Н.М. Чинкуляк,
І.С. Вода

ФОРМУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ БУДІВЕЛЬНОЇ ОРГАНІЗАЦІЇ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Одним із найважливіших елементів економічної системи є інвестиційно-будівельна галузь. Від її розвитку залежить соціально-економічне становище держави, забезпечення населення необхідним житлом та розширене відтворення основного капіталу підприємств. Сучасний стан галузі потребує негайних комплексних дій держави щодо підтримки й упровадження пріоритетних програм стратегічного розвитку інвестиційно-будівельного комплексу України. Основними їх завданнями є: підвищення інвестиційної привабливості будівельної галузі; стимулювання та впровадження науково-технічних досягнень, тобто інновацій у будівництві; розвиток та підтримка вітчизняних виробників будівельних матеріалів; удосконалення управління інвестиційно-будівельним проектом; формування ефективного механізму ціноутворення; створення сучасної виробничої бази; упровадження діючих механізмів залучення фінансово-кредитних коштів населення для вкладення їх у будівництво; комплексна підтримка держави щодо податкового законодавства, нормативної бази регулювання будівельної галузі України.

Ринковий механізм господарювання визначає багато важливих питань щодо функціонування будівельних підприємств. Одним із них є визначення оптимальної стратегії будівельної організації в умовах невизначеності попиту та формування виробничої діяльності, яка має задовольнити ринкову потребу. Вирішення цього питання забезпечить стабільне функціонування, подальший розвиток та підвищення прибутковості будівельної організації.

Існує достатньо багато підходів до вирішення цього питання. Проте досліджені підходи не завжди достатньо науково обґрунтовані, працюють при дуже жорстких обмеженнях та мають досить трудомісткий алгоритм виявлення оптимальних рішень. У дослідженні [1] запропонована методологія знаходження коефіцієнта економічної рівноваги підприємства, який передбачає, що попит на продукцію відомий, і відношення прибутку до обсягу виробництва постійне як для галузі, так і для підприємства. В іншій роботі [2] запропонована модель вірогідності, яка ґрунтується на аналізі впливу статистичних характеристик економічних показників на вірогідність інтегральних показників стійкості підприємства.

Метою статті є обґрунтування методології знаходження оптимальної стратегії підприємства будівельної галузі в ринкових умовах, яка заснована на теорії ігор.

Будівельне підприємство реалізує m видів будівельних об'єктів. Збут об'єктів залежить від попиту, який може бути в одному з n станів. За даними минулих спостережень, підприємство може реалізувати k_{ij} об'єктів i-го виду в умовах j-го стану попиту ($i = 1, 2, ..., m;\quad j = 1, 2, ..., n$). Відомі витрати z_i та ціна реалізації r_i одного об'єкта i-го виду ($i = 1, 2, ..., m$).

Основні показники цього завдання можна подати таким чином:

k_{ij} – обсяг реалізованих будівельно-монтажних робіт i-го виду в умовах j-го стану попиту ($i = 1, 2, ..., m;\ j = 1, 2, ..., n$);

z_i і r_i – капіталовкладення та ціна реалізації об'єкта i-го виду ($i = 1, 2, ..., m$) відповідно.

Сутність дослідження полягає у визначенні оптимальної стратегії підприємства (оптимальної кількості об'єктів будівництва), яка гарантує максимальний середній рівень доходу при будь-якому стані попиту, вважаючи його невизначеним.

Найбільш привабливим економіко-

Чинкуляк Наталія Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент.
Донецький державний університет управління.
Вода Ірина Сергіївна – кандидат економічних наук, доцент.
Донбаська національна академія будівництва і архітектури, Макіївка.

математичним методом вирішення цієї проблеми є метод теорії ігор. Гра, у цьому випадку, відноситься до парної гри з нульовою сумою (виграш одного із гравців дорівнює програшу іншого). Початкові дані наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Початкові дані

Вид об'єкта	Кількість реалізованих об'єктів залежно від попиту							Витрати на об'єкт	Ціна реалізації об'єкта
	1	2	3	…	j	…	n		
1	k_{11}	k_{12}	k_{13}	…	k_{1j}	…	k_{1n}	z_1	r_1
2	k_{21}	k_{22}	k_{23}	…	k_{2j}	…	k_{2n}	z_2	r_2
3	k_{31}	k_{32}	k_{33}	…	k_{3j}	…	k_{3n}	z_3	r_3
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	k_{i1}	k_{i2}	k_{i3}	…	k_{ij}	…	k_{in}	z_i	r_i
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
m	k_{m1}	k_{m2}	k_{m3}	…	k_{mj}	…	k_{mn}	z_m	r_m

Будівельне підприємство (гравець *A*) має декілька стратегій: стратегія *Ai* – будівництво об'єктів із розрахунку на *i*-й стан попиту ($i = 1, 2, ..., n$). Попит розглядатимемо як другого гравця (гравець *B*) з *n* стратегіями: стратегія *Bj* – попит в *j*-му стані ($j = 1, 2, ..., n$).

