

**Е. В. Филипенко, В. М. Карпенко, В. П. Самарай\***

УО «Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого», Гомель (Беларусь)

\*Национальный технический университет Украины «КПИ», Киев

## Разработка реологической модели уплотнения формовочной смеси

*Проведены исследование и моделирование поведения формовочной смеси в процессе уплотнения. Построены реологическая и математическая модели процесса деформации формовочной смеси в условиях компрессионного сжатия. Полученные модели позволят управлять свойствами формовочной смеси и осуществлять прогнозирование технологических параметров для обеспечения заданных характеристик.*

**Ключевые слова:** формовочная смесь, модель, реология, деформирование

Оптимизация технологических режимов изготовления литейных форм наиболее эффективно может быть решена на основе моделирования динамики процессов уплотнения формовочной смеси в рабочих полостях модельно-опочной оснастки. Однако большое разнообразие конфигураций отливок, применение формовочных смесей с различными структурно-механическими свойствами и разных методов формообразования значительно усложняют задачу математического описания этих процессов. На практике преимущественно рассматриваются частные случаи, используются эмпирические уравнения, составленные на основе результатов технологических испытаний формовочных смесей по стандартным методикам [1].

В настоящее время широко применяются реологические методы в теории грунтов, технологии бетонов, композиционных материалов. В литейном производстве такие методы только начинают развиваться [2]. Изучение реологических свойств формовочной смеси позволит получить физически обоснованные оценки ее упругих, вязких и пластических свойств формовочных смесей, математически моделировать их поведение при различных условиях нагружения и деформации, а также управлять ее свойствами и тем самым осуществлять прогнозирование технологических параметров для обеспечения заданных характеристик. При этом основной проблемой является построение математических моделей деформирования реальных многокомпонентных материалов, к которым можно отнести формовочную смесь. С учетом сложных реологических свойств даже такой идеальной среды, какой является сухой песок, исследователям пока не удастся найти однозначных адекватных определяющих уравнений. В связи с этим наряду с теоретическими построениями необходимо уделить значительное внимание экспериментальному выявлению дополнительных параметров состояния смеси.

Формовочная смесь представляет собой сложный конгломерат частиц, поверхность которых покрыта тонкими пленками связующих, воды и пылевидных твердых частиц. Промежутки между отдельными

песчинками заполнены воздухом и частично водой со связующими. Воздушные поры сообщают смесям способность уплотняться, а наличие пленок воды и связующего на поверхности песчинок – способность к относительному перемещению при сравнительно невысоких потерях давления на преодоление сил трения [3].

Деформации формовочной смеси под нагрузкой сопровождаются сложными процессами: сжатием твердых частиц, воды, связующего и воздуха, находящихся в порах смеси; разрушением связей между частицами и их взаимным смещением; изменением толщины пленок воды, связующих и пылевидных частиц. Эти процессы приводят к деформациям, которые можно разделить на упругие, исчезающие после снятия нагрузки, и пластические. Пластическая деформация, в свою очередь, может быть обусловлена пластическим изменением структуры смеси (уменьшение объема пор) и разрушением зерен при превышении их предела прочности. Пластические свойства при уплотнении форм обеспечивают формуемость, а упругость рассматривается как вредное свойство, приводящее к изменению размеров полости формы после извлечения модели [1].

Определить деформационные свойства такой гетерогенной системы, как формовочная смесь при разном напряженном состоянии весьма сложно. При прессовании, например, песчано-глинистой смеси частицы ее сближаются настолько, что оболочки воды в точках контакта деформируются, а связанная вода выдавливается и частично переходит в свободное состояние. При дальнейшем повышении давления прессования деформируются уже собственно частицы смеси. После снятия внешней нагрузки частицы вследствие собственной упругости и, прежде всего, упругости оболочек воды взаимно отдаляются. Этот процесс может усилиться за счет частичного восстановления исходной толщины оболочек воды и обратного перехода свободной воды в связанное состояние.

