

<http://dx.doi.org/10.15407/dopovidi2016.06.038>

УДК 532.546

**В. Л. Поляков, Ю. И. Калугин**

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

*E-mail:* polyakov\_igm@list.ru

## Математическое моделирование водообмена между насыщенной и ненасыщенной зонами дренируемого грунта

*(Представлено академиком НАН Украины В. Т. Гринченко)*

*Получено численное решение одномерной задачи совместных фильтрации и влагопереноса в однородном грунте при постоянной скорости перемещения уровня грунтовых вод (УГВ). Применительно к классу песчаных грунтов международной классификации FAO выполнено множество численных расчетов интенсивности водообмена между насыщенной и ненасыщенной зонами. На их основе предложены для характеристик водообмена аппроксимационные выражения, отдельно учитывающие влияние на водообмен положения и скорости УГВ. Выполнена оценка значимости динамики УГВ для указанных характеристик.*

**Ключевые слова:** грунт, водоотдача, водообмен, недостаток насыщения, осушение, увлажнение, влажность.

При применении дренажей в мелиоративном, гидротехническом строительстве, в частности, с целью оптимизации водного режима сельскохозяйственных земель, защиты территорий от подтопления, возникает необходимость в научном обосновании регулирования уровня грунтовых вод (УГВ) и тесно с ним связанных запасов доступной растениям влаги. Надежно рассчитывать параметры дренажа и прогнозировать его действие возможно только на основе математического моделирования совместно протекающих неустановившихся процессов фильтрации и влагопереноса. Соответствующие модели вследствие действия сил различной природы (гравитационные, капиллярные, сорбционные) являются существенно нелинейными и, как следствие, аналитические методы здесь малоэффективны. Однако применительно к грунтам с управляемыми посредством дренажных систем водным и уровненным режимами нередко указанные модели удастся серьезно упростить при незначительном снижении точности последующих вычислений. Традиционно в подобных ситуациях скорость водообмена между насыщенной и ненасыщенной зонами  $w$  полагается прямо пропорциональной скорости перемещения УГВ  $v_H$ , так что

$$w = \mu v_H. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\mu$  представляет собой функцию главным образом от положения УГВ (отметка  $H$ ), а также от скорости  $v_H$ . При снижении и подъеме УГВ величина  $\mu$  часто ощутимо разнится, что вынуждает функции водоотдачи  $\mu_d(H, v_H)$  и недостатка

насыщения  $\mu_w(H, v_H)$  изучать раздельно. Опираясь на подобным образом упрощенные модели насыщенно-ненасыщенного течения почвенно-грунтовых вод, разработан целый ряд методов инженерного расчета мелиоративного дренажа, например [1–4]. Их невысокая достоверность во многом объясняется отсутствием подходящих рекомендаций по выбору функций  $\mu_{d,w}(H, v_H)$  и, как следствие, коэффициентов осредненного водообмена  $\mu_{dc}$ ,  $\mu_{wc}$ , которые обычно и используются в расчетах дренажа. Последние формально находятся путем осреднения величин  $\mu_{d,w}$  по  $H$  при перемещении УГВ в промежутке между поверхностью земли (отметка  $M$ ) и произвольным положением внутри слоя грунта, а именно,

$$\mu_{dc,wc}(H) = \frac{1}{M - H} \int_H^M \mu_{d,w}(\xi) d\xi. \quad (2)$$

Исходя из (2) несложно вывести выражения для  $\mu_{dc}$  и  $\mu_{wc}$  в случаях, когда и начальное положение УГВ (отметка  $H^0$ ), и конечное ( $H$ ) находятся ниже поверхности земли. Тогда при осушении почвогрунта

$$\mu_{dc}(H; H^0) = \frac{1}{H^0 - H} \int_H^{H^0} \mu_d(\xi) d\xi = \frac{(M - H)\mu_{dc}(H) - (M - H^0)\mu_{dc}(H^0)}{H^0 - H},$$

