в ненагруженном резонаторе имеет вид

$$2\pi \frac{L(p, q)}{\lambda} - (p+1) \arctg\left(\frac{L(p, q)\lambda}{\pi w_0^2}\right) = \pi q, \quad (15)$$

где $q = 1, 2, \dots$ - продольный (аксиальный) индекс типа колебаний в ОР. Из решения трансцендентного уравнения (15) с учётом (12) для заданного $TEM_{p,q}$ типа колебаний при фиксированной длине L ОР можно найти резонансную длину волны или же для заданной длины волны λ источника возбуждения ОР – его резонансную длину $L(p, q)$.

Прямые и обратные волны в волноводе $({}^+b_0, {}^-b_0)$ и волновые пучки в ОР $({}^-a_m, {}^+a_n; m, n = 0, 1, \dots, M)$ линейно зависимы

$$\begin{pmatrix} {}^-b_0 \\ {}^+a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^1c_{00} \\ {}^1s_{n0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^2c_{0m} \\ {}^2s_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^+b_0 \\ {}^-a_m \end{pmatrix}. \quad (16)$$

В системе уравнений (16) комплексное число ${}^1c_{00}$ есть коэффициент отражения открытого конца волновода с фланцем; вектор-строка $({}^2c_{0m})$ образована коэффициентами передачи падающих на зеркало пучков ${}^-a_m$ в низший тип волны плоского волновода; вектор-столбец $({}^1s_{n0})$ образован коэффициентами передачи падающей на открытый конец волновода с фланцем волны ${}^+b_0$ в волновые пучки ${}^+a_n$; квадратная матрица $({}^2s_{nm})$ составлена из коэффициентов преобразования падающих на зеркало m -х волновых пучков в отражённые n -е волновые пучки. Блочная матрица в (16), связывающая падающие $({}^+b_0, {}^-a_m)$ и отражённые $({}^-b_0, {}^+a_n)$ комплексные амплитуды волн и пучков, есть частный случай полной матрицы рассеяния типов волн плоского волновода и двумерных пучков Эрмита-Гаусса, а алгоритм

расчёта её элементов, полученный на основе решения краевой задачи электродинамики, изложен в работе [5].

Искомый коэффициент отражения

$$\Gamma = {}^-b_0 / {}^+b_0 \quad (17)$$

квазиоптического полуцилиндрического ОР с заданными геометрическими размерами, собственными потерями всех учитываемых волновых пучков и произвольной длине волны можно рассчитать, совместно решив системы уравнений (13) и (16). В результате решения вычисляются также амплитуды типов колебаний (волновых пучков), возбуждаемых в ОР.

Обратим внимание на то обстоятельство, что собственные потери $\delta_0(p)$ типов колебаний ОР задаются произвольно и не зависят от размеров ОР. Физически это означает, что рассматриваются ОР, у которых дифракционные потери малы по сравнению с тепловыми, а геометрия ОР такова, что в нём формируются поля, описываемые функциями Эрмита-Гаусса. В большинстве случаев именно так и стремятся конструировать ОР. Для целей данной статьи возможность задавать собственные потери $\delta_0(p)$ позволяет провести верификацию предложенного алгоритма обработки данных простым сравнением двух величин собственных добротностей $Q_0(p, q)$ ОР на парциальных (p, q) типах колебаний. Первые значения $Q_0(p, q)$ вычисляются по формуле (14), т. е. заданы, а вторые значения тех же добротностей находятся в соответствии с изложенным выше алгоритмом обработки комплексных коэффициентов отражения ОР, рассчитанных, в свою очередь, в рамках обсуждаемой теоретической модели ОР.

Из анализа условия резонанса (15) следует, что можно найти такую геометрию ОР, когда два различных типа колебаний, имеющих различный набор индексов p, q , будут иметь одинаковые собственные частоты (так называемые «точки совпадения» частот [11]). Мы выбрали $TEM_{0,9}$ и $TEM_{4,8}$ типы колебаний, имеющих близкие собственные частоты для ОР с $w_0 = 1,25$ мм и $\lambda \sim 8,33$ мм. Были также заданы собственные потери для этих типов колебаний $\delta_0(0,9) = 0,5\%$ и $\delta_0(4,8) = 1,0\%$. Заданные величины собственных добротностей и резонансных длин ОР для парциальных типов колебаний, полученные из вычислений по (14) и (15), сведены во второй столбец табл. 1.

