

## Оптимальная интерполяция данных дистанционного зондирования морской поверхности

Выполнен анализ статистической структуры данных дистанционного зондирования поверхностных полей температуры и концентрации хлорофилла в северо-западной части Черного моря с целью применения метода оптимальной интерполяции для построения карт этих полей по сокращенному объему данных. Найдены масштабы сглаживания для выделения случайных составляющих полей и проведена оценка их отличия от статистической модели, однородной и изотропной по пространственным коэффициентам корреляции. Построены функции спектральных плотностей вдоль различных разрезов и определены наилучшие интервалы дискретизации полей для проведения оптимальной интерполяции с заданной точностью. Показано, что построение карт полей в условиях контролируемой точности восстановления их значений возможно при существенном сокращении объемов исходной спутниковой информации. Рассмотрена методика оценки наилучших объемов данных, необходимых для применения оптимальной интерполяции. Приведены примеры использования этой методики с применением данных дистанционного зондирования полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла.

### Введение

При построении карт пространственных полей в метеорологии и океанографии возникает задача интерполяции данных наблюдений из тех точек, где они были выполнены, во все узлы сеточной области, покрывающей район картирования. Основным методом, дающим решение указанной задачи, является вероятностный метод оптимальной интерполяции, предложенный А.Н. Колмогоровым [1] и получивший развитие в многочисленных исследованиях по проблеме проведения объективного анализа полей атмосферы и океана [2 – 4]. Во многих метеорологических и океанографических работах было показано, что метод оптимальной интерполяции обеспечивает высокую точность построения карт при условии тщательного анализа наблюдений и учета вероятностных свойств этих полей. К их числу относится проверка однородности и изотропности интерполируемых полей по отношению к основным элементам их статистической структуры: средним значениям, дисперсиям и коэффициентам корреляции, которые используются в методе Колмогорова. Эти вопросы приобретают актуальность в связи с развивающейся технологией оперативного диагноза и прогноза полей морской среды. Вероятностные методы ассимиляции данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), используемые в практике оперативного диагноза и прогноза полей Черного моря, также опираются на метод оптимальной интерполяции невязок прогнозов по отношению к данным наблюдений [5, 6].

С ассимиляцией данных непосредственно связана проблема их предварительной фильтрации. Суть ее состоит в том, что для уменьшения ошибок ин -

терполяции информация о компонентах полей, спектры которых не могут быть определены сеткой измерений, должна быть исключена из рассмотрения. С этой целью необходимо предварительное сглаживание (префильтрация) [3, 7] наблюдений. При картировании полей по данным контактных измерений информации для проведения префильтрации, как правило, бывает недостаточно. Поэтому возникающие погрешности обычно не анализируются. Иная ситуация складывается при обработке результатов ДЗЗ. Спутниковые наблюдения дают значительные массивы различных параметров состояния поверхности моря, что в принципе позволяет корректно определить верхнюю границу их спектров и оценить степень осреднения реальных полей, сопровождающую их картирование.

В настоящей работе проводится анализ статистической структуры полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла в верхнем слое Черного моря по данным спутниковых наблюдений, полученных с помощью сканирующего оптического спектрометра *MODIS (Aqua)*. Данные второго уровня обработки были получены из архива *GSFC* (<http://oceancolor.gsfc.nasa.gov>) и дополнительно обработаны программным комплексом МГИ НАН Украины [8, 9]. В задачи настоящего исследования входило выделение случайных составляющих полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла из массивов данных ДЗЗ, анализ их статистических свойств, построение карт полей методом оптимальной интерполяции при использовании сокращенных массивов натуральных измерений и оценка точности интерполяции с учетом отличия случайных составляющих реальных полей от однородной и изотропной модели.

### **Используемые данные и методика исследования статистической структуры полей**

Исходные данные измерений были размещены на равномерной сетке с шагом 1 км. Ряды наблюдений по параллели и меридиану на северо-западном шельфе Черного моря (СЗШ ЧМ) включали в себя до 370 измерений на разрезе, что позволило выполнить анализ статистической структуры полей. Предварительно проводилась проверка данных на содержание в них случайных выбросов и пропусков значений.

Основой анализа статистической структуры исследуемого пространственного поля является оценка его однородности по отношению к первым двум моментам распределения вероятностей его значений: средним по некоторым областям поля и пространственным корреляционным функциям. Выполняя пространственное скользящее осреднение поля с некоторым масштабом  $L$

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{L} \int_x^{x+L} f(x) dx, \quad (1)$$

$$f(x) = \bar{f} + f', \quad (2)$$

разделим его на две составляющие. Одну из них условно можно принять за детерминированную составляющую  $\bar{f}$  и использовать по отношению к ней детерминированные методы интерполяции (линейные, полиномиальные и

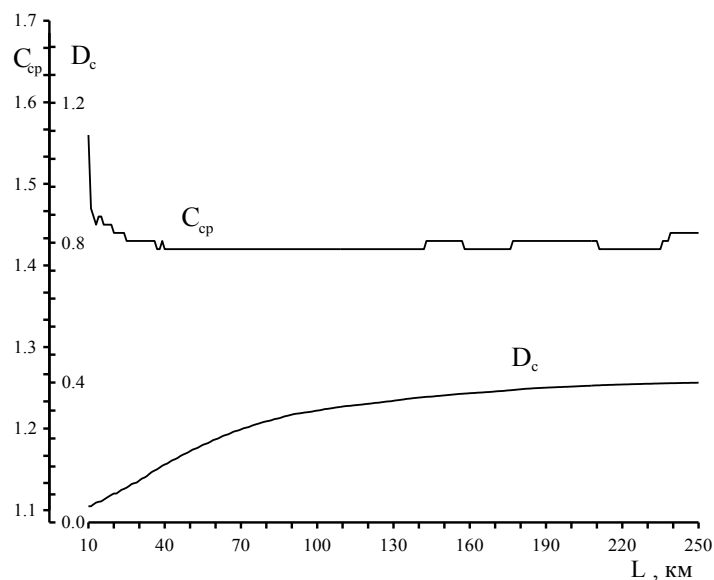
др.). Другая составляющая  $f'$ , получаемая путем вычитания  $\bar{f}$  из поля  $f$ , может рассматриваться как случайная. Именно по отношению к ней должна быть проанализирована обоснованность использования метода оптимальной интерполяции. Варьируя масштаб  $L$  операции скользящего осреднения поля, можно добиться наилучшего соответствия случайной составляющей поля гипотезе об ее однородности и изотропности.