а при его увлажнении

$$\mu_{wc}(H; H^0) = \frac{1}{H - H^0} \int_{H^0}^H \mu_w(\xi) d\xi = \frac{(M - H^0)\mu_{wc}(H^0) - (M - H)\mu_{wc}(H)}{H - H^0}.$$

Поскольку величина  $H$  в принципе может принимать любые значения от 0 до  $M$  и каждому из них будут отвечать строго определенные значения  $\mu_{dc}$ ,  $\mu_{wc}$ , то указанные коэффициенты фактически также являются функциями от  $H$  и  $v_H$ . Однако в операциях дифференцирования и интегрирования по переменной  $H$  они могут рассматриваться как параметры.

Для корректного установления функциональных коэффициентов  $\mu_{d,w}$  согласно (1) необходимо знать закономерности изменения со временем положения УГВ и скорости  $w$ . Практически точно удастся их определять благодаря численному решению задачи вертикального течения жидкости с полным и неполным насыщением. Общепринятыми при постановке подобных задач являются уравнение движения жидкости в насыщенно-ненасыщенном однородном грунте

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left( K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (3)$$

а также характеризующее водообмен между почвогрунтом и атмосферой, поверхностными водами условие на поверхности земли

$$z = M, \quad K(\psi) - K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} = \varepsilon, \quad (4)$$

где  $K$  — функциональный коэффициент влагопроводности;  $\psi$  — всасывающее давление (измеряется в м. водн. ст. и положительное в ненасыщенной зоне, отрицательное в насыщенной);  $C(\psi) = \partial \theta / \partial \psi$  — коэффициент дифференциальной влагоемкости;  $\varepsilon$  — скорость

поверхностного водообмена. Для зависимостей влажности осушаемого почвогрунта  $\theta_d$  и коэффициента влагопроводности  $K$  от давления принимаются наиболее обоснованные и широко применяемые при обработке соответствующих экспериментальных данных выражения [5, 6]

$$\theta_d = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha\psi|^n)^{(n-1)/n}}, \quad (5)$$

$$K(\psi) = k_s \left( \int_0^{S_d} (\xi^{n/(1-n)} - 1)^{-1/n} d\xi \right)^m \left( \int_0^1 (\xi^{n/(1-n)} - 1)^{-1/n} d\xi \right)^{-m}, \quad (6)$$

где  $\theta_r, \theta_s$  — остаточная и полная за вычетом заземленного воздуха влажности;  $\alpha, n, m$  — эмпирические коэффициенты;  $S_d = (\theta_d - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)$ . Единственность решения рассматриваемой задачи и выделение УГВ обеспечиваются принятием пары условий

$$z = H, \quad \psi = 0; \quad v_H = \text{const}. \quad (7)$$

Второе из условий (7) облегчает оценку значимости подвижности УГВ для скорости водообмена  $w$ .

Численное решение задачи (3)–(7) получено методом конечных разностей. Его результаты использованы при приближении величин  $\mu_{d,w}$  элементарными функциями, причем согласно (1), (7)

$$\mu_{d,w}(H, v_H) = \frac{w(H, v_H)}{v_H}. \quad (8)$$

Аппроксимационные выражения для  $\mu_{d,w}$  конструировались по мультипликативному принципу. В соответствии с ним влияние на расчетную величину всех значимых факторов допускается учитывать отдельно. Таким образом, для искомых функций водообмена предложено такое представление

$$\mu_{d,w}(H, v_H) = \lambda_{d,w}(v_H) \mu_{dm,wm}(H). \quad (9)$$

Ключевое значение для моделирования действия мелиоративного дренажа имеет второй сомножитель в (9), так как именно он отражает особенности предельного водно-физического состояния почвогрунта со свойственной ему минимально низкой увлажненностью в зоне аэрации из-за стекания отсюда всей свободной гравитационной влаги и в отсутствии внутренних и поверхностных стоков влаги. Наступает подобное состояние у грунта при бесконечно медленном снижении УГВ, а значит при выборе выражения для  $\mu_{dm}(H)$  в отсутствие испарения и инфильтрации следует исходить из формального вида кривой водоудерживания. Таким образом в (5) положено  $\psi = z - H$  и после простых преобразований получено

$$\mu_{dm}(H) = (\theta_s - \theta_r) [1 - (1 + \alpha^n (M - H)^n)^{(1-n)/n}]. \quad (10)$$