Знаходимо дохід підприємства a_{ij}, якщо воно здійснює будівництво з розрахунку на *i*-й стан попиту, а насправді попит знаходиться в *j*-му стані.

Якщо $i = j$, тобто розрахунки підприємства збігаються з дійсністю, то дохід підприємства визначається за формулою (1)

$$a_{ij} = \sum_{\tau=1}^{m} k_{\tau j} \cdot (r_\tau - z_\tau) \,. \qquad (1)$$

Якщо $i \neq j$, тобто розрахунки не збігаються з дійсністю, то дохід підприємства дорівнює різниці прибутку від фактично реалізованих будівельних об'єктів та витрат через відсутність попиту на частину побудованих об'єктів, тобто

$$a_{ij} = \sum_{\tau=1}^{m} k_{\tau l} \cdot (r_\tau - z_\tau) - \sum_{\substack{\tau=1 \\ k_{\tau i} > k_{\tau j}}}^{m} (k_{\tau i} - k_{\tau j}) \cdot z_\tau \,, \quad (2)$$

де $l = \begin{cases} i, & если \quad k_{\tau i} \le k_{\tau j}, \\ j, & если \quad k_{\tau i} > k_{\tau j}. \end{cases}$

У результаті одержуємо платіжну матрицю даної гри $P = (a_{ij})$ ($i, j = 1, 2, ..., n$) – матрицю доходів будівельного підприємства. У табл. 2 поданно її загальний вигляд.

Таблиця 2. Матриця доходів будівельного підприємства

	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nn}

При визначенні оптимальної стратегії підприємства керуємося «максимальним критерієм» – максимальний гарантований середній рівень доходу.

Принцип рішення гри: стратегії S_A^* і S_B^* першого і другого гравця відповідно називаються їх оптимальними стратегіями, а число v – ціною гри, якщо для будь-якої стратегії S_A першого гравця і будь-якої стратегії S_B другого гравця виконуються нерівності

$$M(S_A, S_B^*) \le v \le M(S_A^*, S_B) \,, \qquad (3)$$

де $M(S_A, S_B)$ – математичне очікування виграшу (середній виграш) першого гравця, якщо першим і другим гравцями вибрані відповідно стратегії S_A і S_B.

Із нерівності (3) випливає, що $v = M(S_A^*, S_B^*)$. Це означає, що ціна гри дорівнює математичному очікуванню виграшу першого гравця, якщо обидва гравці виберуть оптимальні для себе стратегії, тобто стратегії, при яких гравець *A* одержить максимальний гарантований (не залежний від поведінки гравця *B*) виграш, а гравець *B* доб'ється мінімального гарантованого (незалежно від поведінки гравця *A*) програшу.

Рішення цієї гри може бути зведене до вирішення завдання лінійного програмування. У цьому випадку оптимальну стратегію підприємства шукатимемо у змішаних стратегіях $S_A^* = (p_1^*, p_2^*, ..., p_n^*)$, де p_i^* – вірогідність застосування чистої стратегії A_i ($i = 1, 2, ..., n$), тобто

$$p_1^* + p_2^* + ... + p_n^* = 1. \quad (4)$$

Якщо платіжна матриця *P* містить від'ємні числа, то для вирішення цього завдання, слід перейти до еквівалентної матриці з позитивними елементами. Для цього необхідно, до всіх елементів початкової матриці додати число |k|, де *k* – найбільший за модулем від'ємний елемент матриці Р. При цьому рішення завдання не зміниться, а ціна гри збільшиться на величину |k|. У результаті одержимо $v > 0$.

Для оптимальної стратегії S_A^* згідно з формулою (3) усі середні виграші гравця А, за будь-якою стратегією гравця В не менш ціни гри v , тому одержуємо таку систему нерівності (5):

$$\begin{cases} a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + \ldots + a_{n1}p_n \ge v, \\ a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + \ldots + a_{n2}p_n \ge v, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}p_1 + a_{2n}p_2 + \ldots + a_{nn}p_n \ge v. \end{cases} \quad (5)$$

Кожну з нерівностей поділимо на число v та одержимо нові змінні:

$$x_1 = p_1/v, \quad x_2 = p_2/v, \; ..., \; x_n = p_n/v. \quad (6)$$

Тоді система (6) набуде такого вигляду:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{n1}x_n \ge 1, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{n2}x_n \ge 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n \ge 1, \end{cases} \quad (7)$$

де $x_i \ge 0 \;\; (i = 1, ..., n)$, оскільки $p_i \ge 0$ і $v > 0$.

