Металлофиз. новейшие технол. / Metallofiz. Noveishie Tekhnol.
2013, т. 35, № 10, сс. 1307–1317
Оттиски доступны непосредственно от издателя

ЭЛЕКТРОННЫЕ СТРУКТУРА И СВОЙСТВА

PACS numbers: 62.23.St, 75.30.Ds, 75.50.Gg, 75.75.Jn, 75.90.+w

Спінові хвилі в тонкій феромагнітній нанооболонці. Врахування ефектів дисипації

Ю. І. Горобець, В. В. Куліш[*]

Інститут магнетизму НАН та МОН України,
бульв. Акад. Вернадського, 36-б,
03142 Київ, Україна
[*]*Національний технічний університет України «КПІ»,*
просп. Перемоги, 37,
03056 Київ, Україна

У роботі теоретично досліджено спінові збудження в сферичній нанооболонці з феромагнетика типу «легка вісь». З використанням лінеаризованого рівняння Ландау–Ліфшиця з релаксаційним доданком у формі Гілберта (з урахуванням ефектів дисипації, магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії та ефектів анізотропії) одержано рівняння для магнітного потенціалу таких збуджень у магнітостатичному наближенні. Для випадку оболонки, тонкої в порівнянні з її розміром, одержано дисперсійне співвідношення та характерний час згасання спінового збудження для ненульових (за хвильовим числом) мод коливань, єдину можливу частоту та характерний час згасання спінового збудження для нульової моди, а також спектр хвильових чисел (у неявному вигляді). Одержано обмеження на кількість можливих радіальних та азимутальних мод спінових збуджень, зроблено відповідні числові оцінки для типових нанооболонок.

В работе теоретически исследованы спиновые возбуждения в сферической нанооболочке из ферромагнетика типа «лёгкая ось». С использованием линеаризованного уравнения Ландау–Лифшица с релаксационным членом в форме Гильберта (с учётом эффектов диссипации, магнитного диполь-дипольного взаимодействия, обменного взаимодействия и эффектов анизотропии) получено уравнение для магнитного потенциала таких возбуждений в магнитостатическом приближении. Для случая оболочки, тонкой по сравнению с её размером, получены дисперсионное соотношение и характерное время затухания спинового возбуждения для ненулевых (по волновому числу) мод колебаний, единственная возможная частота и характерное время затухания спинового возбуждения для нулевой моды, а также спектр волновых чисел (в неявном виде). Получено ограничение на количество возможных радиальных и азимутальных мод спиновых возбуждений, сделаны соответствующие числовые оценки для типичных нанооболочек.

Theoretical study of spin excitations in a spherical nanoshell composed of an ‘easy axis’ ferromagnet is carried out. For such system, a linearized Landau–Lifshitz equation with the relaxation term in the Hilbert form is written with regard for the dissipation effects, the magnetic dipole–dipole interaction, the exchange interaction, and anisotropy effects. From the Landau–Lifshitz equation, an equation for the magnetic potential for such excitations (within the magnetostatic approximation) is derived, using one of the Maxwell equations. As shown, this equation in the general case of standing spin waves in the nanoshell does not admit a solution in the form of spherical functions by the radial coordinate; however, it admits an approximate solution in such form in the case of a shell that is thin compared to its size. Using this solution, a dispersion equation and characteristic damping time for non-zero (by the radial wavenumber) spin excitation modes, the only possible frequency and a characteristic damping time of the spin excitations for a zero mode and a radial wavenumber spectrum (in the implicit form) are obtained for the above-described case of a thin shell. From both the exchange restriction and the nanoshell size restriction on the spin excitation wavenumber, limitations on the number of possible radial and azimuthal modes of spin excitations are obtained. Appropriate numerical evaluations are performed, and the above-mentioned limitations are obtained for typical nanoshells.

Ключові слова: композитна наноструктура, феромагнітна нанооболонка, спінове збудження, дисипативні ефекти, дипольно-обмінна теорія.

(Отримано 30 вересня 2013 р.)

1. ВСТУП

Спінові хвилі, тобто хвилі намагніченості в магнітовпорядкованих речовинах, інтенсивно досліджуються останнім часом як теоретично, так і експериментально. Зокрема, інтенсивно вивчаються спінові збудження в нанорозмірних системах — квантових точках [1, 2], феромагнітних нанодротах [3, 4], тонких феромагнітних плівках [5, 6] та інших наносистемах. Спінові хвилі в нанорозмірних системах є перспективними для практичних застосувань, зокрема, для створення нових пристроїв зберігання інформації, передачі інформації тощо [7, 8].