Таблица 1

Наименование параметра ОР на гибридном ($TEM_{0,9}+TEM_{4,8}$) типе колебаний	Заданная величина параметра	Величина параметра, полученная методом импеданса для гибридного колебания	Величина параметра, полученная методом импеданса для уединённого колебания
Собственная добротность $TEM_{0,9}$ типа колебаний	5791	5723	5726
Собственная добротность $TEM_{4,8}$ типа колебаний	2875	2650	2637
Резонансная длина $TEM_{0,9}$ типа колебаний	38,476 мм	38,476 мм	38,476 мм
Резонансная длина $TEM_{4,8}$ типа колебаний	38,300 мм	38,300 мм	38,300 мм

В третьем столбце табл. 1 представлены характеристики резонатора, полученные обработкой массива данных коэффициента отражения ОР, возбуждённого на гибридном типе колебаний, в соответствии с методикой, изложенной в первом разделе статьи. Исходные зависимости амплитуды и фазы коэффициента отражения ОР (17) как функции длины резонатора L , полученные из решения системы уравнений (13), (16), представлены точками на рис. 2. На этом же рисунке показана зависимость суммы амплитуд $TEM_{0,9}$ и $TEM_{4,8}$ волновых пучков в центре цилиндрического зеркала $A(L)$, т. е. «резонансная» кривая гибридного типа колебаний. Очевидно, что судить о парциальных параметрах гибридного колебания по кривой A , например, о значениях резонансных частот и нагруженных добротностей, можно лишь оценочно.

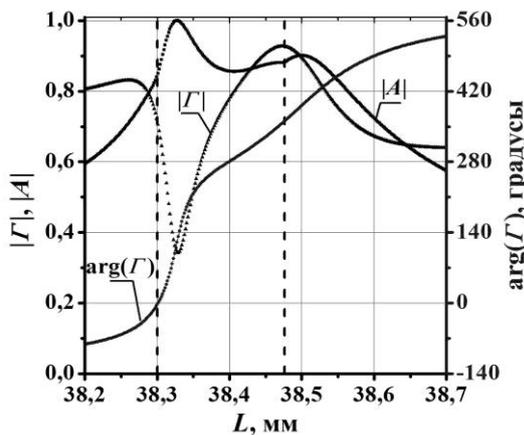


Рис. 2. Зависимости, рассчитанные по модели ОР

На рис. 3 точками показан годограф импеданса ОР, рассчитанный по формуле (7) из исходных зависимостей амплитуды и фазы коэффициента отражения. Параметром годографа является параметр расстройки t ОР. Кривая описывает две петли в соответствии с числом типов колебаний в рассматриваемом диапазоне расстроек. Сплошной линией на рис. 3 показана зависимость импеданса

ОР, рассчитанная по формуле (4). Расчетные значения коэффициентов аппроксимации составили:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 0,21498 - j0,39634, \\
 a_1 &= 5,62677 - j0,46774, \\
 a_2 &= 1943,75964 + j47,25806, \\
 a_3 &= 94,89099 + j2652,14819, \\
 a_4 &= -7014,05972 + j288493,55579, \\
 \Phi &= -0,3829^\circ.
 \end{aligned}$$

Наконец, зная коэффициенты a_i , немедленно получаем все искомые характеристики ОР.

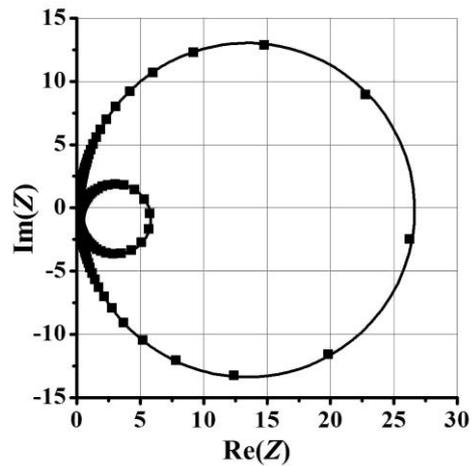


Рис. 3. Годограф импеданса ОР по данным рис. 2

Помимо величин, представленных в табл. 1, рассчитываются значения коэффициентов связи: $\beta_1 = 25,9$; $\beta_2 = 5,86$ и $\kappa = -1,4 \cdot 10^{-4}$. Резонансные длины ОР для парциальных типов колебаний показаны также на рис. 2 вертикальными штриховыми линиями. Среднеквадратичное отклонение зависимости импеданса ОР, рассчитанного по формуле (7) из исходных данных, от зависимости импеданса, рассчитанной по формуле (3) после вычисления характеристик ОР, составляет величину порядка одного процента. Этот факт обосновывает возможность описания

ОР, возбуждённого на гибридном типе колебаний, с помощью эквивалентной схемы на рис. 1.