Применим операцию скользящего осреднения к данным спутниковых измерений поверхностных значений концентрации хлорофилла и температуры Черного моря для разделения их на детерминированные и случайные составляющие. Обозначим наилучшие с точки зрения однородности случайных составляющих масштабы скользящего осреднения рядов наблюдений температуры –  $L_{от}$  и концентрации хлорофилла –  $L_{ос}$ . Для их нахождения воспользуемся следующими условиями: математические ожидания  $M_f$ , дисперсии  $D_f$ , а также коэффициенты корреляции, вычисленные при фиксированных расстояниях между точками поля  $x_1$  и  $x_2$  в различных его частях и при различных ориентациях отрезка  $[x_1, x_2]$  на плоскости

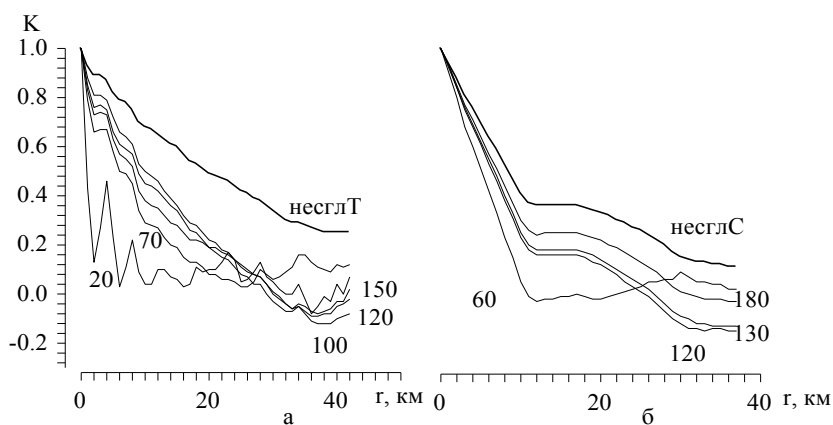
$$K(x_1, x_2) = E\{f'(x_1)f'(x_2)\}, \quad (3)$$

должны иметь минимальный разброс значений по отношению к некоторым средним величинам, которые соответствуют не оптимальному масштабу осреднения.

Указанный анализ данных спутниковых измерений поверхностных значений концентрации хлорофилла и температуры в Черном море был проведен на выбранных разрезах вдоль параллелей от  $44^{\circ}00'$  до  $46^{\circ}30'$  с.ш. и меридианов от  $28^{\circ}40'$  до  $33^{\circ}50'$  в.д. на северо-западном шельфе. Примеры полученных зависимостей показаны на рис. 1 для разреза по  $44^{\circ}30'$  с.ш. Видно, что наилучшее разделение поля концентрации хлорофилла на детерминированную и случайную составляющие достигается при масштабах скользящего осреднения, превышающих 100 км. Рис. 2 позволяет оценить зависимость пространственных корреляционных функций случайных составляющих полей концентрации хлорофилла и поверхностной температуры от масштабов скользящего осреднения. Показано, что оптимальные в указанном выше смысле масштабы осреднения этих полей отличаются между собой на одном и том же разрезе. Это следует также из табл. 1, где приведены оптимальные масштабы осреднения  $L_{от}$  и  $L_{ос}$  на разрезах вдоль параллелей и меридианов на СЗШ ЧМ. Здесь приняты следующие обозначения характеристик температуры и концентрации хлорофилла:  $L_{от}, L_{ос}$  – оптимальные масштабы осреднения;  $r_{kb}, r_{kc}$  – пространственные радиусы корреляции (вычисленные при  $K = 0,3$ );  $D_t, D_c$  – дисперсии;  $t$  – температура;  $C$  – концентрация хлорофилла;  $N_t, N_c$  – число точек измерений на разрезе поля.



**Р и с. 1.** Зависимости математического ожидания и дисперсии концентрации хлорофилла от масштаба осреднения  $L$  на разрезе по  $44^{\circ}30'$  с.ш. на СЗШ ЧМ



**Р и с. 2.** Корреляционные функции температуры (а) и концентрации хлорофилла (б) 06. 07. 2006 г. на разрезе по  $45^{\circ} 30'$  с.ш. на СЗШ ЧМ при различных масштабах сглаживания (цифры у кривых соответствуют масштабу сглаживания  $L$ )

С ростом широты и уменьшением долготы  $L_{от}$  и  $L_{ос}$  уменьшаются, а различия между ними меняются неравномерно. Обусловлено это тем, что при указанных условиях на северо-западном шельфе не одинаково растут неоднородности распределений хлорофилла и температуры. В глубоководном районе моря, где эти распределения наиболее однородны, их оптимальные масштабы осреднения  $L_{от}$  и  $L_{ос}$  почти совпадают, составляя  $\sim 200$  км. С продвижением на север и запад, по мере приближения к береговой черте, оптимальные масштабы осреднения уменьшаются и на разрезе  $46^{\circ}$  с.ш. они составляют для температуры 125 – 150 км, для хлорофилла 75 – 110 км (табл. 1).

**Статистические характеристики при оптимальном осреднении  
температуры и концентрации хлорофилла на разрезах  
северо-западного шельфа Черного моря (06.07.2006 г.)**

Разрезы	$L_{от}$ , км	$L_{ос}$ , км	$r_{kl}$ , км	$r_{kc}$ , км	$D_t$ , (°C) <sup>2</sup>	$D_c$ , (мг/м <sup>3</sup> ) <sup>2</sup>	$t$ , °C	$C$ , мг/м <sup>3</sup>	$N_t$	$N_c$
44° с.ш.	160 – 210	180 – 216	12	11,5	0,25	0,39	22,4	1,42	372	361
44,5° с.ш.	160 – 206	180 – 230	13	26	0,7	0,91	22,6	1,97	323	290
45° с.ш.	134 – 179	134 – 210	18	18	0,86	1,43	22,5	1,81	277	254
45,5° с.ш.	120 – 150	110 – 180	13,5	9,8	0,5	0,24	22,8	2,6	216	187
46° с.ш.	125 – 150	75 – 110	10,3	24	0,18	4,8	22,5	4,24	181	153
46,5° с.ш.	70	60	10	10	2,8	1,8	22,5	11,3	71	60
30° в.д.	60 – 110	60 – 90	4,5	5,3	0,12	3,6	23,1	5,8	174	160
30,5° в.д.	60 – 110	90 – 110	6,5	12	0,08	2,7	22,7	3,3	197	194
31° в.д.	80 – 120	80 – 130	9	9,8	0,08	2,3	22,8	2,3	208	208
31,4° в.д.	80 – 135	100 – 155	12	8,3	0,08	1,7	22,3	2,3	238	237
32° в.д.	90 – 120	85 – 140	24	4,6	0,17	0,04	21,8	1,3	212	211
32,4° в.д.	90 – 135	60 – 125	22	4,6	0,28	0,76	21,7	1,4	238	237