Результатом розвитку нанотехнологій в останні десятиліття стали синтез і використання композитних наноструктур. Відомо, що нанокомпозити, які містять феромагнетик, характеризуються наявністю аномальних магнітних властивостей [9–11]. Картина спінових хвиль у наносистемі сильно залежить від її форми та розмірів, так що спінові збудження досліджуються окремо в різних типах наносистем. Зокрема, спінові збудження в синтезованих наприкінці

1990-х років металевих нанооболонках [12, 13] — композитних наночастинках, що складаються з діелектричного ядра та тонкої металевої оболонки, — викликають особливий інтерес щодо їх вивчення.

Перші синтезовані нанооболонки складались з немагнітних матеріалів і тому представляли інтерес для вивчення переважно через їх оптичні властивості, зокрема, досліджувався плазмонний резонанс у таких системах. Проте, в останні роки були синтезовані нанооболонки з феромагнітного матеріалу [14], що робить дослідження спінових збуджень у таких системах актуальним.

Відомо, що в залежності від частоти спінових хвиль, а також розміру та матеріалу нанооболонки (взагалі, наноструктури з феромагнітними елементами) ефекти, пов'язані з дисипацією енергії, можуть бути як нехтовно малими, так і суттєвими, див., наприклад, [15]. Отже, при розгляді спінових збуджень у феромагнітній нанооболонці в загальному випадку ми маємо враховувати ефекти поглинання.

Дану роботу присвячено теоретичному дослідженню спінових збуджень у сферичній феромагнітній нанооболонці. Для спінового збудження в такій структурі знайдено диференційне рівняння для магнітного потенціалу з урахуванням ефектів поглинання, магнітної диполь-дипольної взаємодії, обмінної взаємодії та анізотропії. Для випадку тонкої (в порівнянні з її розміром) нанооболонки знайдено дисперсійне співвідношення для ненульових мод і єдина можлива частота нульової моди спінових збуджень, характерний час згасання спінового збудження для ненульових мод та нульової моди, а також спектр радіальних хвильових чисел.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо сферичну нанооболонку, що складається з немагнітної серцевини та сферичної феромагнітної оболонки. Внутрішній радіус оболонки позначимо a, зовнішній — b.

Нехай феромагнетик, з якого складається оболонка, має локально тип «легка вісь», так що рівноважна намагніченість $\mathbf{M}_0$ спрямована радіально всюди в оболонці; вважаємо, що вона є також постійною за модулем у всьому об'ємі оболонки. Будемо вважати, що феромагнетик характеризується наступними параметрами: константою одновісної анізотропії β (вважається постійною), константою обмінної енергії α (тензор обмінної енергії в загальному випадку одновісного кристала є діагональним і має дві незалежні компоненти; ми розглянемо випадок, коли ці компоненти збігаються: це є вірним для кубічного кристала, для полікристалічної оболонки з дрібними кристалами та ін.). Гіромагнітне відношення феромагнетика γ будемо вважати фіксованим і відомим. Згасання для спінових хвиль в оболонці вважаємо суттєвим, залишаючи релаксаційний доданок у рівнянні Ландау–Ліфшиця; параметр дисипації α_G

вважаємо відомим.

Нехай в описаній вище феромагнітній оболонці розповсюджуються в азимутально-полярних напрямках спінові коливання (стоячі хвилі) з малими збуреннями густини магнітного моменту та, відповідно, магнітного поля. Таким чином, для збурення **m** густини магнітного моменту ($\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}$, де **M** — загальна густина магнітного моменту) має місце нерівність $|\mathbf{m}| << |\mathbf{M}_0|$. Зважаючи на типові розміри нанооболонок (десятки нанометрів) і, відповідно, на порядок хвильового числа для спінової хвилі в оболонці, ми маємо враховувати як дипольні, так і обмінні доданки в рівнянні Ландау–Ліфшиця.

Задача даної роботи полягає в знаходженні дисперсійного співвідношення та спектра радіальних хвильових чисел для таких коливань.