Обратим внимание на заметное, особенно для $ТЕМ_{4,8}$ типа, отличие заданных величин собственных добротностей парциальных типов колебаний от значений, полученных в результате обработки (сравнить данные во втором и третьем столбцах табл. 1). Такое расхождение, однако, можно объяснить. Теоретическая модель ОР позволяет «устранять» из рассмотрения те или иные p -е типы колебаний, положив для них $\mu(p) \equiv 0$. Физически это означает внесение в ОР таких потерь для p -го типа колебаний, что он не может быть возбуждён. Положим в рассматриваемом гибридном колебании $\delta_0(4,8) = 100\%$, оставив неизменным $\delta_0(0,9) = 0,5\%$. В этом случае годографы импеданса и коэффициента отражения представляют собой окружности, что свидетельствует о возбуждении в ОР «уединённого» резонанса. Вычислив по методике одноконтурного представления колебаний в ОР [8] собственную добротность такого резонанса, получим величину $Q_r(0,9) = 5726$. Эта величина меньше чем заданная $Q_0(0,9) = 5791$, но практически совпадает с добротностью для случая возбуждения в ОР гибридного колебания. То же самое можно проделать для другой составляющей гибридного типа. Результаты расчётов сведены в четвёртом столбце табл. 1.

Трактовка описанных изменений в собственной добротности состоит в том, что элемент связи в ОР рассеивает часть энергии $\delta_{ex}(p)$ резонансного поля ОР не только в линию связи, но и в свободное пространство, внося дополнительные потери $\delta_S(p)$ на рассеяние. Эти потери $\delta_S(p)$ при исследовании вынужденных колебаний со стороны элемента связи ОР выступают как ещё один механизм собственных потерь, так что нагруженные потери ОР $\delta_L(p)$ перераспределяются между собственными и внешними следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta_L(p) &= (\delta_0(p) + \delta_S(p)) + \delta_{ex}(p) \equiv \\ &\equiv \delta_r(p) + \delta_{ex}(p). \end{aligned}$$

Заданные в модели потери $\delta_0(p)$ отождествляются с тепловыми и дифракционными потерями на зеркалах и диэлектрическими потерями в среде заполнения, а потери $\delta_S(p)$ и $\delta_{ex}(p)$ обусловлены рассеянием резонансного поля элементом связи во внешнее пространство и в волновод связи соответственно и рассчитываются в рамках модели возбуждения ОР.

Таким образом, из сравнения данных расчётов по теоретической модели ОР и результа-

тов обработки этих данных согласно предложенному алгоритму можно сделать вывод, что методическая погрешность измерения (или вычисления) парциальных характеристик составляющих гибридного типа колебаний импедансным методом не превышает десятых долей процента. Попытки проведения ещё более «тщательных» интерпретаций результатов расчёта наталкиваются на ограниченность представления вынужденных колебаний в распределённых системах резонансной кривой колебательного контура даже для «уединённых» типов колебаний. Гипотеза «уединённости» типов колебаний для таких погрешностей также не верна, поскольку становится заметным влияние спектра ОР в целом на значения параметров ОР для каждого из типов колебаний.

3. Исследование параметров ОР методом импеданса в условиях возбуждения гибридного колебания. Измерение параметров резонатора было выполнено на макете полусимметричного ОР со сферическим зеркалом с апертурой 70 мм и радиусом кривизны 82 мм. Связь с генератором колебаний на частоте $f_{SO} = 36,1$ ГГц осуществлялась плавным волноводным переходом с сечения $7,2 \times 3,4$ мм² на щель $7,2 \times 0,3$ мм² в центре зеркала. Цель измерений состояла в доказательстве возможности исследования характеристик ОР в условиях возбуждения гибридных типов колебаний.