Из анализа изменчивости корреляционных функций, приведенных на рис. 2, следует, что они наименее изменчивы при приближении масштабов осреднения к оптимальным:  $L_{or} = 120 - 150$  км,  $L_{oc} = 120 - 180$  км. Радиусы корреляции рассматриваемых параметров при  $K = 0,3$  в СЗШ ЧМ изменялись в пределах 4,5 – 26 км (табл. 1), при  $K = 0,1$  возрастали примерно вдвое. При этом они изменялись вдоль параллелей и меридианов (табл. 1). Вместе с тем имело место определенное подобие в поведении пространственных корреляционных функций каждого из случайных полей, что позволило использовать эти функции для построения карт полей поверхностной концентрации хлорофилла и поверхностной температуры методом оптимальной интерполяции.

Одной из целей анализа статистической структуры поля является определение наилучшего шага (расстояние между соседними узлами) интерполяционной сетки для расчета карты поля. Как известно, основой для выбора оптимального шага сетки является связь этого параметра с шириной основания спектра поля. Предположим, что интерполяционная сетка является квадратной и имеет шаг  $a$ . По аналогии с интервалом корреляции под шириной основания спектра поля будем понимать верхнее граничное волновое число  $k_c$ , при котором кривая спектральной плотности падает до 0,1 от своего максимума.

В работе [7] показано, что для однородных и изотропных случайных полей (в предположении неограниченной в пространстве сеточной области) существует преобразование Фурье, которое вводит квадратную «спектральную» сетку в соответствующее пространство волновых чисел. Обозначим шаг спектральной сетки через  $b$ . Тогда для двумерных случайных полей, представленных в узлах такой сетки, справедливо следующее обобщение теоремы Котельникова [10]:

$$a^2 b^2 = (2\pi)^2. \quad (4)$$

Соотношение (4) применимо для тех случаев, когда окружности оснований спектров однородного и изотропного поля, центры которых расположены в соседних узлах спектральной сетки, соприкасаются не пересекаясь [2, 7]. Обозначим радиус окружности основания спектра через  $k_c$ . Так как  $b = 2k_c$ , из формулы (4) получим  $a = \pi k_c^{-1}$ . Верхнее граничное волновое число пространственного спектра случайной составляющей поля существенно зависит от масштаба его осреднения в соответствии с формулой (1). Для каждого из использованных масштабов  $L_o$  может быть найден наилучший интервал пространственной дискретизации поля  $a_o = \pi k_{c0}^{-1}$ .

Аппроксимируем корреляционные функции случайных составляющих полей температуры и концентрации хлорофилла, рассчитанные вдоль измеренных профилей полей (рис. 2), экспоненциальными зависимостями

$$K(r) = D e^{-\alpha|r|}. \quad (5)$$

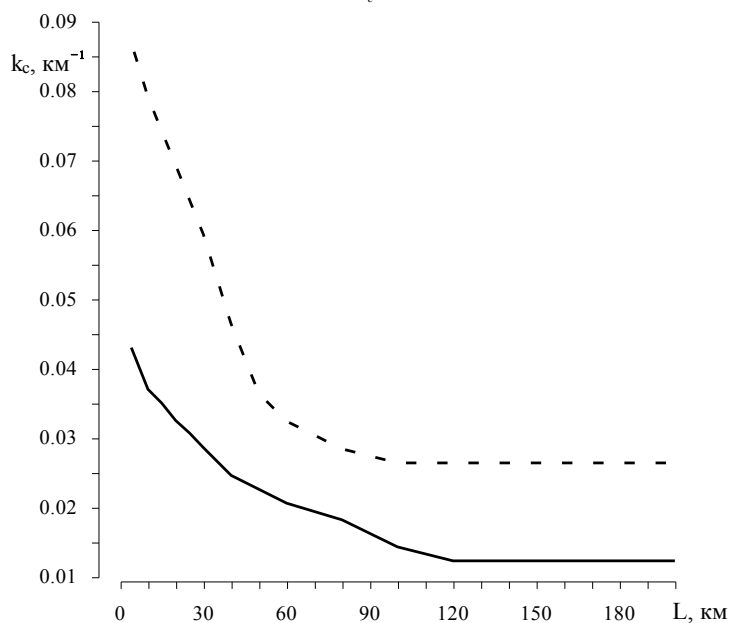
Тогда спектральные плотности случайных составляющих приближенно можно представить в следующем виде [11]:

$$S(k) = \frac{D\alpha}{\pi(\alpha^2 + k^2)}. \quad (6)$$

С помощью формул (5) и (6) нетрудно оценить значения верхнего волнового числа  $k_c$  для каждого из использованных масштабов  $L_o$ . На рис. 3 приве-

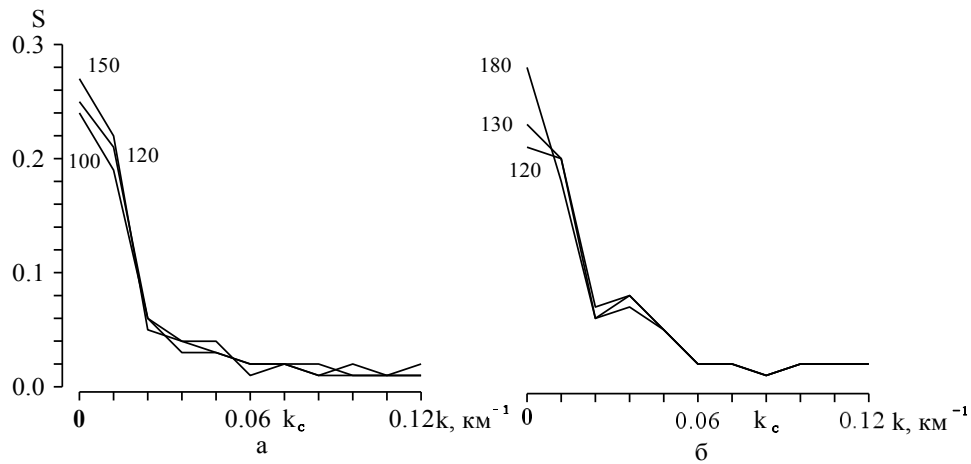
дена зависимость параметра  $k_c$  полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла от масштаба осреднения для разреза по 43° с.ш. Видно, что при масштабах осреднения поверхностной температуры и концентрации хлорофилла, превышающих 100 км, параметр  $k_c$  равен 0,0123 км<sup>-1</sup> и 0,0264 км<sup>-1</sup> соответственно. Наилучшие интервалы дискретизации полей (шаги сеток измерений) для этого случая следующие: для поля температуры  $a_{ot} = 41,6$  км, для поля концентрации хлорофилла  $a_{oc} = 19,2$  км. Если при оптимальной интерполяции увеличить шаг сетки измерений по сравнению с этими значениями, то появится ошибка интерполяции. Ее среднее значение может быть оценено по формуле из работы [12]