3. ТЕОРЕТИЧНЕ ПІДҐРУНТЯ

Запишемо рівняння Ландау–Ліфшиця для нашої системи. Якщо відхилення густини магнітного моменту **m** та поля всередині феромагнетика **h** від відповідних рівноважних значень $\mathbf{M}_0$ та $\mathbf{H}_0^{(i)}$ є малими, то лінеаризоване рівняння Ландау–Ліфшиця без релаксаційного доданку всередині феромагнетика буде мати наступний вигляд [16]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma\left(\mathbf{M}_0 \times \left(\mathbf{h} + \alpha \sum_i \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial x_i^2} + \beta \mathbf{n}(\mathbf{mn}) - \frac{1}{M_0^2}\left(\mathbf{M}_0 \mathbf{H}_0^{(i)} + \beta (\mathbf{M}_0 \mathbf{n})^2\right)\mathbf{m}\right)\right), \quad (1)$$

тут **n** — одиничний вектор у напрямку осі анізотропії системи.

Врахуємо дисипацію енергії в оболонці. Використаємо релаксаційний доданок у Гілбертовій формі: $\mathbf{T}_G = \frac{\alpha_G}{M}\left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right]$. Такий доданок у лінеаризованій формі має вигляд

$$\mathbf{t}_G = \frac{\alpha_G}{M_0}\left[\mathbf{M}_0 \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}\right]. \quad (2)$$

Таким чином, лінеаризоване рівняння Ландау–Ліфшиця з релаксаційним доданком у Гілбертовій формі запишеться так:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma\left(\mathbf{M}_0 \times \left(\mathbf{h} + \alpha \sum_i \frac{\partial^2 \mathbf{m}}{\partial x_i^2} + \beta \mathbf{n}(\mathbf{mn}) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{1}{M_0^2}\left(\mathbf{M}_0 \mathbf{H}_0^{(i)} + \beta (\mathbf{M}_0 \mathbf{n})^2\right)\mathbf{m} + \frac{\alpha_G}{\gamma M_0}\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}\right)\right). \quad (3)$$

Будемо працювати в сферичних координатах (r, θ, φ). Згідно з моделлю задачі рівноважна намагніченість $\mathbf{M}_0$ спрямована всюди вздовж радіального орта $\mathbf{e}_r$ і, відповідно, вздовж напрямку $\mathbf{n}$. За відсутності зовнішнього поля рівноважне магнітне поле всередині феромагнітної оболонки буде також спрямовано вздовж цього напрямку $-4\pi\hat{\mathbf{N}}\mathbf{M}_0 = \mathbf{H}_0^{(i)} \parallel \mathbf{e}_r$, наприклад, з міркувань симетрії. Тут $\hat{\mathbf{N}}$ — тензор розмагнічувальних коефіцієнтів. За цієї умови підставимо в рівняння (5) величини $\mathbf{m}$ та $\mathbf{h}$ у вигляді періодичних коливань:

$$\mathbf{m}(\mathbf{r},t) = \mathbf{m}_0(r,\theta,\varphi)\exp(i\omega t),\ \ \mathbf{h}(\mathbf{r},t) = \mathbf{h}_0(r,\theta,\varphi)\exp(i\omega t). \tag{4}$$

Зважаючи на те, що вектори $\mathbf{M}_0 \parallel \mathbf{H}_0^{(i)} \parallel \mathbf{n} \parallel \mathbf{e}_r$, $\mathbf{m}_0 \perp \mathbf{e}_r$, одержимо

$$i\omega\mathbf{m}_0 = \gamma\left(M_0\mathbf{e}_r \times \left(\mathbf{h}_0 + \alpha\sum_i \frac{\partial^2\mathbf{m}_0}{\partial x_i^2} - \left(\beta + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\mathbf{m}_0\right)\right). \tag{5}$$

Для розв'язку рівняння Ландау–Ліфшиця потрібно записати ще одне співвідношення, яке пов'язує магнітне поле та густину магнітного моменту. Використаємо магнітостатичне наближення [16] для спінових хвиль в оболонці. У цьому наближенні поле $\mathbf{h}$ є потенціальним, так що $\mathbf{h} = -\nabla\Phi$, $\mathbf{h}_0 = -\nabla\Phi_0$. Тут Φ — магнітний потенціал, Φ_0 — потенціал амплітуди збурення ($\mathbf{h}_0$) магнітного поля, так що $\Phi = \Phi_0(\mathbf{r})\exp(i\omega t)$. Тоді з рівняння Максвелла $\mathrm{div}\mathbf{h} = -4\pi\,\mathrm{div}\mathbf{m}$ одержуємо шукане співвідношення:

$$\Delta\Phi - 4\pi\,\mathrm{div}\,\mathbf{M} = 0. \tag{6}$$

Рівняння (5) та (6) дають необхідний зв'язок між $\mathbf{m}$ та $\mathbf{h}$. Використовуючи цю систему рівнянь, ми можемо знайти дисперсійне рівняння та спектр хвильових чисел для спінових хвиль в оболонці.