Как и в предыдущем разделе, мы воспользовались возможностью получения в ОР точки совпадения частот для различных $ТЕМ_{m,n,q}$ типов колебаний. В отличие от двумерного случая под индексом p в уравнении (15) следует понимать сумму индексов $p = n + m$, если поле в поперечной плоскости ОР записано в декартовой системе координат и, следовательно, содержит произведение полиномов Эрмита m -го и n -го порядков. В цилиндрической системе координат поле ОР записывается с использованием полиномов Лагерра L_n^m , и индекс p в формуле (19) равен $p = 2n + m$.

Точка совпадения частот в исследуемом ОР будет наблюдаться для основного $ТЕМ_{0,0,9}$ типа колебаний и азимутально-симметричного второго радиального $ТЕМ_{0,2,8}$ типа колебаний. Этот двукратно вырожденный по азимутальному индексу высший тип цилиндрической геометрии при нарушении осевой симметрии легко расщепляется на два высших типа прямоугольной геометрии $ТЕМ_{4,0,8}$ и $ТЕМ_{0,4,8}$. Такое расщепление мы наблюдали экспериментально методом пробного тела в процессе юстировки ОР. Кроме того, вблизи резонансной частоты гибридного типа колебаний могут существовать $ТЕМ_{3,1,8}$, $ТЕМ_{1,3,8}$ и $ТЕМ_{2,2,8}$ типы колебаний прямо-

угольной геометрии, а также $TEM_{2,1,8}$ тип колебаний цилиндрической геометрии. Для последнего типа поле в центре зеркала равно нулю, и он непосредственно не может быть возбуждён, если элемент связи расположен в центре зеркала и изготовлен осесимметричным.

Функциональная схема измерительной установки представлена на рис. 4. Амплитуда и фаза комплексного коэффициента отражения измерялись на промежуточной частоте f_{IF} с помощью измерителя разности фаз ФК2-12 после переноса опорного сигнала с частотой f_{SO} и отраженного от ОР сигнала с той же частотой балансными смесителями. Вклад преобразователей частоты в погрешность измерения разности фаз был незначительным, поскольку использовались стабилизированный объёмным резонатором гетеродин на диоде Ганна и перестраиваемый по частоте квазиоптический генератор Ганна [12] с малыми фазовыми шумами. Перестройка ОР в пределах резонансной кривой и с типа на тип колебаний осуществлялась изменением его длины L с помощью микрометрического винта. Перемещение зеркала при этом измерялось индикатором часового типа с погрешностью отсчёта не превышающей один микрон.

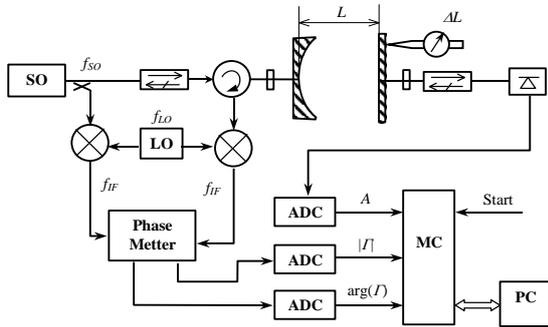


Рис. 4. Функциональная схема экспериментальной установки

Измерения проводились в полуавтоматическом режиме, когда по команде «Start», подаваемой оператором, микроконтроллер записывал в свою бортовую память, а затем пересылал в персональный компьютер на RS-232 порт три сигнала (коды трёх напряжений). Два напряжения пропорциональные амплитуде $|\Gamma|$ и фазе $\arg(\Gamma)$ коэффициента отражения ОР преобразовывались с выходов измерителя «ФК2-12». Третье напряжение пропорциональное квадрату амплитуды коэффициента передачи ОР A преобразовывалось с выхода квадратичного детектора, подключенного к измерительному элементу связи в центре плоского зеркала. После перемещения зеркала на один микрон записывалась следующая точка $(\arg(\Gamma), |\Gamma|, A)$ и так далее.