$$\bar{\varepsilon} = \int_{k_c}^{\infty} S(k) dk. \quad (7)$$



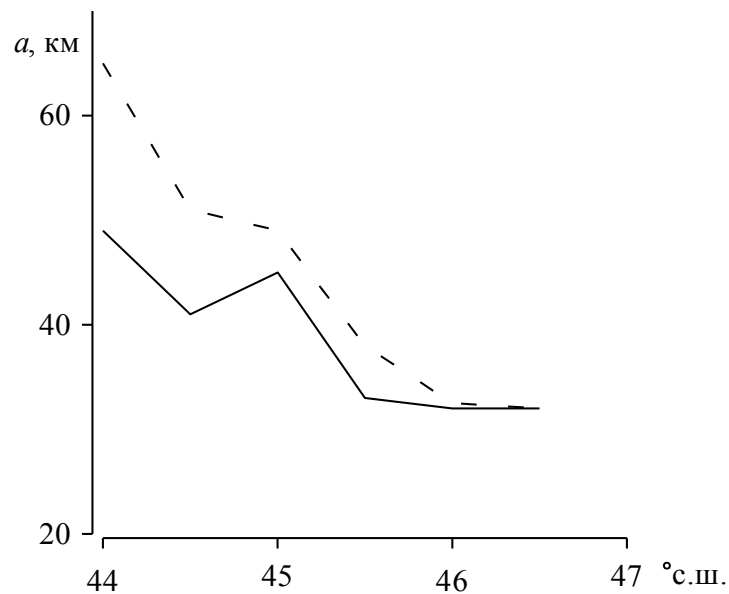
Р и с. 3. Зависимости граничной частоты спектра  $k_c$  поверхностной температуры (сплошная линия) и концентрации хлорофилла (штриховая) от масштаба осреднения на разрезе по 43° с.ш.

Предположим, что средняя погрешность интерполяции полей концентрации хлорофилла и температуры по данным ДЗЗ на разрезах СЗШ ЧМ не должна превышать 20% от дисперсии случайных составляющих полей. Оценим необходимые для этого расстояния между отсчетами, т.е. шаги сеток измерений. Примеры спектральных функций концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности на разрезе по 45°30' с.ш. при различных масштабах сглаживания приведены на рис. 4. Согласно этому рисунку, спектральные функции практически не зависят от выбора масштабов сглаживания, когда их значения  $L_0$  лежат в диапазоне 100 – 150 км для хлорофилла и 120 – 180 км для поверхностной температуры. В этих условиях 20%-ной точности восстановления полей (теоретически) можно добиться при выборе шага сетки измерений ~ 50 км.



**Р и с. 4.** Спектральные функции температуры (а) и концентрации хлорофилла (б) 06.07.2006 г. на разрезе по 45° 30' с.ш. на СЗШ ЧМ при масштабах оптимального сглаживания 100 – 180 км

Однако ввиду фактического отклонения статистической структуры полей от однородной и изотропной модели имеет место зависимость спектральных функций, а следовательно, и оптимальных шагов сеток измерений  $a_{oc}$  и  $a_{of}$  от широты. Результаты анализа приведены на рис. 5: наибольшие значения оптимального шага, а также различия между  $a_{oc}$  и  $a_{of}$  наблюдались на юге СЗШ ЧМ (51 и 65 км соответственно), однако при движении на север эти значения уменьшались, достигая 32 км на 46°30' с.ш.



**Р и с. 5.** Зависимости оптимального шага измерений концентрации хлорофилла (сплошная линия) и температуры (штриховая) от широты на СЗШ ЧМ



Таким образом, для обеспечения 20%-ной точности картирования полей следует использовать сетку измерений с шагом  $\sim 30$  км. В общем случае данные измерений в узлах этой сетки должны быть дополнительно сглажены путем скользящего осреднения – префльтрации, которая должна уменьшить волновое число на верхней границе спектральной плотности поля до величины, определяемой формулой (4), т.е. до  $k_c' = \pi (30)^{-1}$  км<sup>-1</sup>. В рассматриваемом случае волновые числа спектральных плотностей на верхней границе были намного ниже этого значения. В соответствии с графиками, приведенными на рис. 4, они составляли 0,05 – 0,07 км<sup>-1</sup>. Поэтому операция префльтрации данных не требовалась.

### Алгоритм оптимальной интерполяции

Рассмотрим случайную составляющую поля природной среды  $f(x)$ . Будем считать, что  $x$  – вектор пространственных координат, задающий конкретную точку поля. Примем, что измерения производятся без какого-либо осреднения полей, однако в общем случае они содержат погрешности  $v(x)$ . Это позволяет представить формулу измерений в следующем виде:

$$z(x) = f(x) + v(x). \quad (8)$$

Обычно процедура измерений такова, что погрешности не зависят от величины самого поля. Кроме того, погрешности измерений в различных точках не связаны между собой, поскольку измерения выполняются независимо друг от друга. Поэтому, используя коэффициенты корреляции, для ошибок измерений можно ввести вероятностную модель

$$M\{v(x_n) v(x_m)\} = R(x_n, x_m) \delta(x_n - x_m), \quad (9)$$

$$M\{v(x_n) f(x_m)\} = M\{v(x_n)\} = 0, \quad (10)$$

где  $R(x_n, x_m)$  – дисперсия погрешностей измерений;  $\delta(x_n - x_m)$  – дельта-функция Дирака, которая равна единице при  $n = m$  и обращается в нуль при  $n \neq m$ . Таким образом, предполагается, что погрешности измерений не коррелированы между собой для отдельных точек. Однако в различных точках поля дисперсии ошибок измерений представляют собой функции координат  $R(x)$ . Принципиальным для расчета карты полей является удаление конкретного измерения от точки интерполяции, так как измерения, находящиеся на значительном расстоянии, будут иметь слабые статистические связи с этой точкой и их использование при интерполяции нецелесообразно.