Мета гравця *A* – максимізувати свій гарантований виграш, тобто ціну гри *v*.

Розділивши на $v > 0$ рівняння (4), одержуємо, що змінні $x_i \; (i = 1, \ldots, n)$ задовольняють умові: $x_1 + x_2 + ... + x_n = 1/v$. Максимізація ціни гри v еквівалентна мінімізації величини $1/v$, тому задача може бути сформульована таким чином:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{n1}x_n \ge 1, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{n2}x_n \ge 1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n \ge 1, \\ x_j \ge 0 \quad (j = 1, 2, ..., n). \end{cases}$$

Вирішуючи задачу лінійного програмування симплексним методом, одержуємо оптимальне рішення $(x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$ і $f_{\min}$.

Ціна гри визначається зі співвідношення

$$v = \frac{1}{f_{\min}}. \quad (9)$$

Оптимальну стратегію $S_A^* = (p_1^*, p_2^*, ..., p_n^*)$ знаходимо, використовуючи формулу (3):

$$p_i^* = x_i^* \cdot v, \;\; i = 1, 2, ..., n. \quad (10)$$

Можна розрахувати кількість об'єктів будівництва, яке необхідно здійснювати підприємству при оптимальній стратегії:

$$K_1 = k_{11}p_1^* + k_{12}p_2^* + ... + k_{1j}p_j^* + ... + k_{1n}^* p_n^*$$

об'єктів 1-го виду,

$$K_2 = k_{21}p_1^* + k_{22}p_2^* + ... + k_{2j}p_j^* + ... + k_{2n}^* p_n^*$$

об'єктів 2-го виду, …, (11)

$$K_m = k_{m1}p_1^* + k_{m2}p_2^* + ... + k_{mj}p_j^* + ... + k_{mn}^* p_n^*$$

об'єктів *m*-го виду.

При цьому підприємство одержить середній дохід у розмірі v при будь-якому стані попиту.

Крім того, можна визначити середню величину капітальних вкладень підприємства при оптимальній стратегії за формулою (12)

$$Z^* = K_1 z_1 + K_2 z_2 + ... + K_m z_m. \quad (12)$$

Приклад. Розглянемо запропонований алгоритм на прикладі будівництва двох видів об'єктів при трьох станах попиту.

Початкові дані подамо у вигляді табл. 3.

Для визначення оптимальної стратегії підприємства побудуємо матрицю доходів підприємства – платіжну матрицю даної гри $P=(a_{ij})$ ($i, j=1, 2, 3$).

Таблиця 3. Початкові дані

Вид об’єкта	Кількість реалізованих об’єктів залежно від стану попиту			Витрати на об’єкт	Ціна реалізації об’єкта
	1	2	3		
1	2	5	0	3	5
2	3	1	4	1	2

Якщо розрахунки підприємства збігаються з дійсністю, то дохід підприємства дорівнює:

$a_{11}=2\cdot(5-3)+3\cdot(2-1)=7$;

$a_{22}=5\cdot(5-3)+1\cdot(2-1)=11$;

$a_{33}=0\cdot(5-3)+4\cdot(2-1)=4$.

Якщо розрахунки не співпадають з дійсністю, то дохід підприємства дорівнює різниці прибутку від фактично реалізованих об’єктів та витрат через відсутність попиту на частину побудованих об’єктів, тобто

$a_{12}=2\cdot(5-3)+1\cdot(2-1)-(3-1)\cdot 1=3$;

$a_{13}=0\cdot(5-3)+3\cdot(2-1)-(2-0)\cdot 3=-3$;

$a_{21}=2\cdot(5-3)+1\cdot(2-1)-(5-2)\cdot 3=-4$;

$a_{23}=0\cdot(5-3)+1\cdot(2-1)-(5-0)\cdot 3=-14$;

$a_{31}=0\cdot(5-3)+3\cdot(2-1)-(4-3)\cdot 1=2$;

$a_{12}=0\cdot(5-3)+1\cdot(2-1)-(4-1)\cdot 1=-2$.

Отже, платіжна матриця гри має вигляд, поданий у табл. 4.