Пример одной из серий таких измерений в области приближенного равенства резонансных длин для $TEM_{0,0,9}$ и $TEM_{0,2,8}$ типов колебаний представлен на рис. 5. Результат обработки данных двух серий измерений модуля и фазы коэффициента отражения

$$|\Gamma_k| = |\Gamma(L_k)| \text{ и } \arg(\Gamma_k) = \arg(\Gamma(L_k))$$

в соответствии с методикой, изложенной в первом разделе статьи, представлен на рис. 6 в виде годографа импеданса ОР от параметра расстройки. Массив данных $A_k = A(L_k)$ при обработке не используется и приведен на рис. 5 для справки. На рис. 6 сплошной линией (кривая 2) построен годограф аппроксимирующей функции (4), а точками – данные эксперимента, пересчитанные по формуле (6). Среднеквадратичное отклонение данных измерений от значений функции аппроксимации составило $7,2 \cdot 10^{-4}$. Точки на петле меньшего диаметра, соответствующей высшему типу колебаний, уклоняются на величину большую, чем погрешность измерений. Как показали дальнейшие исследования это обусловлено «расщеплением» (частичным снятием вырождения) высшего $TEM_{0,2,8}$ типа колебаний.

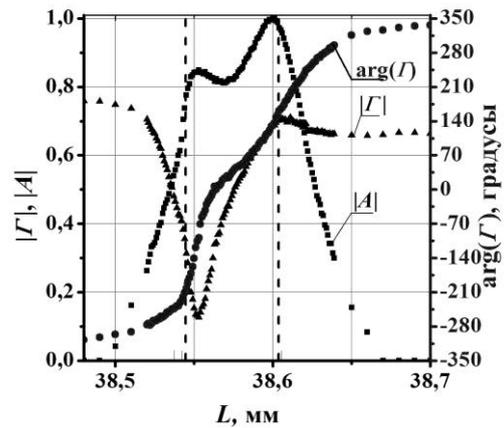


Рис. 5. Данные эксперимента для $TEM_{0,0,9} + TEM_{0,2,8}$ мода ОР

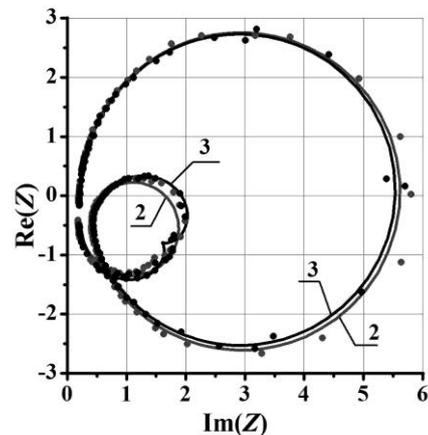


Рис. 6. Годограф импеданса ОР по данным рис. 5

Очевидно, что двухконтурная эквивалентная схема не описывает такой случай. Кривая 3 на рис. 6, соответствующая аппроксимации данных эксперимента формулой, учитывающей возбуждение в ОР трёх типов колебаний с приблизительно равными частотами, существенно лучше аппроксимирует результаты измерений. Использовался метод обработки данных аналогичный описанному в работе [13].

Считая, что гибридный тип колебаний образован двумя парциальными типами колебаний, результаты расчёта параметров резонатора по данным измерений сведены во втором столбце табл. 2. В третьем столбце представлены результаты обработки данных, если считать, что гибридный тип колебаний образован тремя типами колебаний. Из анализа всей совокупности результатов измерений и расчётов следует, что, вероятнее всего, третьей парциальной составляющей гибридного колебания следует считать $TEM_{1,2,8}$ тип колебаний цилиндрической геометрии.

Таблица 2

Наименование параметра ОР	Обработка для двухконтурной схемы	Обработка для трёхконтурной схемы
Собственная добротность ОР на $TEM_{0,0,9}$ типе колебаний	5680	5361
Собственная добротность ОР на $TEM_{0,2,8}$ типе колебаний	2166	2527
Собственная добротность ОР на $TEM_{2,1,8}$ типе колебаний	не определён	5032
Резонансная длина ОР для $TEM_{0,0,9}$ типа колебаний	38,6036 мм	38,6055 мм
Резонансная длина ОР для $TEM_{0,2,8}$ типа колебаний	38,5445 мм	38,5374 мм
Резонансная длина ОР для $TEM_{2,1,8}$ типа колебаний	не определен	38,5423 мм
Коэффициент связи ОР для $TEM_{0,0,9}$ типа колебаний	7,4	4,4
Коэффициент связи ОР для $TEM_{0,2,8}$ типа колебаний	0,98	1,5
Коэффициент связи ОР для $TEM_{2,1,8}$ типа колебаний	не определён	0,013
Коэффициент между типовой связи	$\kappa=5,9 \cdot 10^{-4}$	не определён