Оценку  $f^*(x)$  будем искать как линейную комбинацию измерений рассматриваемого поля

$$f^*(x) = \sum_{p=1}^N g(x, x_p) z(x_p), \quad (11)$$

в которой весовые коэффициенты  $g(x, x_p)$  должны учитывать вклад каждого из наблюдений в восстановление поля (где  $N$  – число точек, попавших в ра-

диус корреляции). Задача заключается в таком выборе этих коэффициентов, при котором ошибка восстановления поля станет минимальной. Удобной мерой ошибки восстановления является среднеквадратическая погрешность интерполяции  $f(x)$

$$\varepsilon(x) = M\{[f(x) - f^*(x)]^2\}. \quad (12)$$

Для нахождения оптимальных значений весовых коэффициентов в формуле (11) подставим ее в формулу (12) и возведем в квадрат выражение, стоящее в квадратных скобках. Минимальные значения ошибки интерполяции достигаются в том случае, когда производные по  $g(x, x_p)$  ( $p = 1, 2, \dots, N$ ) от формулы (12) обращаются в нуль. Выполняя эти действия, приходим к следующей системе алгебраических уравнений для нахождения весовых коэффициентов оптимальной интерполяции [4]:

$$K(x, x_n) = \sum_{p=1}^N g(x, x_p)[K(x_p, x_n) + R(x_p, x_p)], \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (13)$$

Полученная система уравнений позволяет определить все необходимые весовые коэффициенты интерполяции, минимизирующие ошибку расчета поля  $f(x)$ .

Свойством алгоритма оптимальной интерполяции является возможность оценить ошибку восстановления поля в данной точке еще до того, как будут выполнены измерения в конкретной системе окружающих ее точек. Точность восстановления поля определяется количеством измерений, участвующих в интерполяции, и их расположением по отношению к точке интерполяции. Для того чтобы убедиться в этом, нужно подставить систему уравнений (13) в преобразованное описанным выше способом выражение для дисперсии ошибки интерполяции (12). Опуская несложные выкладки, приведенные в [4], получим

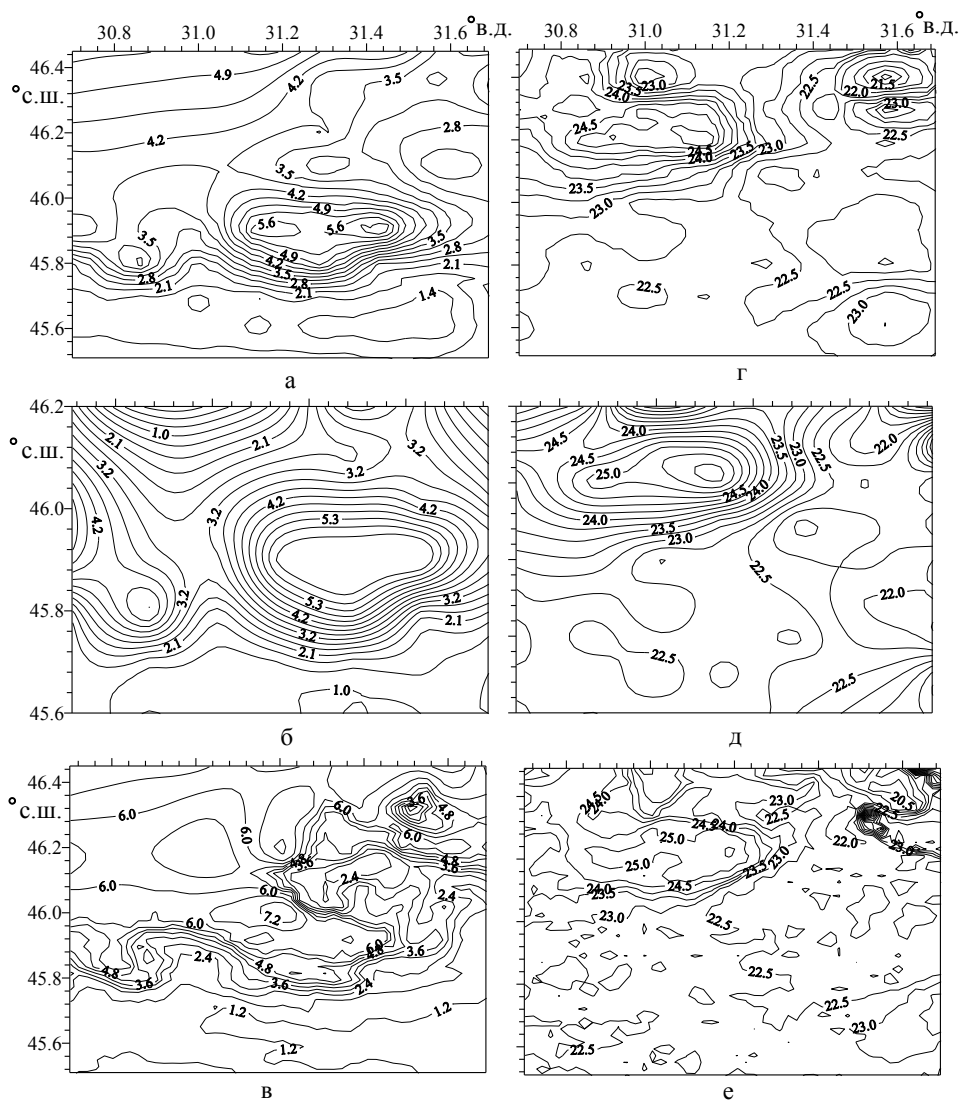
$$\varepsilon(x) = K(x, x) - \sum_{p=1}^N g(x, x_p) K(x, x_p). \quad (14)$$

Очевидно, что измеренные значения поля не влияют на ошибку интерполяции (14). Первое слагаемое справа представляет собой дисперсию поля  $f(x)$  в точке интерполяции до выполнения оптимальной интерполяции. Поэтому полученная формула показывает, насколько уменьшилась первоначальная неопределенность наших знаний о поле в точке  $x$  после выполнения интерполяции с оптимальными весовыми коэффициентами. Формулы (11), (13) и (14) образуют алгоритм оптимальной интерполяции, предложенный А.Н. Колмогоровым [1]. Он позволяет рассчитывать карты случайных полей природной среды на основе вероятностной модели.