4. РІВНЯННЯ ДЛЯ МАГНІТНОГО ПОТЕНЦІАЛУ

Знайдемо диференційне рівняння для магнітного потенціалу спінових хвиль у системі. Для цього виключимо з системи рівнянь (5), (6) збурення густини магнітного моменту $\mathbf{m}_0$.

Враховуючи, що $m_{0r} = 0$, перепишемо систему рівнянь (5), (6) у вигляді

$$\begin{cases} -\dfrac{i\omega}{\gamma M_0}\mathbf{e}_r \times \mathbf{m}_0 = -\nabla\Phi_0 + \alpha\Delta\mathbf{m}_0 - \left(\beta + \dfrac{H_0^{(i)}}{M_0} - \dfrac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\mathbf{m}_0 + \dfrac{\partial\Phi_0}{\partial r}\mathbf{e}_r, \\ \mathrm{div}\,\mathbf{m}_0 = \Delta\Phi_0/(4\pi). \end{cases} \tag{7}$$

Візьмемо диверґенцію від обох частин першого рівняння. Після де-яких перетворень одержимо:

$$\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2}-\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}-\alpha\Delta\right)\left(\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)+4\pi-\alpha\Delta\right)\right)\Delta\Phi_0+$$
$$+4\pi\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}-\alpha\Delta\right)\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right)=0. \tag{8}$$

Аналогічне рівняння можна одержати для системи з циліндричною симетрією, див., наприклад, [17]. Розв'язок відповідного рівняння у випадку циліндричної симетрії шукається у вигляді лінійної комбінації циліндричних функцій. Ми, взагалі, не можемо розв'язати рівняння для системи з сферичною симетрією (8) аналогічним чином, шукаючи розв'язок у вигляді лінійної комбінації сферичних функцій. Проте, такий підхід можливий за умови тонкої оболонки, коли виконується умова $(b-a)/a \ll 1$. Знайдемо дисперсійне рівняння описаним вище способом.

5. ДИСПЕРСІЙНЕ РІВНЯННЯ

Знайдемо дисперсійне рівняння для спінових збуджень у системі, яку ми моделюємо. Підставимо розв'язок рівняння (8) у вигляді

$$\Phi_0(r,\theta,\varphi)=\left(A_1 j_l(kr)+A_2 n_l(kr)\right)Y_{lm}(\theta,\varphi). \tag{9}$$

Тут j_l, n_l — сферичні функції відповідно Бесселя та Неймана порядку l, Y_{lm} — сферичні поліноми, k — радіальне хвильове число, A_1, A_2 — константи. При цьому для функції (9) можна записати:

$$\Delta\Phi_0=-k^2\Phi_0, \tag{10}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right)=\left(\frac{l(l+1)}{r^2}-k^2\right)\Phi_0. \tag{11}$$

Використовуючи властивості (10), (11), після вищезазначеної підстановки одержимо співвідношення:

$$-\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2}-\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta+\alpha k^2-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\left(\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)+4\pi+\alpha k^2\right)\right)k^2+$$
$$+4\pi\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta+\alpha k^2-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\left(\frac{l(l+1)}{r^2}-k^2\right)=0. \tag{12}$$

Рівняння (12) не можна вважати дисперсійним співвідношенням, оскільки воно містить змінний доданок $l(l+1)/r^2$. Проте, у наближенні тонкої оболонки цей доданок можна вважати наближено постійним. Справді, нехай нанооболонка є тонкою в порівнянні з її розміром, так що $(b^2 - a^2)/a^2 << 1$ (ми також можемо використати слабшу умову $(b - a)/a << 1$). У цьому випадку рівняння зі змінним доданком (12) можна переписати у вигляді

$$-\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} - \left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta + \alpha k^2 - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\left(\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right) + 4\pi + \alpha k^2\right)\right)k^2 + \\ + 4\pi\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta + \alpha k^2 - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\left(\frac{l(l+1)}{r_0^2} - k^2\right) = 0, \tag{13}$$