Описанием процесса деформирования реальных материалов и занимается реология. Реологическую модель материала можно определить на основании

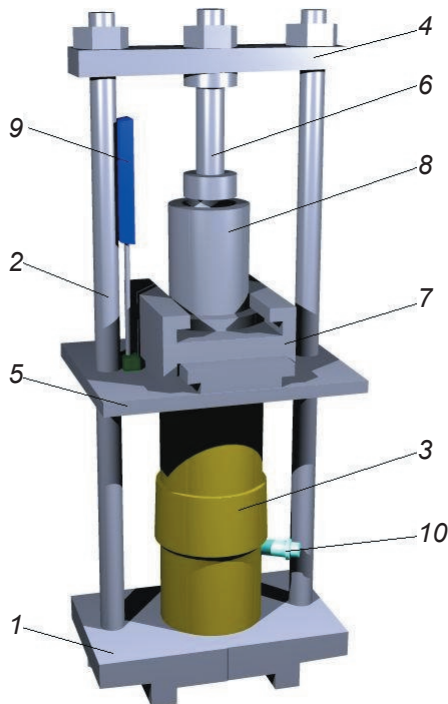
знаний структуры материала, процесса деформирования и обусловленных им изменений физических свойств [4]. На практике для описания реологических свойств применяются упрощенные модели, представляющие с определенным приближением структуру материала и механизм деформаций.

Упругие свойства тел можно отобразить моделью в виде упругого элемента (пружины), подчиняющегося закону Гука и обозначаемого символом  $H$ . Вязкие свойства тел принято отображать моделью в виде цилиндра, наполненного жидкостью, в которую погружается дырчатый поршень, причем скорость погружения описывается законом Ньютона. Этот элемент обозначают символом  $N$ . Пластические свойства отображаются элементом сухого трения, подчиняющегося закону Сен-Венана. Этот элемент обозначают символом  $SV$ , последовательное соединение указанных элементов – через тире, а параллельное – вертикальной чертой [5].

Моделирование реологических свойств формовочной смеси на основании моделей простых тел требует знания явлений, происходящих во время процесса деформации смеси. В этом случае реологическую модель можно определить экспериментальным путем. С целью проведения экспериментального исследования разработана установка для измерения деформируемости смеси под нагрузкой [6]. Общий вид установки представлен на рис. 1.

Разработанная установка для измерения деформируемости смеси проводит испытания в условиях, наиболее приближенных к условиям реального нагружения. Результатом испытаний является деформационная кривая, отражающая зависимость между напряжением и деформацией образца.

Рассмотрим поведение формовочной смеси в



**Рис. 1.** Общий вид установки для измерения деформируемости смеси под нагрузкой: 1 – основание; 2 – колонна; 3 – привод; 4 – пассивная плита; 5 – активная плита; 6 – прессовая колодка; 7 – подложка; 8 – гильза; 9 – датчик линейного перемещения; 10 – датчик давления

гильзе при нагружении ее вертикальной сжимающей нагрузкой. В первый период сжатия, когда песчинки сближаются, вытесняется внутрипоровый воздух и ликвидируются поры, смесь ведет себя как пластическое тело. Структура смеси становится все более плотной и однородной. Затем, по мере повышения ее плотности, происходит деформация связующих оболочек, и смесь ведет себя как вязкоупругое тело. При дальнейшем нагружении частицы песка приходят в соприкосновение друг с другом, наступает их упругая деформация, а в некоторых случаях и разрушение отдельных зерен. В этот период проявляются упругие свойства смеси. Таким образом, смесь ведет себя как упруговязкопластическое тело. Поэтому реологическую модель смеси при сжатии можно представить в виде следующей комбинации упрощенных моделей:

$$\Phi C = SV - (H/N) - H, \quad (1)$$

где  $SV$  – пластический элемент Сен-Венана;  $H$  – упругий элемент Гука;  $N$  – вязкий элемент Ньютона.

Реологическая модель формовочной смеси показана на рис. 2.

Параллельное соединение тел  $H$  и  $N$  представляет собой тело Фойгта ( $F$ ). Таким образом, реологическая модель – это последовательное соединение тел  $SV$ ,  $F$  и  $H$ . Полная деформация тела равна сумме деформаций составляющих его тел

$$\varepsilon = \varepsilon_{SV} + \varepsilon_F + \varepsilon_{H_1}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{SV}$  – пластическая деформация элемента  $SV$ ;  $\varepsilon_F$  – упруговязкая деформация элемента  $F$ ;  $\varepsilon_{H_1}$  – упругая деформация элемента  $H_1$ .

Так как при последовательном соединении элементов усилие, приложенное к системе, в целом равно усилиям в каждом элементе, можно записать

$$\sigma = \sigma_{SV} = \sigma_F = \sigma_{H_1}, \quad (3)$$

где  $\sigma_{SV}$  – напряжение элемента  $SV$ ;  $\sigma_F$  – напряжение элемента  $F$ ;  $\varepsilon_{H_1}$  – напряжение элемента  $H_1$ .