Было проведено также, исследование «расщепления» высшего $TEM_{0,2,q}$ типа колебаний. Настройка ОР соответствовала аксиальному индексу $q = 7$. В этом случае совпадение частот с основным $TEM_{0,0,8}$ типом колебаний не на-

блюдается в отличие от случая настройки на $TEM_{0,2,8}$ тип колебаний. Как и в предыдущих случаях, на рис. 7 представлены экспериментально полученные зависимости амплитуды и фазы коэффициента отражения и квадрат амплитуды резонансного поля. На рис. 8 приведен результат обработки этих данных – годограф импеданса ОР на гибридном $TEM_{0,2,7} + TEM_{2,1,7}$ типе колебаний. В результате расчётов определено

$$Q_0(0,2,7) = 4208, \quad Q_0(2,1,7) = 12037,$$

$$\beta(0,2,7) = 5,9, \quad \beta(2,1,7) = 7,8 \cdot 10^{-5},$$

$$\kappa = 1,3 \cdot 10^{-4}.$$

Обратим внимание, что коэффициент связи $TEM_{2,1,7}$ типа колебаний с линией оказался малым по сравнению с коэффициентами связи других типов колебаний. Такое возможно именно для $TEM_{2,1,q}$ типа колебаний, у которого напряжённость поля в центре зеркала минимальна.

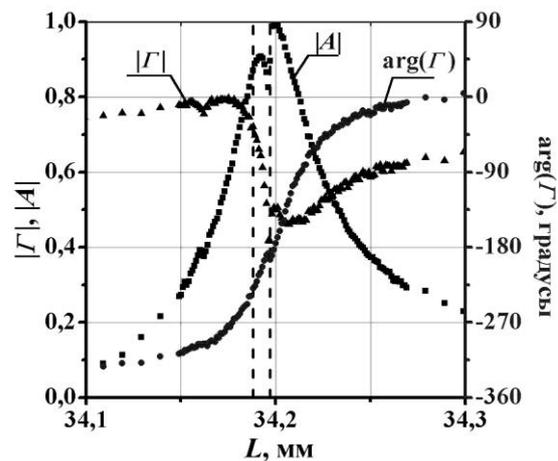


Рис. 7. Данные эксперимента для $TEM_{0,2,7} + TEM_{2,1,7}$ мода ОР

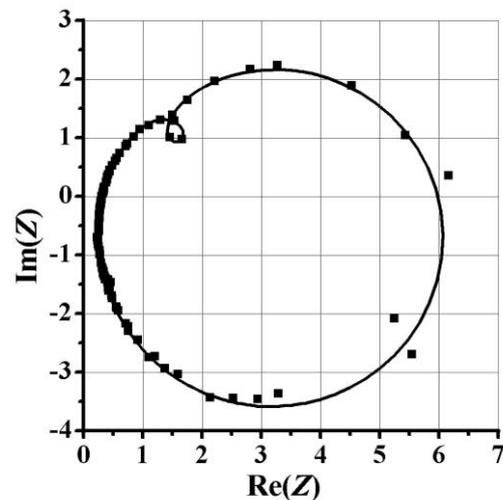


Рис. 8. Годограф импеданса ОР по данным рис. 7

Теперь мы сможем объяснить зависимость собственной добротности ОР $Q_r = Q_r(q)$ на основном $TEM_{0,0,q}$ типе колебаний, представленную на рис. 9, для всех значений аксиального индекса. На рисунке величины добротностей вычислены в результате обработки данных измерений методом импеданса при одноконтурном представлении ОР. Это справедливо для всех аксиальных индексов за исключением случая $q=9$. Для $q=9$ добротность рассчитана по методике, описанной в данной статье, а её значение отложено на рис. 9 белым квадратом. Зачернённым квадратом нанесена добротность для того же $TEM_{0,0,9}$ типа колебаний, но рассчитанная по модели трёхконтурного представления гибридного колебания в ОР.

