

В.Н. Павлыш, И.В. Тарабаева, А.С. Гребёнкина, С.С. Гребёнкин

## ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ОБЕЗВОЖИВАНИЯ ОБОГАЩЕННОГО УГЛЯ СПОСОБОМ «КИПЯЩЕГО СЛОЯ»

*Рассматривается задача математического моделирования процессов, происходящих при сушке влажной массы обогащённого угля с применением способа «кипящего слоя». Исследована детерминированная математическая модель в общей постановке, основанная на уравнениях математической физики.*

---

### ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ ЗНЕВОДНЕННЯ ЗБАГАЧЕНОГО ВУГІЛЛЯ СПОСОБОМ «КИПЛЯЧОГО ШАРУ»

*Розглянуто задачу математичного моделювання процесів при сушінні вологої маси збагаченого вугілля з використанням способу «киплячого шару». Досліджено детерміновану математичну модель в узагальненій постановці, основану на рівняннях математичної фізики.*

---

### THE INVESTIGATION OF MATHEMATICAL MODELS OF THE PROCESSES OF DRYING OF ENRICHING COAL IN "BOILING LAYER"

*The task of mathematical modeling of processes of drying of dust enriching coal masses in "boiling layer" is considered. The determined mathematical model in common form, based on mathematical physics equations, is investigated.*

---

#### ВВЕДЕНИЕ

Важнейшим этапом разработки технологических систем является построение математической модели объекта или процесса. На базе математической модели объекта формируются критерии качества и ограничения, выбираются структура и параметры проекта системы, технические средства реализации. Для технологических процессов тепловой обработки материалов могут быть построены различные по полноте и сложности описания математические модели. Основным фактором, определяющим полноту и точность математической модели, является цель моделирования.

Существует два основных метода построения математических моделей:

- разработка модели на базе физических законов протекания процессов, в частности, законов тепломассопереноса;
- экспериментально-статистические методы построения модели.

Экспериментально-статистический метод построения моделей обладает рядом недостатков: требует большого количества труднодоступной информации о процессе, получаемые модели работают лишь в узком диапазоне изменения параметров. В силу указанных недостатков этот метод не нашел широкого использования на практике.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ

Для математического моделирования технологических процессов тепловой обработки материалов более удобным в инженерном отношении и универсальным является первый метод построения, базирующийся на физических законах (детерминированные модели) [1, 2].

Построение модели на базе физических законов сводится к следующим этапам:

- обоснование и выбор структуры математической модели на основании физических соображений и целей моделирования;
- оценивание параметров модели по имеющимся данным о процессе;
- проверка адекватности математической модели реальному процессу.

Значительный интерес для организации процесса сушки сыпучих материалов представляет режим локального фонтанирования в псевдооживленный слой, используемый для высушивания влажных сыпучих масс, а также грануляции и обезвоживания веществ из растворов [3].

*Цель работы* – совершенствование методов и средств для теоретических исследований и обоснования параметров процесса сушки обогащенного угля в аппаратах «кипящего слоя».

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Сушка происходит в аппарате, схема которого показана на рис. 1. В камеру сушилки, снабженной газопроницаемым поддерживающим устройством в виде сетки, пористой перегородки и т.п., которое будем называть газораспределительной решеткой, помещается сыпучий материал.

Для создания режима локального фонтанирования применяют газораспределительную решетку, позволяющую вводить в псевдооживленный слой оживающий агент с высокой скоростью. Благодаря этому в слое образуются зоны, в которых частица и среда движутся с более высоким, чем в

слое, скоростями, а обмен между этими зонами делает более интенсивными процессы тепло- и массообмена [2, 3].

Гидродинамическая структура потоков, возникающих при локальном вводе оживающего агента в псевдооживленный слой, указывает на наличие четырех зон перемешивания (рис. 2) [2, 3].

Зона I – фонтан из частиц, движущихся вверх.

Зона II – прирешеточная активная зона.

Равнодействующая сил на частицы в этой зоне направлена в сторону фонтана вследствие интенсивного перемешивания и втягивающей силы фонтана.

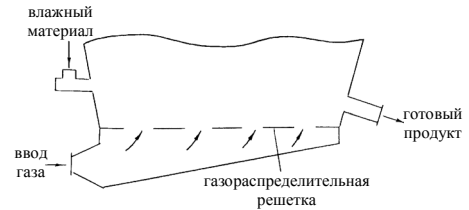


Рис. 1. Схема сушильного аппарата

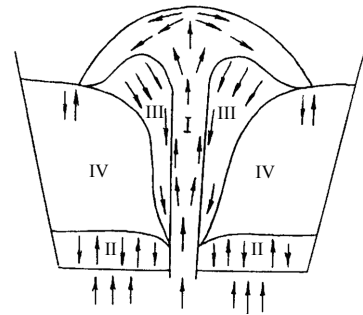


Рис. 2. Схема структуры потоков при наложении на псевдооживляющий слой режима фонтанирования

Зона III – зона слоя, прилегающего к фонтану и активно питающая фонтан.

Зона IV – наименее активная зона с преимущественным движением вниз за счет обмена с активной прирешеточной зоной II и зоной III.

При исследовании процесса выделим три основных величины, изменение кото-

рых будет исследоваться: температура, концентрация и скорость влажного сыпучего материала. Имеющийся математический аппарат уравнений в частных производных позволяет моделировать распределение этих величин по сечению камеры сушиллки.