Функции же  $\lambda_{d,w}(v_H)$  являются убывающими, а максимальное значение 1 достигается при  $v_H = 0$ . Было проанализировано большое количество аппроксимационных выражений для функций  $\lambda_{d,w}(v_H)$ , и наиболее подходящими для теоретического изучения регулирования фильтрационного режима почвогрунтов оказались такие аппроксимационные выражения

$$\lambda_{d,w}(v_H) = \frac{1}{a_1 v_H + 1}, \quad (11)$$

$$\lambda_{d,w}(v_H) = \frac{1}{a_2\sqrt{v_H} + 1}. \quad (12)$$

Для выработки обобщенных рекомендаций относительно функций  $\mu_{d,w}(H, v_H)$  в настоящее время последовательно ведутся исследования численными методами закономерностей обмена между грунтовыми и почвенными водами для всех распространенных в природе типов минеральных мелкодисперсных грунтов (содержат только песчаные, пылеватые, илистые частицы). В почвоведении и смежных с ним науках большим авторитетом пользуется международная классификация таких грунтов по структурным признакам FAO, в соответствии с которой выделяются 12 классов [7–9]. Первичная цель наших исследований заключается в разработке комплектов зависимостей  $\mu_{d,w}(H, v_H)$ ,  $\mu_{dc,wc}(H, v_H)$  для каждого класса данной классификации. Совокупность из 12 таких комплектов и составит в будущем основу базы данных по характеристикам водообмена. Вместе с тем намечено, ориентируясь на указанную систематизацию грунтов, создать альтернативную базу данных, причем будет привлекаться обширная информация относительно гидрофизических характеристик не только из разнообразных зарубежных источников, но также и из отечественных. В собственной базе предполагается дополнительно выделить и обеспечить необходимыми данными, во-первых, в первом классе 3 подкласса (крупнозернистые, среднезернистые и мелкозернистые пески), во-вторых, отдельный класс грунтов с повышенным содержанием органики (черноземы, торфяные грунты). И наконец будут разработаны предложения по коррекции вышеупомянутых характеристик в связи с неравномерностью водообмена вдоль фильтрационного потока, что особенно актуально при расчетах действия и параметров мелиоративного дренажа.

Экспериментальными методами изучались гидрофизические свойства главным образом осушаемых грунтов. Аналогичные исследования для увлажняемых грунтов выполнялись значительно реже и носят фрагментарный характер. Поэтому объем накопленных данных по параметрам Ван Генухтена для условий водонасыщения пока слишком малый и не позволяет создать равноценную базу относительно характеристик недостатка насыщения. Однако благодаря известной связи между предельными осушительной  $\theta_d(\psi)$  и увлажнительной  $\theta_w(\psi)$  ветвями основной гидрофизической характеристики [10, 11]

$$\theta_w(\psi) = \theta_s \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\theta_d(\psi)}{\theta_s}} \right) \quad (13)$$

удается конкретизировать для любого из 12 классов соответствующую ему репрезентативную функцию  $\theta_w(\psi)$ . Она, по сути, является модификацией функции Ван Генухтена и вполне пригодна для инженерных расчетов подпочвенного увлажнения. Если основываться на представлении  $\mu_w(H, v_H)$  в виде (9), то с учетом (13) ее предельная величина  $\mu_{wm}(H)$  составит

$$\mu_{wm}(H) = \sqrt{\theta_s^2 - \theta_r\theta_s} \left\{ \sqrt{1 - [1 + \alpha^n(M - H)^n]^{(1-n)/n}} \right\}. \quad (14)$$

Форма аппроксимационных выражений (11), (12) сохраняется. При этом имеет значение не направленность перемещения УГВ, а только его скорость. Коэффициенты же  $a_1$ ,  $a_2$  теперь подбираются с помощью численного решения задачи увлажнения грунта, сопровождающегося подъемом с постоянной скоростью УГВ (обеспечивающий его закон изменения напора в основании колонки грунта является побочным результатом решения).