#### **Результаты картирования полей методом оптимальной интерполяции**

Применим алгоритм оптимальной интерполяции для восстановления полей концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности в узлах квадратной сетки с шагом 1 км, покрывающей центральную часть СЗШ ЧМ. Выбор такого шага сетки обусловлен описанными выше данными дистанци-

онного зондирования этих полей. С целью упрощения вычислений примем, что данные наблюдений не содержат погрешностей и, следовательно, дисперсии ошибок измерений случайных составляющих  $R(x_p, x_p)$  в системе уравнений (13) равны нулю.



**Р и с. 6.** Распределения полей концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности в центре СЗШ ЧМ: расчетные (а, г) по данным с шагом 1 км; натурные по данным с шагом 10 км (б, д) и 1 км (в, е)

Выполненный выше анализ статистической структуры случайных составляющих полей концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности показал, что шаги сеток измерений для восстановления каждого из полей в узлах интерполяционной сетки могут быть значительно увеличены без заметной потери точности картирования. Максимальный шаг для каждого из полей не должен превышать 30 км. Поэтому для надежного восстановления полей по имеющимся данным образована квадратная сетка измерений с шагом 10 км. Таким образом, была поставлена задача: построить поля в узлах

сетки с шагом 1 км, используя более редкую сетку измерений с шагом 10 км, и сравнить результаты интерполяции с имевшимися данными наблюдений.

Качественный анализ точности интерполяции был выполнен путем сравнения карт в изолиниях, построенных по результатам оптимальной интерполяции, с картами полей, построенными непосредственно по данным наблюдений. При этом по данным наблюдений построены изолинии полей при различных шагах сетки: в первом случае использована сетка с шагом 10 км, во втором – 1 км.

Результаты оптимальной интерполяции полей концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности в квадрате СЗШ ЧМ  $1^\circ$  широты  $\times 1^\circ$  долготы приведены на рис. 6 а, г. На рис. 6, б, д и 6, в, е показаны изолинии концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности, построенные по данным сеток измерений с шагом 10 и 1 км соответственно. Из рис. 6, а, г видно, что изолинии, представляющие результаты оптимальной интерполяции, ближе к построенным по натурным данным с шагом 1 км (рис. 6, в, е), чем с шагом 10 км (рис. 6, б, д). Имеющиеся отличия состоят в том, что картина расчетного поля выглядит более сглаженной, чем распределения натуральных данных, однако она сохраняет все их особенности. В этом проявляется используемый в методе оптимальной интерполяции сглаживающий эффект взвешивания данных наблюдений с весами, учитывающими корреляционные связи.

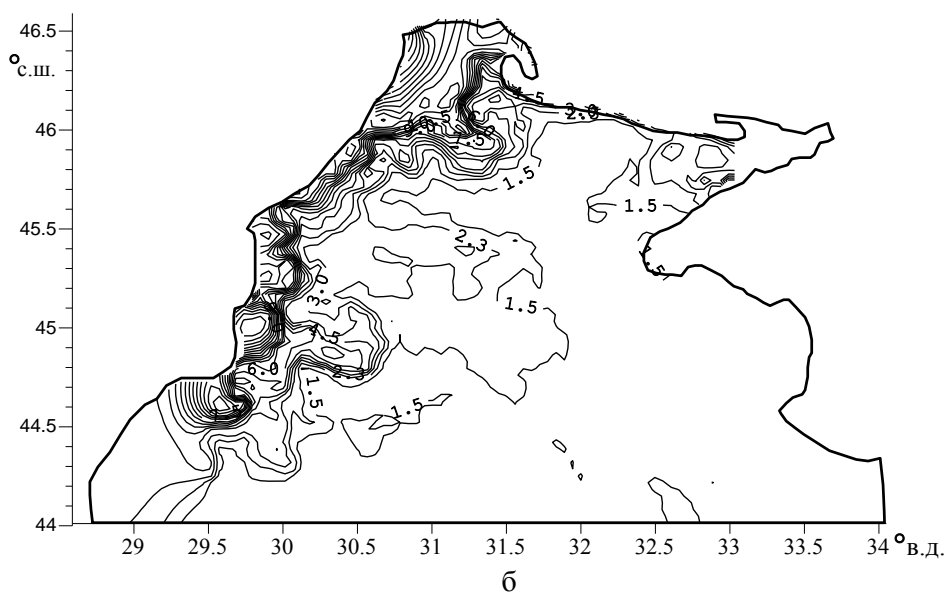
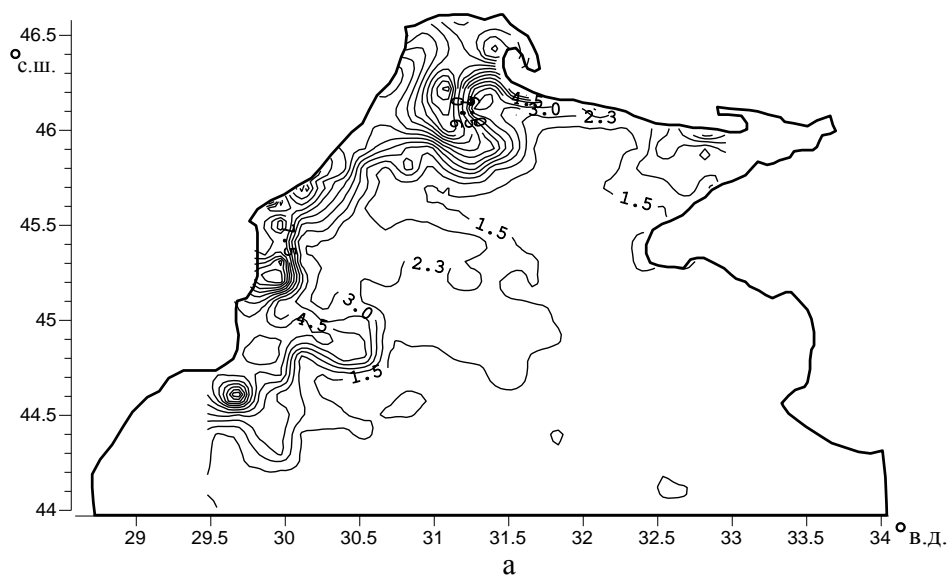
Для количественного сравнения расчетных и натуральных данных исследовались их статистические характеристики (табл. 2). Расчетные величины, приведенные в верхней части табл. 2, характеризуют результаты оптимальной интерполяции при использовании различного количества данных, снимаемых с сетки измерений. Было проведено три вычислительных эксперимента, в которых задавались различные радиусы корреляции полей  $r_k$ , соответствующие значениям корреляции  $K(r_k)$ , равным 0,1; 0,2; 0,3. Радиусы корреляции менялись при изменении широты в следующих пределах: 13 – 49 км при  $K(r_k) = 0,1$ ; 13 – 35 км при  $K(r_k) = 0,2$ ; 10 – 26 км при  $K(r_k) = 0,3$ . В нижней части табл. 2 представлены сведения о рядах натуральных измерений с шагом 10 и 1 км. В верхней строке каждого блока данных приводятся величины концентрации хлорофилла, в нижней – температуры морской поверхности. Дисперсия поля, рассчитанная теоретически, обозначена  $\varepsilon_0$ , среднее значение абсолютной погрешности параметра –  $\Delta f$ , среднее значение относительной погрешности параметра –  $\Delta f/f$ . Отметим, что рассчитанные и натурные величины средних и экстремальных значений концентрации хлорофилла и температуры морской поверхности отличаются незначительно, всего на 1,10% для хлорофилла и на 0,12% – для температуры. Средние значения абсолютной и относительной погрешности интерполяции дают достаточно хорошие результаты: для концентрации хлорофилла  $0,56 \text{ мг} \cdot \text{м}^{-3}$  и 23%, для температуры морской поверхности  $0,29^\circ\text{C}$  и 1,2%. Эти погрешности практически не зависели от изменения радиуса корреляции, хотя его величина возросла примерно вдвое. При таком увеличении относительные погрешности расчетов температуры и концентрации хлорофилла уменьшились на 1 и 3% соответственно (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

