

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОСТИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МОМЕНТА НА ДИНАМИКУ ГРАВИТАЦИОННО СТАБИЛИЗИРОВАННОГО КА В ПЛОСКОСТИ КРУГОВОЙ ОРБИТЫ

Рассматривается влияние аэродинамического момента на колебания космического аппарата (КА) в режиме гравитационной стабилизации. Исследования проводятся с учетом изменений плотности атмосферы при орбитальном движении КА и зависимости коэффициента аэродинамического момента от ориентации КА. Построено аналитическое решение уравнения малых колебаний КА и показано, что переменность аэродинамического момента может оказывать существенное влияние на точность стабилизации КА.

Розглядається вплив аеродинамічного моменту на коливання космічного апарата (КА) в режимі гравітаційної стабілізації. Дослідження проводяться з урахуванням змін густини атмосфери при орбітальному русі КА і залежності коефіцієнта аеродинамічного моменту від орієнтації КА. Побудовано аналітичний розв'язок рівняння малих коливань КА і показано, що змінність аеродинамічного моменту може суттєво впливати на точність стабілізації КА.

Influence of the aerodynamic moment on spacecraft oscillations under gravitational stabilization is considered. The research is conducted considering variations in the atmosphere density at an orbital motion of spacecraft and the dependence of the aerodynamic moment coefficient on the spacecraft orientation. The analytical solution of a spacecraft small oscillations equation is obtained, and it is shown that variability of the aerodynamic moment may have a pronounced effect on the accuracy of the spacecraft stabilization.

Исследованию динамики космического аппарата (КА) относительно центра масс с учетом гравитационного и аэродинамического момента посвящено множество работ (например [1 – 5]). Однако большинство исследований проводилось в предположениях постоянства коэффициента лобового сопротивления КА и постоянства плотности атмосферы на круговой орбите [1 – 5]. Вместе с тем, в работах [6 – 9] отмечалась необходимость учета переменности коэффициента аэродинамического момента и изменения плотности атмосферы вдоль орбиты. В [10] показано, что для высот 550 – 750 км учет суточного эффекта вздутия атмосферы на солнечной стороне Земли может приводить к изменению плотности на постоянной высоте в 5 раз. При совместном учете суточного эффекта вздутия атмосферы и изменений высоты орбиты, обусловленных несферичностью Земли, плотность на орбите может меняться в 8 раз. При таких изменениях плотности предположение о ее постоянстве не представляется вполне обоснованным. Кроме того, в колебательном движении КА появляется дополнительное периодическое возмущение, которое может приводить к резонансным эффектам.

Постановка задачи. Исследуется движение относительно центра масс в плоскости орбиты КА с гравитационной системой стабилизации (ГСС). Диапазон высот орбит 550 – 750 км. Предполагается, что ГСС представляет собой штангу с гравитационным грузом на конце, прикрепленную к КА (рис.1). Рассматривается режим движения гравитационной стабилизации, т.е. режим движения, когда амплитуды колебаний КА невелики, а его продольная ось движется в окрестности местной вертикали. При построении уравнений движения будем предпола-

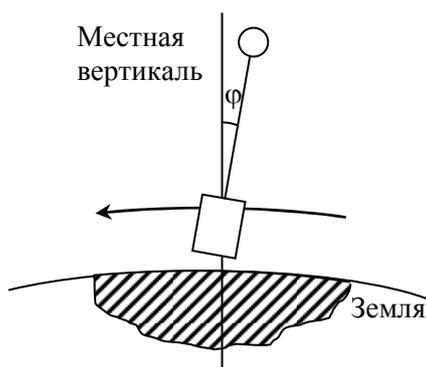


Рис. 1

гать, что КА движется по кеплеровой круговой орбите. При моделировании плотности атмосферы будем также учитывать изменения высоты орбиты КА, обусловленные нецентральной гравитационного поля Земли.

Новизна исследований обусловлена новизной рассматриваемой модели аэродинамического момента. Модель аэродинамического момента, во-первых, учитывает непостоянство коэффициента аэродинамического момента при изменении ориентации КА к набегающему потоку. Предполагается, что коэффициент аэродинамического момента линейно зависит от синуса угла отклонения продольной оси КА от местной вертикали φ (рис. 1). Обоснование этого предположения дано в [11]. Во-вторых, модель аэродинамического момента учитывает изменения плотности атмосферы при движении КА по орбите, обусловленные неравномерностью плотности на заданной высоте из-за вздутия атмосферы на подсолнечной стороне Земли, а также изменением высоты орбиты из-за нецентральной гравитационного поля Земли. Как показано в [10], рассматриваемые изменения плотности атмосферы хорошо описываются рядом Фурье с удержанием первых трех гармоник. Актуальность исследований обусловлена важностью решения задачи повышения качества работы систем стабилизации движения КА.