Для тела Фойгта деформация и напряжение соответственно равны

$$\varepsilon_F = \varepsilon_N = \varepsilon_{H_2}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_N$  – вязкая деформация элемента  $N$ ;  $\varepsilon_{H_2}$  – упругая деформация элемента  $H_2$ .

$$\sigma_F = \sigma_N + \sigma_{H_2} = \sigma, \quad (5)$$

где  $\sigma_N$  – напряжение элемента  $N$ ;  $\varepsilon_{H_2}$  – напряжение элемента  $H_2$ .

Для упругой деформации согласно закону Гука можно записать

$$\varepsilon_{H_1} = \sigma / E; \quad (6)$$

$$\varepsilon_{H_2} = \sigma_{H_2} / E, \quad (7)$$

где  $E$  – модуль упругости материала.

Для вязкого элемента получаем

$$\dot{\varepsilon}_N = \sigma_N / \eta, \quad (8)$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости.

У формовочной смеси уплотнение происходит только с возрастанием уплотняющей нагрузки, поэтому в предложенной модели классическое пластическое тело Сен-Венана заменено пластическим

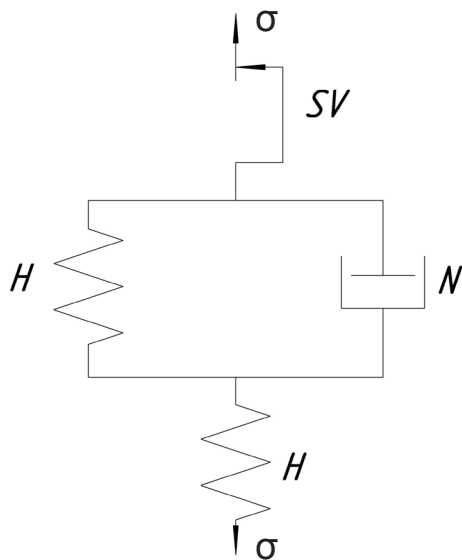


Рис. 2. Реологическая модель формовочной смеси

телом, у которого предел текучести зависит от величины деформации, то есть от текущей плотности смеси.

Для описания свойств такого пластического тела воспользуемся аналитическим уравнением пресования, предложенным Г. Ф. Баландиным [7],

$$d\sigma = A_0 d\bar{\varepsilon}, \quad (9)$$

где  $A_0$  – модуль, характеризующий сопротивление смеси сжатию.

После интегрирования преобразованного уравнения получаем

$$\sigma_{SV} = \sigma_0 e^{A_0 \bar{\varepsilon}}, \quad (10)$$

где  $\sigma_0$  – напряжение, действовавшее в пластическом теле на предшествующем этапе сжатия.

Подставляя (8) и (7) в уравнение (5), согласно (4) после преобразований получаем уравнение

$$\sigma = \dot{\varepsilon}_F \eta + \varepsilon_F E. \quad (11)$$

Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка. После его решения находим

$$\varepsilon_F = \sigma E / \eta^2. \quad (12)$$

Подставим  $\varepsilon_{SV}$ ,  $\varepsilon_F$ ,  $\varepsilon_{H_1}$  из уравнений (6), (10), (12) в уравнение (2). Относительную деформацию заменим натуральной относительной деформацией  $\bar{\varepsilon}$ , которая при больших значениях точнее описывает процессы. В итоге получим уравнение для рассматриваемой реологической модели

$$\bar{\varepsilon} = \sigma \left( \frac{E^2 + \eta^2}{E\eta^2} \right) + \frac{1}{A_0} \ln \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right). \quad (13)$$

Допустим, что во время приложения нагрузки  $N$  образец, имеющий начальную длину  $l_0$ , сожмется и его длина станет равна  $l$ . Относительное сжатие любой части образца равно  $dx/x$ , где  $dx$  – абсолютное сжатие части образца длиной  $x$ . Тогда натуральная относительная деформация  $\bar{\varepsilon}$  – сумма относительных сжатий отдельных участков

$$\bar{\varepsilon} = \int_l^{l_0} \frac{dx}{x} = -(\ln l - \ln l_0) = -\ln(1 - \varepsilon). \quad (14)$$

Так как  $l_0$  величина постоянная, то

$$d\bar{\varepsilon} = d(-\ln l + \ln l_0) = -\frac{dl}{l}. \quad (15)$$

С другой стороны,

$$l = \frac{M}{F\delta}, \quad (16)$$

где  $M$  – масса образца длиной  $l$ ;  $F$  – площадь поперечного сечения этого образца;  $\delta$  – плотность образца.