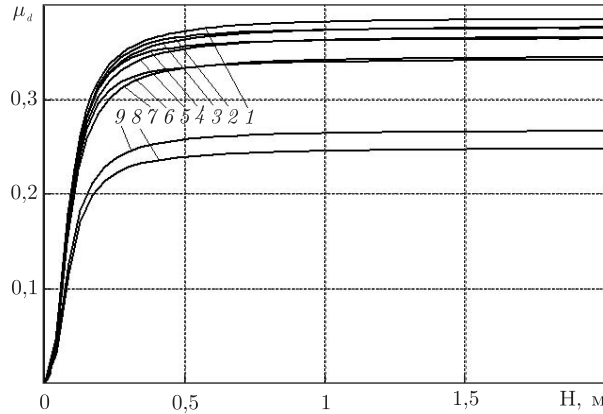


Рис. 1. Зависимость  $\mu_d(H)$ : 2, 4, 6, 8 — аппроксимация; 1, 3, 5, 7, 9 — численный расчет; 1 —  $v_H = 0$ ; 2, 3 —  $v_H = 0,02$ ; 4, 5 —  $v_H = 0,1$ ; 6, 7 —  $v_H = 0,5$ ; 8, 9 —  $v_H = 7,13$  м/сут

Коэффициенты осредненной водоотдачи и недостатка насыщения просто рассчитываются в соответствии с (2) исходя из (9) только при известной скорости  $v_H$ . Однако, как правило, она переменная и заранее неизвестна. Поэтому предлагается или задаться примерным постоянным (средним за расчетный период) значением  $v_{Hc}$  и затем опять воспользоваться (2), или, предварительно оценив значимость  $v_H$  для скорости  $w$ , найти предельное значение  $v_{H*}$ , при котором еще допускается полагать  $\lambda_d = 1$ . Тогда в диапазоне значений  $v_H$  от 0 до  $v_{H*}$  оправдано находить  $\mu_{dc}$  путем осреднения согласно (2) только функции  $\mu_{dm}(H)$  в пределах от  $M$  до конечного значения  $H$ , так что при осушении почвогрунта

$$\mu_{dc}(H) = \frac{\lambda_d(v_{Hc})}{M - H} \int_H^M \mu_{dm}(\xi) d\xi.$$

Описанный выше алгоритм установления эталонных характеристик водообмена и их приближений ниже реализуется на примере первого класса вышеупомянутой классификации грунта. Определяющее значение в расчетах указанных характеристик имеет заимствованный из работ [7–9] набор значений параметров Ван Генухтена ( $\alpha = 14,5 \text{ м}^{-1}$ ,  $n = 2,68$ ,  $m = 2$ ,  $\theta_s = 0,43$ ,  $\theta_r = 0,045$ ), который отвечает предельной осушительной ветви репрезентативного песчаного грунта и дополняется  $k_s = 7,13 \text{ м}\cdot\text{сут}^{-1}$ .