тут $r_0 = [(b^2 + a^2)/2]^{1/2}$ і доданок $l(l+1)/r^2$ вважаємо наближено постійним: $r^2 \approx r_0^2 = \text{const}$, $l(l+1)/r^2 \approx l(l+1)/r_0^2$. Перетворюючи рівняння (11) в дисперсійне рівняння вигляду

$$\alpha^2 k^6 + 2\alpha\left(\tilde{\beta} - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)k^4 + \left(-\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2} + \left(\tilde{\beta} - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)^2 + 4\pi\frac{l(l+1)}{r_0^2}\alpha\right)k^2 + \\ + 4\pi\left(\tilde{\beta} - \frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)\frac{l(l+1)}{r_0^2} = 0, \tag{14}$$

де $\tilde{\beta} = \beta + H_0^{(i)}/M_0$, одержуємо шукане дисперсійне співвідношення:

$$\omega = \frac{\gamma M_0}{k(1+\alpha_G^2)}\left(\frac{i\alpha_G}{2k}C + \right. \\ \left. + \sqrt{\left(\alpha^2 k^6 + 2\alpha\tilde{\beta}k^4 + \left(\tilde{\beta}^2 + 4\pi\frac{l(l+1)}{r_0^2}\alpha\right)k^2 + 4\pi\tilde{\beta}\frac{l(l+1)}{r_0^2}\right)(1+\alpha_G^2) - \frac{\alpha_G^2}{4k^2}C^2}\right). \tag{15}$$

Тут $C(k) = 2\alpha k^4 + 2\tilde{\beta}k^2 + 4\pi l(l+1)/r_0^2$. Відповідно, характерний час згасання хвилі за умови дійсного хвильового числа запишеться

$$\tau = \frac{2\pi}{\operatorname{Im}\omega} = \frac{4\pi k^2\left(1+\alpha_G^2\right)}{\gamma M_0\alpha_G\left(2\alpha k^4 + 2\tilde{\beta}k^2 + 4\pi\dfrac{l(l+1)}{r_0^2}\right)}. \tag{16}$$

Дисперсійне співвідношення такого вигляду має місце для ненульового хвильового числа: $k \neq 0$. Для нульової радіальної моди (k = 0, радіальна залежність магнітного потенціалу відсутня) рівняння (11) після врахування $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\Phi_0}{\partial r}\right) = 0$, $\Delta\Phi_0 = \frac{-l(l+1)}{r^2}\Phi_0$ приймає вигляд

$$\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2 M_0^2}-\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}-\alpha\Delta\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(\left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0}+\beta-\frac{i\alpha_G\omega}{\gamma M_0}\right)+4\pi-\alpha\Delta\right)\right)\frac{\Phi_0}{r^2}=0. \quad (17)$$

Звідси, записуючи квадратне рівняння для частоти коливань

$$\frac{\omega^2(1+\alpha_G^2)}{\gamma^2 M_0^2}+2i\alpha_G\left(\tilde\beta+\alpha\frac{l(l+1)-2}{r_0^2}\right)\frac{\omega}{\gamma M_0}-$$
$$-\left(\tilde\beta(\tilde\beta+4\pi)+2\alpha(\tilde\beta+2\pi)\frac{l(l+1)-2}{r_0^2}+\alpha^2\frac{(2-l(l+1))(12-l(l+1))}{r_0^4}\right)=0, \quad (18)$$

одержуємо частоту у вигляді

$$\omega=\frac{\gamma M_0}{1+\alpha_G^2}\left(i\alpha_G C_0+\left[-\alpha_G^2C_0^2+(1+\alpha_G^2)\left(\tilde\beta(\tilde\beta+4\pi)+\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+2\alpha(\tilde\beta+2\pi)\frac{l(l+1)-2}{r_0^2}+\alpha^2\frac{(l(l+1)-2)(l(l+1)-12)}{r_0^4}\right)\right]^{1/2}\right), \quad (19)$$