Основные уравнения, используемые для построения моделей, представляют собой частный случай системы Навье-Стокса

$$\rho \left( u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{dP}{dx} + \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность текущего вещества,  $\text{кг} \cdot \text{с}^2 / \text{м}^4$ ;

$\mu$  – коэффициент вязкости,  $\text{кг} \cdot \text{с} / \text{м}^2$ ;

$P$  – давление,  $\text{кг} / (\text{м} \cdot \text{с}^2)$ ;

$u = u(x, y)$ ,  $v = v(x, y)$  – компоненты

вектора скорости

$$\vec{w} = \vec{i}u + \vec{j}v.$$

Введем характерные параметры:

$l$  – характерный размер (например, длина камеры), м;

$V$  – характерная скорость, м/с.

Примем безразмерные величины

$$x' = \frac{x}{l}, \quad y' = \frac{y}{l}, \quad u' = \frac{u}{V}, \quad v' = \frac{v}{V}.$$

Тогда система (1) – (2) примет вид

$$\rho \left( \frac{V^2}{l} u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{V^2}{l} v' \frac{\partial u'}{\partial y'} \right) = - \frac{1}{l} \frac{dP}{dx'} + \frac{V}{l^2} \mu \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2};$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0.$$

Уравнение (1) перепишем в виде

$$u' \cdot \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \cdot \frac{\partial u'}{\partial y'} = - \frac{1}{\rho V l^2} \cdot \frac{dP}{dx'} + \frac{\mu}{\rho V l} \cdot \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}.$$

Здесь  $\rho V l / \mu$  – безразмерный пара-

метр – число Рейнольдса.

Отдельно рассмотрим слагаемое

$$\frac{1}{\rho V^2} \cdot \frac{dP}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{P}{\rho V^2} \right),$$

где  $\rho = \text{const}$ ,  $V = \text{const}$ . Величина  $P / \rho V^2$  является безразмерным давлением:  $P' = P / \rho V^2$ .

Тогда система (1) – (2) переходит к виду

$$u' \cdot \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \cdot \frac{\partial u'}{\partial y'} = - \frac{dP'}{dx'} + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0. \quad (4)$$

Дальнейшее преобразование системы (3) – (4) направлено на исключение числа Рейнольдса

$$v'' = v' \sqrt{Re}, \quad y'' = y' \sqrt{Re},$$

тогда

$$\begin{cases} u' \cdot \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{v''}{\sqrt{Re}} \cdot \sqrt{Re} \cdot \frac{\partial u'}{\partial y''} = - \frac{dP'}{dx'} + \frac{Re}{Re} \cdot \frac{\partial^2 u'}{\partial y''^2}; \\ \frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v''}{\partial y''} = 0. \end{cases}$$

Переобозначив переменные (опустив штрихи), получим окончательную систему

$$u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dP}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

В этой системе все величины безразмерные. Физический смысл условия (6) состоит в том, что внутри области источники и стоки отсутствуют

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \text{div } \vec{w} = 0.$$

Массовые силы, т.е. силы тяжести в сис-

теме (5) – (6) отсутствуют, т.к. при движении однородной жидкости ( $\rho = const$ ) они исключаются из (5).

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ

Полученная в результате сеточной аппроксимации система линейных алгебраических уравнений решается методом матричной прогонки, предложенным М.В. Келдышем [4].

Алгоритм численного решения строится на основании следующих соображений.

Введем сетку:  $x_i \times y_j$

$$x_i = i\Delta x, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad M\Delta x = l;$$

$$y_j = j\Delta y, \quad j = 0, 1, \dots, N, \quad N\Delta y = h.$$

Обозначим:  $u_{ij} = u(x_i, y_j)$ ;

$$\omega \rho = \gamma; \quad \alpha(u - T_s) = f(u).$$

Неявная схема аппроксимации

$$\gamma \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} = k \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} +$$

$$+ k \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} + f(u_{i,j}).$$

Полученная вычислительная схема позволяет найти поле распределения исследуемых величин по пространству камеры во времени.

## ВЫВОДЫ

Разработанная математическая модель предоставляет возможность исследования распределения поля температуры, скорости частиц и плотности материала в рабочей области сушильного аппарата при обезвоживании сыпучих материалов в «кипящем слое». Комплекс указанных величин и определяет результат моделирования, представляющий информацию для принятия окончательных научных выводов или проектных решений.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ткаченко В.Н. Математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами тепловой обработки материалов: монография / В.Н. Ткаченко. – К.: Наукова думка, 2008. – 243 с.

2. Кафаров В.В. Математическое моделирование основных процессов химических производств / В.В. Кафаров, М.Б. Глебов. – М.: Высшая школа, 1991. – 399 с.

3. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности: в 2-х т. / Ю.М. Мацевитый. – К.: Наукова думка, 2003. – 798 с.

4. Walter E. Identification of parametric models from experimental data / E. Walter, I. Pronzato. – London; Berlin; New York: Springer-Verlag, 1997. – 331 p.

## ОБ АВТОРАХ

Павлыш Владимир Николаевич – д.т.н., проф., заведующий кафедрой вычислительной математики и программирования Донецкого национального технического университета.

Тарабаева Инна Викторовна – к.т.н., доцент кафедрой вычислительной математики и программирования Донецкого национального технического университета.

Гребёнкина Александра Сергеевна – к.т.н., доцент кафедры высшей математики Донецкого национального технического университета.

Гребёнкин Сергей Семенович – д.т.н., проф., заведующий кафедрой горного дела Антрацитовского горнотранспортного факультета Восточноукраинского национального университета им. В. Даля.