Зависимость  $\mu_d(H)$ , найденная исходя из численных расчетов скорости  $w$  и (8) при существенно различающихся фиксированных значениях  $v_H$ , изображена в виде семейства графиков на рис. 1. Так как наименьшее содержание влаги без эвапотранспирации достигается в зоне аэрации осушаемого грунта при  $v_H = 0$  ( $t \rightarrow \infty$ ), то соответствующая кривая 1 ограничивает остальные расчетные функции (при  $v_H > 0$ ) слева. Заслуживает внимания наличие у кривых на рис. 1 физически обоснованных точек перегиба. Аналогичные приближенные кривые (2, 4, 6) определялись по формуле (9) с учетом (12) и почти слились с эталонными (3, 5, 7) за исключением малого интервала значений  $H$  (от 0,2 до 0,35 м). Следует заметить, что при приближении эталонной величины  $\lambda_d$  с помощью функций (11 и 12) коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$  резко отличаются. Формально из (8), (9), (11), (12) для них легко получить следующие выражения:

$$a_1(v_H) = \frac{\mu_{dm}(H)}{w(H, v_H)} - \frac{1}{v_H}, \quad a_2(v_H) = \frac{\sqrt{v_H} \mu_{dm}(H)}{w(H, v_H)} - \frac{1}{\sqrt{v_H}}. \quad (15)$$

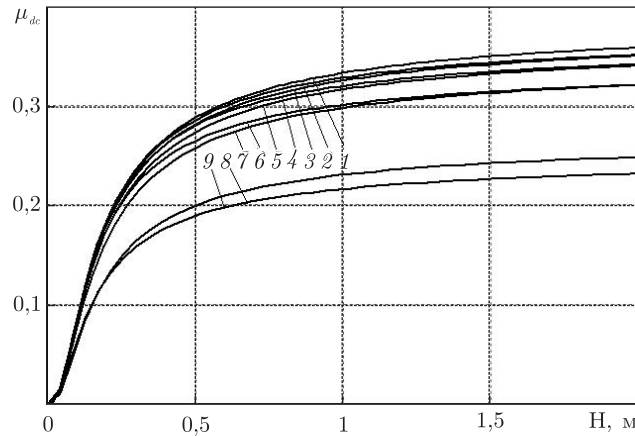


Рис. 2. Зависимость  $\mu_{dc}(H)$ : 2, 4, 6, 8 — аппроксимация; 1, 3, 5, 7, 9 — численный расчет; 1 —  $v_H = 0$ ; 2, 3 —  $v_H = 0,02$ ; 4, 5 —  $v_H = 0,1$ ; 6, 7 —  $v_H = 0,5$ ; 8, 9 —  $v_H = 7,13$  м/сут

Анализ коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$  на основе (15) и с привлечением множества численных данных по  $w$  показал, что первый зависит от  $v_H$  намного сильнее. Вместе с тем  $a_2$  зависит от  $v_H$  слабо, так что правомерно оперировать здесь постоянными (усредненными) значениями  $a_2$ . Уместно отметить, что при выборе постоянного значения  $a_2$  целесообразно принимать во внимание скорость фильтрационного процесса. Так, применительно к условиям осушения переувлажненных земель, когда значения  $v_H$  сравнительно малые (от 0,001 до 0,1 м/сут), рекомендуется брать  $a_2 = 0,166 \text{ м}^{-0,5} \cdot \text{сут}^{0,5}$ . Именно такому значению  $a_2$  отвечают приближенные кривые 2, 4, 6, 8 на рис. 1. Если же рассматривать полный диапазон значений  $v_H$  (ограничен сверху  $k_s$ ), то предпочтительнее полагать  $a_2 = 0,185 \text{ м}^{-0,5} \cdot \text{сут}^{0,5}$ . Эту константу в принципе можно считать универсальной, поскольку она пригодна для любых условий дренирования. При этом соответствие между эталонными и приближенными кривыми  $\mu_d(H, v_h)$  при малых и умеренных скоростях перемещения УГВ чуть ухудшается, но зато в экстремальной ситуации  $v_H = k_s$  вычислительная погрешность уменьшается вдвое. Если же воспользоваться (11), то подобное универсальное значение для коэффициента  $a_1$  подобрать не удастся ввиду его возможного значительного изменения. Тем не менее, в случае низкой интенсивности фильтрационного процесса допустимо задействовать в дренажных расчетах также (11), полагая  $a_1 = 0,834 \text{ м}^{-1} \cdot \text{сут}$ . Что же касается расчетных формализмов, то они заметно проще, если основываются на выражении (11). Впрочем, подобное упрощение не имеет принципиального значения благодаря использованию стандартных пакетов программ математического анализа (Mathcad, Matlab и пр.). Итак, для расчетов фильтрационных характеристик в данном случае предлагается следующая репрезентативная функция водоотдачи:

$$\mu_d\left(H, \frac{dH}{dt}\right) = 0,385 \left(1 + 0,166 \frac{dH}{dt}\right)^{-1} \{1 - [1 + 1295,58(M - H)^{2,68}]^{-0,627}\}.$$

Расхождение между эталонными и приближенными кривыми усредненной в соответствии с (2) функции водоотдачи  $\mu_{dc}(H, v_H)$  не увеличилось, о чем свидетельствует рис. 2. Очевидно, что при ускоренном движении УГВ межзонный водообмен сокращается, а его характеристики уменьшаются. О значимости  $v_H$  для осушительного процесса позволяет судить зависимость  $\mu_d(v_H)$ . Описывающие ее эталонные и приближенные кривые рассчитаны при

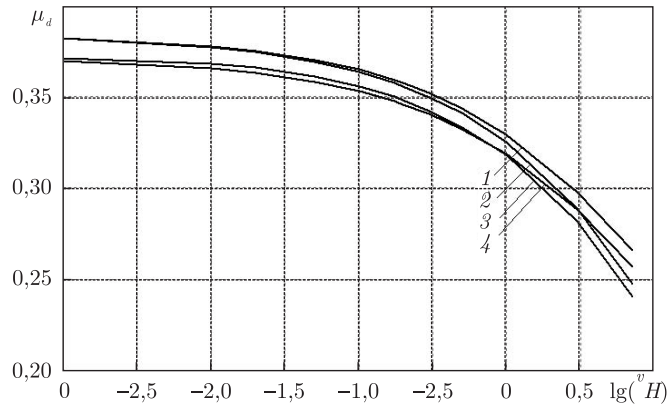


Рис. 3. Зависимость  $\mu_d(v_H)$ : 2, 4 – аппроксимация; 1, 3 – численный расчет; 1, 2 –  $H = 2$  м; 3, 4 –  $H = 0,5$  м

различных фиксированных отметках  $H$  и изображены на рис. 3. Показательными здесь являются значения  $v_H$  0,6, и 0,3 м/сут. Так, при  $v_H$  меньше 0,6 м/сут (или 0,3 м/сут) пренебрежение влиянием динамики УГВ на водообмен обусловит ошибку при определении  $\mu_d$ , а значит и показателей фильтрационного режима порядка 10% (или 5%) и менее. В таких ситуациях при выполнении инженерных расчетов оправдано отождествлять  $\mu_d$  с  $\mu_{dm}$ .

Влияние скорости снижения УГВ на величину  $\mu_d$  становилось ощутимым при характерных для интенсивного дренирования почвогрунта значениях  $v_H$ , когда, например, пониженный напор создается на всем его основании. В случае действия трубчатого дренажа обычно скорость  $v_H$  меньше на порядок и выше.

Подобная процедура использовалась и при определении эталонных и приближенных величин функции недостатка насыщения  $\mu_w(H, v_H)$ . Но теперь применялась функция Ван Генухтена (5), хотя и с прежними значениями параметров  $\alpha$ ,  $m$ ,  $\theta_s$ ,  $\theta_r$ , но адаптированная к условиям подпочвенного увлажнения почвогрунта. Указанная функция рассчитывалась также, во-первых, численным путем после замены предельной осушительной ветви ОГХ на предельную увлажнительную, следуя (13); во-вторых по аппроксимационному выражению (9) с учетом (12) и (14). При этом использовалось численно обоснованное значение  $a_2 = 0,085 \text{ м}^{-0,5} \cdot \text{сут}^{0,5}$ , и таким образом искомая функция для представительного песчаного грунта приняла следующий вид:

$$\mu_w\left(H, \frac{dH}{dt}\right) = 0,407 \left(1 + 0,085 \frac{dH}{dt}\right)^{-1} \sqrt{1 - [1 + 1295,58(M - H)^{2,68}]^{-0,627}}.$$

Результаты расчетов  $\mu_w(H)$  представлены на рис. 4 и свидетельствуют о высоком качестве предложенной для функции недостатка насыщения аппроксимации.