Таблиця 4. Платіжна матриця гри

	B_1	B_2	…	B_n
A_1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}
…	…	…	…	…
A_n	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nn}

Платіжна матриця P даної гри має від’ємні елементи, тому переходимо до еквівалентної гри з платіжною матрицею

$$P^*=P+K=\begin{pmatrix} 7 & 3 & -3 \\ -4 & 11 & -14 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} |k| & |k| & |k| \\ |k| & |k| & |k| \\ |k| & |k| & |k| \end{pmatrix},$$

де k – найбільший за модулем від’ємний елемент матриці P, тобто $k=-14$.

Таким чином, платіжна матриця має вигляд:

$$P^*=\begin{pmatrix} 21 & 17 & 11 \\ 10 & 25 & 0 \\ 16 & 12 & 18 \end{pmatrix}.$$

Ціна еквівалентної гри складає: $v^*=v+14$.

Позначивши $x_i=p_i/v^*$, $i=1, 2, 3$, складемо задачу лінійного програмування (13):

$$\begin{cases} 21x_1+10x_2+16x_3\geq 1, \\ 17x_1+25x_2+12x_3\geq 1, \\ 11x_1+18x_3\geq 1, \\ x_j\geq 0 \quad (j=1,2,3), \end{cases} \tag{13}$$

$f(\overline{x})=x_1+x_2+x_3\to \min$.

Вирішуючи задачу симплексним методом, одержуємо:

$$x_1^*=0, \; x_2^*=\frac{3}{225}, \; x_3^*=\frac{1}{18}; \; f_{\min}=\frac{31}{450}.$$

Таким чином, знаходимо ціну гри $v^*=\frac{1}{f_{\min}}=\frac{450}{31}$ і оптимальну стратегію $S_A^*=(p_1^*, p_2^*, p_3^*)$:

$$p_1^*=x_1^{опт}\cdot v^*=\frac{2}{17}\times\frac{17}{5}=0{,}4,$$

$$p_2^*=x_2^*\cdot v^*=\frac{3}{225}\times\frac{450}{31}=\frac{6}{31},$$

$$p_3^*=x_3^*\cdot v^*=\frac{1}{18}\times\frac{450}{31}=\frac{25}{31};$$

$$S_A^*=\left(0; \frac{6}{31}; \frac{25}{31}\right).$$

Повертаючись до початкової задачі, одержуємо оптимальну ціну

$$v=v^*-|k|=\frac{450}{31}-14=\frac{16}{31}.$$

За допомогою формули (11) можна розрахувати, яку кількість об’єктів необхідно будувати підприємству при оптимальній стратегії:

$K_1 = 2 \cdot 0 + 5 \cdot 6/31 + 0 \cdot 25/31 \approx 1$ об'єкт 1-го виду,

$K_2 = 3 \cdot 0 + 1 \cdot 6/31 + 4 \cdot 25/31 \approx 3$ об'єкт 2-го виду.

Крім того, можна визначити середню величину витрат (капітальних вкладень) підприємства при оптимальній стратегії за формулою (12):

$Z^* = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 6$ гр. од.

Отже, оптимальна стратегія підприємства полягає в будівництві одного об'єкта 1-го виду, трьох об'єктів 2-го виду, що забезпечить підприємству при різному варіанті попиту середній дохід у розмірі $v \approx 0{,}52$ гр. од.

Запропонований алгоритм економіко-математичного знаходження оптимальної стратегії підприємства будівельної галузі в ринкових умовах дозволив зробити такі *висновки*:

необхідне подальше вдосконалення економічного механізму управління підприємством для вирішення завдання оптимізації виробничого процесу в ринкових умовах;

існуючі методи вибору стратегій підприємства мають досить трудомісткий алгоритм виявлення оптимальних рішень;

запропонована математична модель, дозволяє визначити оптимальну стратегію виробництва будівельного підприємства на основі урахування невизначеності попиту для підвищення ефективності їх функціонування в сучасних умовах;

алгоритм вирішення проблеми дослідження може бути достатньо просто реалізовано за допомогою комп'ютерного програмного продукту EXCEL.

Література

1. Жучков Г.А., Оченаш В.А., Патенко О.В. Оцінка і прогнозування економічної рівноваги підприємства будівельної галузі // Регіональні перспективи. – 2001. – № 5-6 (18-19). – С. 293-294.

2. Семко Т.В. Імовірнісний аналіз діяльності будівельного підприємства // Регіональні перспективи. – 2001. – № 5-6 (18-19). – С. 250-251.

3. Исследование операций в экономике: учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М.Тишин, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2000. – 407 с.

4. Экономико-математические методы и прикладные модели: учеб. пособие для вузов / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.; под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.