тут $C_0=\tilde\beta+\alpha(l(l+1)-2)/r_0^2$. Оскільки з рівняння (10) для нульової моди $l(l+1)=0$, остаточно одержуємо єдину частоту коливань для нульової моди

$$\omega=\frac{\gamma M_0}{1+\alpha_G^2}\left(\sqrt{\left(\tilde\beta(\tilde\beta+4\pi)-\frac{4\alpha(2\pi+\tilde\beta)}{r_0^2}+\frac{24}{r_0^4}\alpha^2\right)(1+\alpha_G^2)-\alpha_G^2\left(\tilde\beta-\frac{2\alpha}{r_0^2}\right)^2}+\right.$$
$$\left.+\,i\alpha_G\left(\tilde\beta-\frac{2\alpha}{r_0^2}\right)\right) \quad (20)$$

і характерний час згасання хвилі за умови дійсного хвильового числа

$$\tau=\frac{2\pi}{\operatorname{Im}\omega}=\frac{2\pi\left(1+\alpha_G^2\right)}{\gamma M_0\alpha_G\left(\tilde\beta-2\alpha/r_0^2\right)}. \quad (21)$$

Як ми бачимо, за умови нехтування дисипацією ($\alpha_G=0$) частота (20) збігається з частотою феромагнітного резонансу, хоча включає в себе моди, які до нього не відносяться ($k=0$, $m\neq 0$). Всі ці моди, проте, мають однакову частоту, що задається рівнянням (20).

6. СПЕКТР ХВИЛЬОВИХ ЧИСЕЛ

Знайдемо спектр радіальних хвильових чисел k у системі, яку ми розглядаємо. Ця задача, взагалі, потребує розв'язку рівняння для магнітного потенціалу разом з крайовими умовами для магнітного поля для обох векторів **B** і **H** як всередині, так і ззовні оболонки. Таким чином ми можемо одержати ще одне (крім одержаного дисперсійного рівняння) співвідношення між частотою ω спінової хвилі та хвильовим числом k, що і задасть шуканий спектр. Цей метод вимагає чисельних розрахунків, проте, для нанооболонки з немагнітним зовнішнім матеріалом ми можемо вибрати крайові умови, які дозволяють одержати шуканий спектр в аналітичному вигляді. Для нашої задачі будемо використовувати «закріплені» крайові умови разом з умовою неперервності нормальної компоненти потоку енергії. Оскільки густина магнітного моменту ззовні оболонки дорівнює нулю, ми одержуємо

$$\mathbf{m}\big|_{r=a,b} = 0,\ \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \rho}\bigg|_{r=a,b} = 0.$$

Використаємо рівняння Максвелла (6) для перетворення цих крайових умов у крайові умови для магнітного потенціалу. Ми одержимо $\Delta\Phi\big|_{r=a,b} = 0$, або з (10) $k^2\Phi = 0$. За умови $k \neq 0$ (яку ми можемо використовувати, зауваживши, що нульова мода $k = 0$ не потребує розгляду радіальної залежності магнітного потенціалу) одержуємо $\Phi_0\big|_{a,b} = 0$, тобто

$$A_1 j_l(ka) + A_2 n_l(ka) = A_1 j_l(kb) + A_2 n_l(kb) = 0. \tag{22}$$

На даному етапі ми, взагалі, маємо розв'язати рівняння для магнітного потенціалу разом з крайовими умовами на поверхні оболонки для одержання іншого зв'язку між A_1, A_2 та k. Проте, оскільки ми шукаємо спектр хвильових чисел, а не значення амплітуд хвилі, ми можемо зробити систему (22) повною, розділивши на одну з амплітуд, наприклад, A_1:

$$j_l(ka) + (A_2/A_1) n_l(ka) = j_l(kb) + (A_2/A_1) n_l(kb) = 0. \tag{23}$$

Система (23) задає в неявному вигляді шуканий спектр.