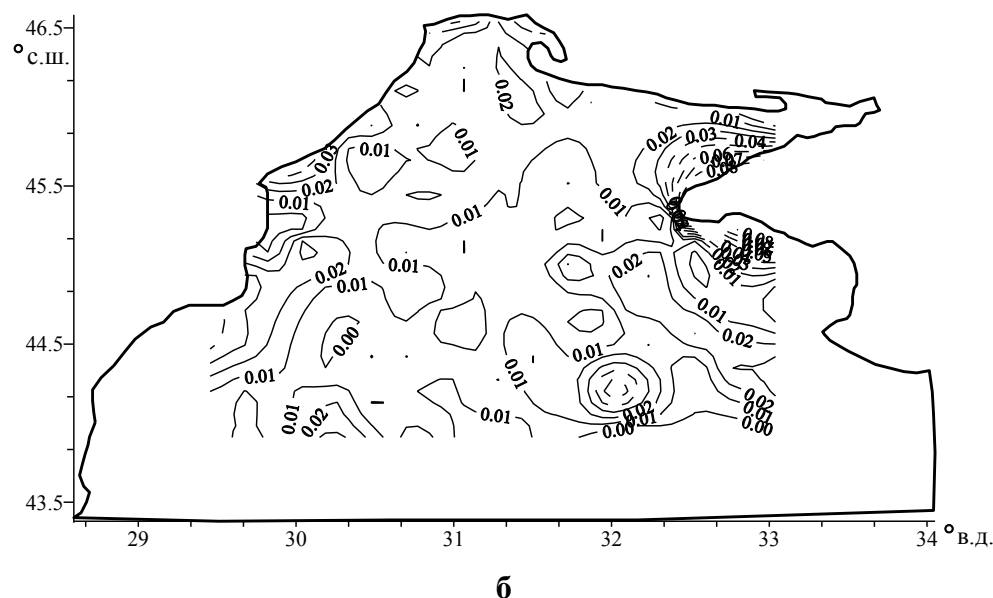
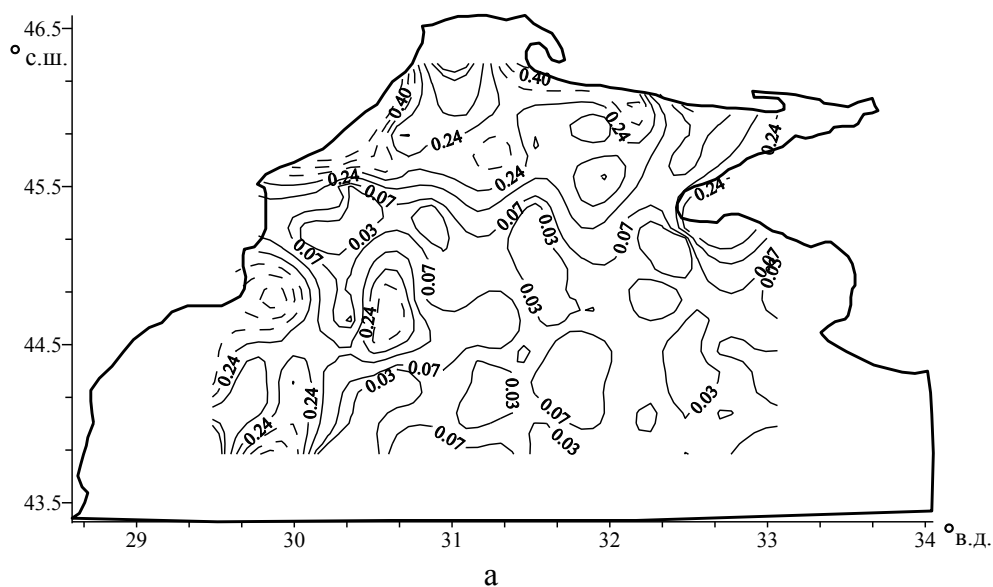
**Статистические характеристики натуральных измерений и вычислений методом оптимальной интерполяции концентрации хлорофилла и температуры на северо-западном шельфе Черного моря (06.07.2006 г.)**

Расчетные и натурные данные	$f_{\text{ср}}$	$f_{\text{min}}$	$f_{\text{max}}$	$\varepsilon_0$	$\Delta f$	$\Delta f/f$
Расчетные данные с шагом 1 км при $K = 0,1$	2,68	1,05	6,4	0,43	0,56	0,23
	22,93	20,6	25,5	0,53	0,29	0,012
Расчетные данные с шагом 1 км при $K = 0,2$	2,69	1,05	6,4	0,43	0,57	0,23
	22,93	20,6	25,5	0,53	0,29	0,012
Расчетные данные с шагом 1 км при $K = 0,3$	2,72	1,19	6,4	0,39	0,59	0,26
	22,93	20,81	25,36	0,50	0,3	0,013
Натурные данные с шагом 10 км	2,65	1,05	6,4	–	–	–
	22,96	20,6	25,5	–	–	–
Натурные данные с шагом 1 км	2,66	0,95	6,5	–	–	–
	22,9	19,24	28,9	–	–	–

В следующем вычислительном эксперименте расчетная область оптимальной интерполяции была расширена до размеров акватории СЗШ ЧМ. Результаты проведенных расчетов иллюстрируют рис. 7 и 8. Из их сравнения следует, что визуальное различие между расчетными и натурными данными минимально. Это также подтверждается и оценкой погрешности этих расчетов. Относительная погрешность расчетов концентрации хлорофилла (рис. 8, а) в южной и восточной частях СЗШ ЧМ была минимальной, ~ 4%, в то время как в западной и северной частях она резко возрастала до 50%. Однако на преобладающей площади акватории относительная погрешность оптимальной интерполяции концентрации хлорофилла составляла 20%.