Уравнение движения. В качестве исходных уравнений рассматриваются уравнения движения КА относительно центра масс в плоскости круговой орбиты [12]

$$B\ddot{\varphi} = -3\omega_0^2(A - C)\sin\varphi\cos\varphi + M_a, \quad (1)$$

где φ – угол между продольной осью КА и местной вертикалью; A , B , C – главные центральные моменты инерции КА; ω_0 – угловая скорость орбитального движения; M_a – момент аэродинамических сил; точки означают производные по времени t .

Момент аэродинамических сил будем описывать следующим образом [11]

$$M_a = a_0(1 + \sigma_a \sin\varphi)\frac{\rho V^2}{2},$$

где a_0 , σ_a – величины, характеризующие взаимодействие КА с потоком и зависящие от площадей поверхностей КА, отклонений их центров давлений от центра масс КА и условий взаимодействия их с потоком; a_0 имеет размерность $[м^3]$, σ_a – безразмерный коэффициент, характеризующий изменение момента при изменении ориентации КА; V – модуль скорости КА относительно потока; ρ – плотность атмосферы. Отметим, что обычно, при ориентации КА с ГСС, когда стабилизирующий груз находится выше КА, $a_0 < 0$.

Плотность атмосферы будем описывать следующей зависимостью [10]

$$\rho(t) = b_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \bar{b}_n \cos(n\omega_0 t + f_n) \right],$$

где b_0 – средняя на орбите плотность атмосферы; \bar{b}_n , f_n – коэффициенты, характеризующие распределение плотности при движении КА по орбите.

Будем предполагать, что коэффициенты a_0 , σ_a , b_0 , \bar{b}_n , f_n постоянны для фиксированной орбиты и фиксированной конструкции КА; $V = R\omega_0$, где R – расстояние от центра Земли до центра масс КА.

Переходя к новой независимой переменной $\tau = \omega_0 t$, уравнение (1) можно записать в виде

$$\varphi'' = -3I \sin \varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} H \lambda (1 + \sigma_a \sin \varphi) \left(1 + \sum_{n=1}^3 \bar{b}_n \cos(n\tau + f_n) \right), \quad (2)$$

где $I = (A - C)/B$, $\lambda = a_0/B$, $H = b_0 R^2$, штрихом обозначены производные по τ .

Интегральные параметры КА и орбиты. Рассмотрим параметры, входящие в (2), оценим возможные их значения и выделим рассматриваемый класс КА.

Отношение моментов инерции I характеризует распределение масс, и для КА с ГСС примем, что оно изменяется в пределах $[0,5; 1]$.

Отношение $\lambda = a_0/B$, имеющее размерность $[м/кг]$, в основном определяется конструкцией КА и характеризует отношение между аэродинамическими и инерционными свойствами КА. Для модельных КА, рассмотренных в [11] (поверхность которых представлена набором простых тел – сфера, цилиндр, конус, пластина), в грубом приближении оно равно отношению диаметра штанги к массе груза ГСС. Далее будем рассматривать КА, для которых $|\lambda| \leq 0,01$ м/кг.

Коэффициент σ_a , характеризующий изменение аэродинамического момента при изменении ориентации КА, также в большей степени определяется конструкцией КА. Его абсолютная величина существенно зависит от наличия на КА больших поверхностей, ориентированных под малым углом к набегающему потоку. Расчеты, проведенные для модельных КА, рассмотренных в [11], показывают, что $|\sigma_a| \leq 0,5$.

Для сравнения, приведем приближенные значения рассмотренных параметров для КА «Сич – 1М» и КА «МС – 1 – ТК». Для КА «Сич – 1М»: $I = 0,555$, $\sigma_a = -0,116$, $\lambda = -0,0037$ м/кг; для КА «МС – 1 – ТК»: $I = 0,8$, $\sigma_a = 0,1986$, $\lambda = -0,0018$ м/кг.

Плотность атмосферы на орбите, ее среднее значение (b_0) и изменения при орбитальном движении (\bar{b}_n , $n=1, 2, 3$) зависят от множества факторов. В статье рассматривается влияние следующих факторов: высота орбиты, изменения высоты КА при движении по орбите из-за нецентральной гравитационного поля Земли, расположение орбиты по отношению к солнечному горбу, а также уровень солнечной активности. Учет других факторов [13, 14], например, таких как сезонные изменения плотности атмосферы, может привести лишь к некоторым количественным отличиям в b_0 и \bar{b}_n , $n=1, 2, 3$, и не скажется на методике и качественных результатах исследований. Расчеты плотности проводятся согласно [14].

На основании расчетов средней плотности на орбите можно сказать, что

величина $H = b_0 R^2$ для низкой солнечной активности $F_0 = 75 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{Гц})$ может меняться приблизительно от 0,4 кг/м до 4,2 кг/м, для высокой солнечной активности $F_0 = 250 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{Гц})$ – от 8 кг/м до 108 кг/м. Т.е. можно считать, что $0,4 \text{ кг/м} \leq H \leq 110 \text{ кг/м}$.