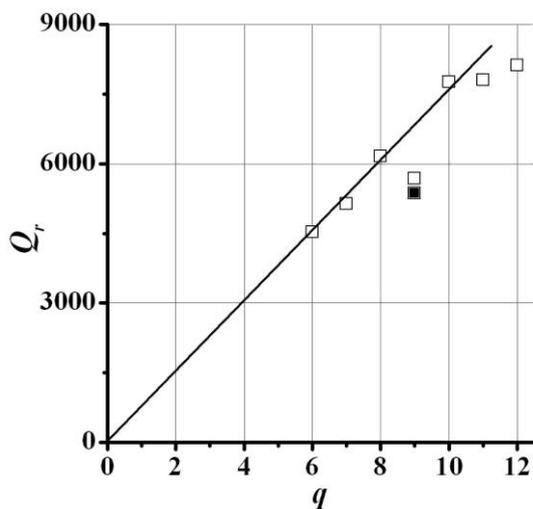


Рис. 9. Собственные добротности $TEM_{0,0,q}$ мод ОР

Из анализа результатов измерений следует, что при $q \leq 10$ и $q \neq 9$ – зависимость $Q_r = Q_r(q)$ описывается линейной функцией. Это означает, что в первом приближении собственные потери ОР определяются тепловыми потерями в зеркалах и не зависят от длины резонатора. При $q \geq 11$ становятся заметными потери вследствие дифракции резонансного поля ОР на апертуре сферического зеркала.

Как показали измерения, в случае возбуждения в ОР гибридного колебания ($q=9$ на рис. 9) собственная добротность парциального $TEM_{0,0,9}$ типа колебаний снижается. Это означает, что при $q=9$ имеется ещё один механизм потерь в резонаторе. По нашему мнению, дополнительные потери обусловлены связью $TEM_{0,0,9}$ типа колебаний с третьей составляющей

$TEM_{2,1,7}$ гибридного колебания. Связь между типами колебаний возникает, по-видимому, вследствие дифракции резонансных полей на апертуре сферического зеркала. Наличие связи приводит к тому, что энергия, запасённая в $TEM_{0,0,9}$ типе колебаний, расходуется также на компенсацию потерь в $TEM_{2,1,7}$ типе колебаний.

Таким образом, экспериментально доказана реализуемость метода импеданса для измерения характеристик ОР в условиях возбуждения гибридного колебания. Наряду с измерением добротностей и резонансных частот составляющих гибридного колебания метод позволяет получить дополнительную информацию об исследуемом резонаторе, например, количественно исследовать связь между типами колебаний в резонаторе.

Выводы. Предложен метод расчёта собственных добротностей, резонансных частот, коэффициентов связи с линией передачи и коэффициента взаимной связи двух парциальных типов колебаний с близкими резонансными частотами, возбуждаемых в объёмном или открытом резонаторе. Метод основан на аппроксимации экспериментально или теоретически полученной зависимости комплексного коэффициента отражения от резонатора дробно-рациональной функцией действительного переменного, описывающей вынужденные колебания в двух связанных колебательных контурах.

Метод апробирован с использованием данных расчёта коэффициента отражения квазиоптического ОР. В частности, показано, что методическая погрешность составляет не более одной десятой процента.

Экспериментально показана возможность применения метода для исследования характеристик ОР при возбуждении гибридного типа колебаний.

Метод может найти применение при исследовании факторов, влияющих на устойчивость вырожденных типов колебаний в резонаторах, а также при измерениях резонаторными методами электрофизических свойств веществ. Метод особенно перспективен в случае применения современных векторных анализаторов СВЧ цепей.

Работа выполнена при частичной поддержке проекта УНТЦ № 3870.

1. Eremenko Z. E., Ganapolskii E. M., Vasilchenko V. V. Exact-calculated resonator method for permittivity measurement of high loss liquids at millimetre wavelength // Measurement Science and Technology. - 2005. - 16. - P.1-9.
2. Barannic A. A., Cherpak N. T., Chuyko D. E. Q-Factor Measurement of Quasi-Optical Dielectric Resonators Under Conditions of the Whispering Gallery Mode Degeneration Removal // IEEE Trans. IM. - 2006. - 55, N1. - P.70-73.