Итак, опираясь на результаты численного анализа совместных фильтрации и влагопереноса в однородном грунте установлены закономерности водообмена между его насыщенной и ненасыщенной зонами. Предложены эффективные аппроксимационные выражения для функций водоотдачи и недостатка насыщения, которые достоверно описывают их тесную связь с положением и скоростью перемещения УГВ. Выполненное для одного класса международной классификации грунтов ФАО обстоятельное сопоставление эталонных и приближенных расчетов характеристик межзонного водообмена показало высокую точность последних в широком диапазоне водно-физических условий. Указаны пределы изменения

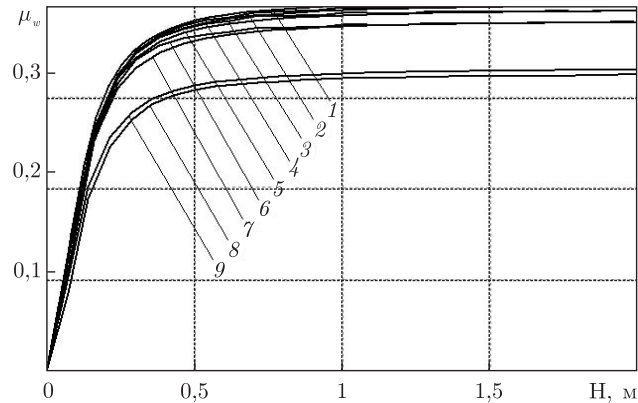


Рис. 4. Зависимость  $\mu_w(H)$ : 2, 4, 6, 8 — аппроксимация; 1, 3, 5, 7, 9 — численный; 1 —  $v_H = 0$ ; 2, 3 —  $v_H = 0,02$ ; 4, 5 —  $v_H = 0,1$ ; 6, 7 —  $v_H = 0,5$ ; 8, 9 —  $v_H = 7,13$  м/сут

скорости УГВ, в которых оправдано существенное упрощение расчетов действия и параметров дренажа.

### Цитированная литература

1. *Ивицкий А. И.* Основы проектирования и расчетов осушительных и осушительно-увлажнительных систем. — Минск: Наука и техника, 1988. — 311 с.
2. *Мурашко А. И.* Сельскохозяйственный дренаж в гумидной зоне. — Москва: Колос, 1982. — 272 с.
3. *Олейник А. Я., Поляков В. Л.* Дренаж переувлажненных земель. — Киев: Наук. думка, 1987. — 280 с.
4. *Van der Ploeg R. R., Kirkham M. B., Marquardt M.* The Golding equation for soil drainage: its origin, evolution and use // *Soil Sci. Soc. Am. J.* — 1999. — **63**. — P. 33–39.
5. *Van Genuchten M. Th.* A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils // *Soil Sci. Soc. Am. J.* — 1980. — **44**. — P. 892–898.
6. *Zhang Z. F., Ward A. L., Gee G. W.* Describing the unsaturated hydraulic properties of anisotropic soils using a tensorial connectivity tortuosity (ТСТ) concept // *Vadose Zone J.* — 2003. — No 2(3). — P. 313–321.
7. *Сугак В. Т.* Динамика электрических характеристик грунтов в зависимости от фильтрационных свойств пород и стратификации зоны аэрации // *Радиофизика и электроника.* — 2007. — **12**, № 1. — С. 185–191.
8. *Шейн Е. В., Архангельская Т. А., Гончаров В. М. и др.* Полевые и лабораторные методы исследования физических свойств и режимов почв: Методическое руководство / Под ред. Е. В. Шейна. — Москва: Изд-во МГУ, 2001. — 200 с.
9. *Mann C.* User's guide for the Johnson and Ettinger (1991) model for subsurface vapor intrusion into buildings. — Durham: Experimental Quality Management. — 1997. — 62 p.
10. *Mualem Y.* Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics // *Water Resour. Res.* — 1977. — **13**. — P. 773–780.
11. *Scanlon B. R., Milly P. C. D.* Water and heat fluxes in desert soils. Numerical simulations // *Water Resour. Res.* — 1994. — **30**. — P. 721–733.