**Р и с. 7.** Изолинии расчетных (а) и натуральных (б) значений поверхностной концентрации хлорофилла, полученных на сетке с шагом 1 км



**Р и с. 8.** Распределение по акватории СЗШ ЧМ относительной погрешности оптимальной интерполяции поверхностных значений концентрации хлорофилла (а) и температуры (б) при шаге сетки измерений 32 км

Относительные погрешности оптимальной интерполяции температуры с минимальными значениями занимали преобладающую площадь акватории СЗШ ЧМ. Это западная, центральная и южная части шельфа, где они составляли ~ 1%. Сравнительно большие относительные погрешности температуры, достигающие 5%, наблюдались в некоторых районах западного побережья Крыма и Каркинитского залива (рис. 8, б).

## Заключение

Исследование статистической структуры случайных составляющих данных дистанционного зондирования поверхности СЗШ ЧМ показало возможность картирования полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла методом оптимальной интерполяции в условиях контролируемой точности. Для конкретных массивов спутниковых наблюдений оптимальные масштабы сглаживания полей с целью разделения их на детерминированные и случайные составляющие могут быть найдены путем скользящего осреднения данных с учетом их зависимости от пространственных координат. В качестве критериев оптимальности целесообразно использовать минимальный разброс пространственных коэффициентов корреляции случайных составляющих полей относительно их средних значений, вычисленных для различных районов картируемой области поля и для различных ориентаций в пространстве отрезков, соединяющих точки поля. В соответствии с этими критериями были построены корреляционные и спектральные функции случайных составляющих полей поверхностной температуры и концентрации хлорофилла на акватории СЗШ ЧМ, найдены радиусы корреляции и оптимальные шаги сетки измерений при заданной точности оптимальной интерполяции.

Метод оптимальной интерполяции позволяет рассчитать карты полей при использовании лишь части исходной информации, содержащейся в данных дистанционного зондирования, практически без существенной потери точности представления полей. Это означает, что разработка вероятностной модели поля и анализ статистической структуры массива данных ДЗЗ позволяют существенно уменьшить объем наблюдений, которые необходимо архивировать и хранить для дальнейшего использования. В рассмотренном выше примере проведения оптимальной интерполяции натуральных наблюдений поверхностной температуры и концентрации хлорофилла на северо-западном шельфе Черного моря оказалось возможным увеличить шаг сетки полей с 1 до 10 км. Расчеты, выполненные по сокращенному массиву в центре и на всей акватории СЗШ ЧМ, показали, что средняя относительная погрешность построенной карты концентрации хлорофилла соответствует 0,2 дисперсии поля, поверхностной температуры – ~ 0,1 дисперсии. При этой точности картирования основные особенности пространственных распределений полей хорошо прослеживаются на картах, представленных в изолиниях.

Таким образом, для применения оптимальной интерполяции при картировании полей поверхности моря по данным ДЗЗ необходимо первоначально использовать весь массив имеющихся наблюдений для проведения статистического анализа структуры этих полей. Используя результаты расчетов пространственных спектров и корреляционных функций, необходимо обосновать выбор интервалов между узлами интерполяционной сетки, выполнить (в общем случае) префильтрацию данных и оценить масштабы пространственного осреднения наблюдаемых полей природной среды.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А.Н. Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Серия математ. – 1941. – № 5. – С. 3 – 13.
2. Нелено Б.А., Тимченко И.Е. Системные принципы анализа наблюдений в океане. – Киев: Наук. думка, 1977. – 222с.
3. Timchenko I.E. Stochastic Modeling of Ocean Dynamics. – London – Paris – New-York: Harwood Acad. Publ. Chur, 1984. – 320p.
4. Тимченко И.Е. Системные методы в гидрофизике океана. – Киев: Наук. думка, 1988. – 180с.
5. Коротяев Г.К., Еремеев В.Н. Введение в оперативную океанографию Черного моря. – Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2006. – 382с.
6. Никифоров А.А. Восстановление непрерывной эволюции поля температуры по данным спутниковых альтиметрических измерений // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2004. – Вып. 11. – С. 105 – 111.
7. Petersen D.P., Middleton D. On representation observations // Tellus. –1963. – №15. – P. 387 – 405.
8. Коротяев Г.К., Радайкина Л.Н., Станичный С.В. и др. Развитие методов дистанционного зондирования океана // Космические исследования в Украине в 2002 – 2004 годах. – Киев: Наук. думка, 2004. – С. 15 – 21.
9. Бородин С.В., Давыдова Е.П., Калинин Е.И. и др. Комплексный оперативный спутниковый мониторинг Черного моря // Системы контроля окружающей среды. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 2007. – С. 109 – 111.
10. Котельников В.А. О пропускной способности эфира. – М: Изд-во Упр. связи РККА, 1933. – 62 с.
11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – Москва: Наука, 1964. – 576 с.
12. Харкевич А.А. Спектры и анализ. – М. – Л.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952 г. – 178 с.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,  
Севастополь

Материал поступил  
в редакцию 18.04.08  
После доработки 19.06.08

ABSTRACT Statistical structure of remote sensing data on sea surface temperature and chlorophyll concentration fields in the northwestern Black Sea is analyzed with the purpose to apply the optimal interpolation method for constructing the charts of these fields using the restricted data amount. The scales of data smoothing are found to select random components of the fields; and their difference from the statistical model whose spatial correlation coefficients are homogeneous and isotropic, is estimated. The functions of spectral density are constructed along the different field data series; and the best sampling intervals for optimal interpolation of these fields with the preset accuracy are defined. It is shown that construction of the charts of these fields under the condition of the controlled accuracy of reconstruction of their values is possible at substantial reduction of the initial satellite information content. The method of estimating the best information content required for applying optimal interpolation is considered. The examples of application of this method using remote sensing data on sea surface temperature and chlorophyll concentration are given.