3. Андросов В. П., Велиев Э. И., Вертий А. А. Поляризац-онные и спектральные характеристики открытых резона-торов с внутренними неоднородностями // Изв. вузов. Ра-диофизика. - 26, №3. - С.318-328.
4. Glamazdin V. V., Skresanov V. N., Shubny A. I. Microwave circuits technique for measuring open resonator parameters under conditions of hybrid mode excitation // MSMV'07 Symposium Proceeding. Kharkov, Ukraine. - 2007. - P.726-728.
5. Булгаков Б. М., Гламаздин В. В., Натаров М. П., Скреса-нов В. Н. Свойства квазиоптического резонатора с сосре-доточенным элементом связи. 1 Феноменологическая мо-дель // Радиофизика и электроника. - Харьков: Ин-т ра-диофизики и электрон. НАН Украины. - 1996. - 1, №1. - С.46-53.
6. Ginzton E. L. Microwave Measurements. - New York: McGraw-Hill, 1957.
7. Мирошниченко В. С., Сенкевич Е. Б. Экспериментальное определение параметров эквивалентной цепи открытого резонатора, связанного с линиями передачи // Радиофизика и электроника. - Харьков: Ин-т радиофизики и электр-он. НАН Украины. - 2002. - 7, №2. - С.301-311.
8. Скресанов В. М., Гламаздин В. В., Натаров М. П. та ін. Нові пристрої зв'язку високодобротних НДВЧ резонато-рів з хвилеводами: теорія, проектування, експеримент // Пріоритети наукової співпраці ДФФД і БРФФД: Матеріа-ли спільних конкурсних проєктів Державного фонду фун-даментальних досліджень і Білоруського республікансь-кого фонду фундаментальних досліджень. - К.: ДІА. - 2007. - С.177-190.
9. Кассандрова О. Н., Лебедев В. В. Обработка результатов наблюдений. - М.: Наука. - 1970.
10. Литвиненко О. Н. Основы радиооптики. - Киев.: Техніка, 1974. - 208 с.
11. Штейнштейгер В. Б. Явления взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах. - М.: Оборонгиз, 1955. - 115 с.
12. Белоус О. И., Булгаков Б. М., Скресанов В. Н. и др. Квази-оптический генератор Ганна с увеличенным диапазоном перестройки частоты // Приборы и техн. эксперимента. - 1988. - №1. - С.125-127.
13. Andreev M. V., Miroshnichenko V. S., Senkevich Ye. B. et al. Determination of oscillation parameters of open resonator systems using fractional-rational approximation by continued fraction // MSMV'07 Symposium Proceeding. Kharkov, Ukraine. - 2007. - P.334-336.

IMPEDANCE METHOD FOR INVESTIGATION OF OPEN RESONATOR CHARACTERISTICS UNDER CONDITIONS OF HYBRID MODE EXCITATION

V. V. Glamazdin, V. N. Skresanov, A. I. Shubny

The method of account of the unloaded Q -factors, resonance frequencies, coupling coefficients with a transmission line and mutual coupling coefficient of two partial modes with closely located resonance frequencies excited in resonator has been offered. The method is based on the approximation of experimental or theoretical dependence of complex-valued reflection coefficient of a resonator by a rational function of the real variable that describes the inducted oscillation in two coupled circuits. The method is approbated by using of data of account of reflection coefficient of a quasioptical OR and applied to open resonator characteristic investigation under conditions of hybrid mode excitation.

Key words: resonator measurements, microwave circuits, mode degeneration, quality-factor.

МЕТОД ІМПЕДАНСУ В ДОСЛІДЖЕННІ ХАРАКТЕРИСТИК ВІДКРИТИХ РЕЗОНАТОРІВ ПРИ ЗБУДЖЕННІ ГІБРИДНИХ ТИПІВ КОЛИВАНЬ

В. В. Гламаздин, В. М. Скресанов, О. І. Шубний

Запропоновано метод розрахунку власних добротностей, резонансних частот, коефіцієнтів зв'язку з лінією передачі та коефіцієнта взаємного зв'язку двох парціальних типів коливань з близькими резонансними частотами, що збуджуються в резонаторі. Метод засновано на апроксимації експериментально або теоретично одержаної залежності комплексного коефіцієнта відбиття від резонатора дробно-раціональною функцією дійсної змінної, яка описує вимушені коливання в двох зв'язаних коливальних контурах. Метод апробовано з використанням даних розрахунку коефіцієнта відбиття квазіоптичного відкритого резонатора (ВР) та застосовано для дослідження характеристик ВР в умовах збудження гібридного коливання.

Ключові слова: резонаторні вимірювання, НВЧ кола, виродження типів коливань, добротність.

Рукопись поступила 8 ноября 2007 г.