7. ОБМЕЖЕННЯ НА КІЛЬКІСТЬ МОД

Зробимо числові оцінки для визначення кількості мод, що можуть бути збуджені в системі. Зауважимо, що радіальна довжина хвилі спінового збудження в системі обмежена, з одного боку, товщиною нанооболонки, з іншого — характерною довжиною обмінної взаємодії l_{ex}, яка складає одиниці нанометрів для типових феромагнетиків. Отже, для типових нанооболонок, товщина яких також складає одиниці нанометрів, може бути збуджена тільки перша мода з характерним значенням хвильового числа $k \sim 2\pi/(b-a)$, для якої ми маємо використовувати вираз (15), та нульова (всі частоти якої задаються виразом (20)). Аналогічні обмеження накладаються на число l: оскільки максимальна азимутальна довжина хвилі має порядок $2\pi r_0/l$, де середній радіус r_0 складає одиниці або десятки нанометрів для типових нанооболонок, а мінімальна також обмежена обмінною довжиною, для типових феромагнітних нанооболонок можна збудити тільки перші $N \sim 2\pi r_0/l_{ex} \sim 10$ азимутальних мод.

8. ПІДСУМКИ І ЗАУВАЖЕННЯ

Таким чином, у роботі досліджено дипольно-обмінні спінові коливання в сферичній феромагнітній нанооболонці. Розглянуто випадок, коли феромагнетик, з якого складається оболонка, має тип «легка вісь». Одержано рівняння для магнітного потенціалу малих спінових збуджень у такій системі з урахуванням ефектів, пов'язаних з дисипацією енергії. Для нанооболонки, яка є тонкою в порівнянні з її розмірами, одержано дисперсійне рівняння для ненульових мод ($k \neq 0$, де k — радіальне хвильове число), єдина можлива частота нульової моди коливання (також з урахуванням дисипативних ефектів) та характерний час згасання спінового збудження (за умови дійсного хвильового числа). Крім того, одержано спектр радіальних хвильових чисел у неявному вигляді.

З обмежень на довжину хвилі спінового збудження одержано обмеження на кількість радіальних та азимутальних мод коливань.

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. K. Yu. Guslienko and A. N. Slavin, *J. Appl. Phys.*, **87**, No. 9: 6337 (2000).
2. F. G. Aliev, J. F. Sierra, A. A. Awad, G. N. Kakazei, D.-S. Han, S.-K. Kim, V. Metlushko, B. Ilic, and K. Yu. Guslienko, *Phys. Rev. B*, **79**, No. 17: 174433 (2009).
3. R. Arias and D. L. Mills, *Phys. Rev. B*, **63**, No. 13: 134439 (2001).
4. R. Skomski, M. Chipara, and D. J. Sellmyer, *J. Appl. Phys.*, **93**, No. 10: 7604 (2003).
5. B. A. Kalinikos, N. G. Kovshikov, and A. N. Slavin, *J. Appl. Phys.*, **69**, No. 8: 5712 (1991).
6. M. Bauer, O. Büttner, S. O. Demokritov, B. Hillebrands, V. Grimalsky, Yu. Rapoport, and A. N. Slavin, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, No. 17: 3769 (1998).

7. M. R. Freeman and B. C. Choi, *Science*, **294**, No. 5546: 1484 (2001).
8. A. Encinas-Oropesa, M. Demand, L. Piraux, I. Huynen, and U. Ebels, *Phys. Rev. B*, **63**, No. 10: 104415 (2001).
9. К. Ю. Гуслиенко, *Физика твёрдого тела*, **40**, № 10: 1871(1998).
10. A. Butera, J. N. Zhou, J. A. Barnard, *Phys. Rev. B*, **60**, No. 17: 12270 (1999).
11. S. Ohnuma, N. Kobayashi, T. Masumoto, S. Mitani, and H. Fujimori, *J. Appl. Phys.*, **85**, No. 10: 4574 (1999).
12. R. D. Averitt, S. I. Westcott, and N. J. Halas, *Phys. Rev. B*, **58**, No. 16: R10203 (1998).
13. R. D. Averitt, S. I. Westcott, and N. J. Halas, *J. Opt. Soc. Am.*, **16**, No. 10: 1824 (1999).
14. C. G. Hu, Y. Lic, J. P. Liu, Y. Y. Zhang, G. Bao, B. Buchine, and Z. L. Wang, *Chem. Phys. Lett.*, **428**, No. 4–6: 343 (2006).
15. C. Wu, *Spin Wave Resonance and Relaxation in Microwave Magnetic Multilayer Structures and Devices* (Thesis of Disser. for Ph.D.) (New York: City University of New York: 2008).
16. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны* (Москва: Наука: 1967).
17. V. V. Kruglyak, R. J. Hicken, A. N. Kuchko, and V. Yu. Gorobets, *J. Appl. Phys.*, **98**, No. 1: 014304 (2005).