### References

1. *Ivitskiy A. I.* *Fundamentals of design and calculation of drainage and wetting systems*, Minsk: Nauka i tekhnika, 1988 (in Russian).
2. *Murashko A. I.* *Agricultural drainage in the humid zone*, Moscow: Kolos, 1982 (in Russian).
3. *Oleynik A. Ya. Polyakov V. L.* *Drainage of waterlogging lands*, Kiev: Nauk. Dumka, 1987 (in Russian).
4. *Van der Ploeg R. R., Kirkham M. B., Marquardt M.* *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1999, **63**: 33–39.
5. *Van Genuchten M. Th.* *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 1980, **44**: 892–898.



6. Zhang Z. F., Ward A. L., Gee G. W. *Vadose Zone J.*, 2003., No 2(3): 313–321.
7. Sugak V. T. *Radiophysics and electronics*, 2007, **12**, No 1: 185–191 (in Russian).
8. Shein E. V., Arkhangelskaya T. A., Goncharov V. M. *Field and laboratory methods of for investigating physical properties and soil regimes: Methodical guidance*, Moscow, Publ. Moscow Univ., 2001 (in Russian).
9. Mann C. *User's guide for the Johnson and Ettinger (1991) model for subsurface vapor intrusion into buildings*, Durham: Experimental Quality Management, 1997.
10. Mualem Y. *Water Resour. Res.*, 1977, **13**: 773–780.
11. Scanlon B. R., Milly P. C. D. *Water Resour. Res.*, 1994, **30**: 721–733.

Поступило в редакцію 20.12.2015

**В. Л. Поляков, Ю. І. Калугін**

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

E-mail: polyakov\_igm@list.ru

### **Математичне моделювання водообміну між насиченою і ненасиченою зонами дренажного ґрунту**

*Одержано чисельний розв'язок одновимірної задачі сумісних фільтрації і вологопереносу в однорідному ґрунті при сталій швидкості переміщення рівня ґрунтових вод (РГВ). Стосовно до класу піщаних ґрунтів міжнародної класифікації FAO виконано багато чисельних розрахунків інтенсивності водообміну між насиченою і ненасиченою зонами. На їх основі запропоновано для характеристик водообміну апроксимаційні вирази, які роздільно враховують вплив на водообмін положення і швидкості РГВ. Виконано оцінку значущості динаміки РГВ для вказаних характеристик.*

**Ключові слова:** ґрунт, водовіддача, водообмін, нестаток насичення, осушення, зволоження, вологість.

**V. L. Polyakov, Y. I. Kalugin**

Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: polyakov\_igm@list.ru

### **Mathematical modeling of water exchange between saturated and unsaturated zones of drained soil**

*A numerical solution of the one-dimensional task for a saturated-unsaturated flow in uniform soil at a constant water table velocity is obtained. A great number of numerical computations of the water exchange between two zones for the sand class by the international classification FAO are performed. Approximate expressions for water exchange characteristics with regard for the effects of water table position and velocity separately are proposed. For the above characteristics, the significance of the water table dynamics is estimated.*

**Keywords:** soil, water capacity, water exchange, saturation lack, draining, wetting, moisture.