Подставив значения  $l$  и  $dl$  в уравнение (15), получим

$$d\bar{\varepsilon} = \frac{d\delta}{\delta}. \quad (17)$$

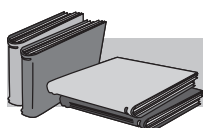
С учетом уравнений (13) и (17) получим уравнение уплотнения смеси

$$\delta = \delta_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{A_0}} e^{\sigma \left( \frac{E^2 + \eta^2}{E\eta^2} \right)}, \quad (18)$$

где  $\delta_0$  – плотность смеси после действия напряжений  $\sigma_0$ .

## Выводы

Используя экспериментальные данные, полученные с помощью установки для измерения деформируемости смеси под нагрузкой, можно определить неизвестные реологические характеристики смеси. Полученные реологические характеристики в дальнейшем можно использовать для создания АСУ ТП смесеприготовления и формообразования. Таким образом, разработанная реологическая модель, учитывающая особенности деформирования формовочной смеси дает возможность более точно изучить реальные свойства смесей, чтобы приблизить теоретические прогнозы к реальному поведению формовочной смеси.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Формовочные материалы и смеси / С. П. Дорошенко, В. П. Авдокушин, К. Русин, И. Мацашек. – Киев: Вища шк., 1990. – 415 с.
2. Авдокушин В. П., Сургучев Е. А., Самарай В. П. Прибор для определения реологических свойств формовочных смесей // Литейн. пр-во. – 2001. – № 4. – С. 33-34.

3. *Медведев Я. И., Валисовский И. В.* Технологические испытания формовочных материалов. – М.: Машиностроение, 1973. – 308 с.
4. *Микульчиньски Т., Новак Д., Новицки Ю.* Реологические свойства формовочной смеси // Литейщик России. – 2005. – № 3. – С. 14-16.
5. *Вялов С. С.* Реологические основы механики грунтов. – М.: Высш. шк., 1978. – 448 с.
6. Заявка № 20100317, Украина. РБ, МПК G01N3/28. Установка для измерения деформируемости смеси под нагрузкой / В. М. Карпенко, Е. В. Филиппенко. – Заявл. 26.03.2010.
7. *Матвеев И. В., Исагулов А. З., Дайкер А. А.* Динамические процессы и машины для уплотнения литейных форм. – Алматы: Гылым (Наука), 1998. – 345 с.

#### Анотація

*Філіпенко Є. В., Карпенко В. М., Самарай В. П.*

#### Розробка реологічної моделі ущільнення формувальної суміші

*Проведено дослідження та моделювання поведінки формувальної суміші в процесі ущільнення. Побудовано реологічну та математичну моделі процесу деформації формувальної суміші в умовах компресійного стискування. Отримані моделі дозволять керувати властивостями формувальної суміші і здійснювати прогнозування технологічних параметрів для забезпечення заданих характеристик.*

#### Ключові слова

*формувальна суміш, модель, реологія, деформування*

#### Summary

*Filipenko E., Karpenko V., Samaraj V.*

#### Development rheological model of sand blend compacting

*Researching and modeling behavior of sand blend in the process of compacting. Rheological and mathematical model process of deformation of sand blend in conditions of compression is constructed. The received models will allow to operate properties of a forming mix and to forecast of technological parameters for providing of the set characteristics.*

#### Keywords

*sand blend, model, rheology, deformation*

Поступила 27.09.10

### ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

В соответствии с требованиями ВАКа все статьи, поступающие в редакции научных журналов, должны обязательно проходить **рецензирование**, иметь **ключевые слова, аннотации, название статьи, фамилию, имя, отчество авторов на 3-х языках – русском, украинском и английском.**

Объем статьи – не более 10 стр., рисунков – не более 5.

Статьи в редакции должны поступать на бумажном (с подписями всех соавторов) и электронном носителях.

Для текстовых материалов желательно использовать формат **doc**. Для графических материалов – формат **jpeg**. Графики и чертежи должны быть **черно-белыми**, четкими и контрастными. Фотографии и рисунки с разрешением, как минимум, **300 dpi**.

Также необходимо прилагать контактную информацию (e-mail, телефон, адрес, факс) и сведения об авторах.