Проведенные для ряда орбит расчеты показывают, что амплитуды переменной составляющей плотности атмосферы \bar{b}_n ($\bar{b}_n > 0$) могут достигать значений: \bar{b}_1 – до 0,83, \bar{b}_2 – до 0,23, \bar{b}_3 – до 0,02.

Таким образом, далее рассматривается класс КА, для которого выполняются следующие условия:

$$0,5 \leq I < 1, \quad |\lambda| \leq 0,01 \text{ м/кг}, \quad |\sigma_a| \leq 0,5. \quad (3)$$

Предполагается, что характеристики плотности атмосферы для рассматриваемых орбит удовлетворяют условиям

$$0,4 \text{ кг/м} \leq H \leq 110 \text{ кг/м}, \quad \bar{b}_1 \leq 0,83, \quad \bar{b}_2 \leq 0,23, \quad \bar{b}_3 \leq 0,02. \quad (4)$$

Среднее положение КА. Движение КА в режиме гравитационной стабилизации можно рассматривать как колебания относительно некоторого (смещенного относительно местной вертикали) положения продольной оси КА, т.е.

$$\varphi = \varphi_0 + \tilde{\varphi}(\tau), \quad (5)$$

где φ_0 – среднее положение продольной оси КА относительно местной вертикали (угол смещения); $\tilde{\varphi}(\tau)$ описывает колебания КА относительно φ_0 .

Значение среднего положения φ_0 определяется равенством гравитационного и аэродинамического моментов при постоянной, равной средней, плотности атмосферы. Из уравнения (2) при $\varphi = \text{const}$, $\bar{b}_n = 0$, $n=1, 2, 3$ получим

$$\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 = s(1 + \sigma_a \sin \varphi_0), \quad (6)$$

где $s = \frac{\lambda H}{6I}$ – безразмерный коэффициент. Для определенных выше диапазонов изменения λ , H и I выполняется неравенство $|s| < 0,37$.

Запишем (6) в виде

$$\sin \varphi_0 = \frac{s}{\cos \varphi_0 - s \sigma_a}. \quad (7)$$

Для рассматриваемого случая, когда $\cos \varphi_0 > |s \sigma_a|$, из (7) следует, что знак φ_0 совпадает со знаком s (т.е. знаком a_0) и с ростом $|s|$ увеличивается $|\varphi_0|$. Из (7) легко получить, что совпадение знаков s и σ_a приводит к увеличению смещения продольной оси КА. Характер зависимости φ_0 от коэффициентов s и σ_a приведен на рисунке 2. Из рисунка видно, что при малых $|s|$ (соответственно малых $|\varphi_0|$) переменность коэффициента аэродинамического момента σ_a слабо влияет на $|\varphi_0|$.

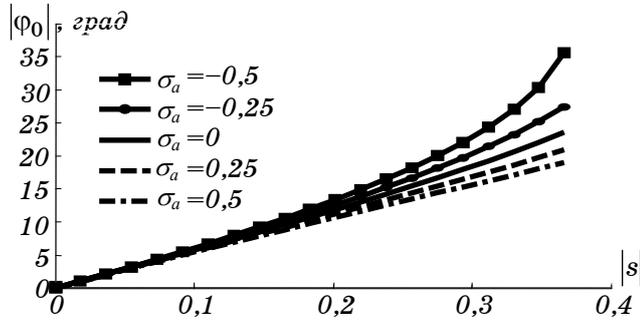


Рис. 2

Из рис. 2 видно, что для определенного выше диапазона изменения параметров (3), (4) смещение среднего положения продольной оси КА может превосходить 35° . Возможность столь большого смещения продольной оси КА обусловлена шириной рассматриваемого диапазона изменения параметров и в первую очередь диапазона изменения плотности атмосферы, которая может меняться более чем в 200 раз. Для достижения режима гравитационной стабилизации КА его конструкция должна соответствовать ожидаемой плотности атмосферы для предполагаемых высоты и уровня солнечной активности.

Далее будем предполагать, что параметры КА и плотности атмосферы таковы, что $|\varphi_0|$ не превосходит единиц градусов. Для определенности примем, что $|s| < 0,1$, следовательно, $|\varphi_0| < 6,08^\circ$. Например, для КА «Сич – 1М» величина $\lambda/(6I) \approx 0,0011$ м/кг, тогда для любой из рассматриваемых орбит $|s|$ будет меняться от $5,55 \cdot 10^{-4}$ до 0,121, т.е. $|\varphi_0|$ не будет превышать 7° , а при $|s| = 0,1$ модуль φ_0 не будет превышать $5,8^\circ$. Вообще говоря, отклонение среднего положения продольной оси КА от местной вертикали на почти 6° представляется несколько чрезмерным для системы гравитационной стабилизации. Так, $\varphi_0 = 5,8^\circ$ почти в два раза превосходит требования к точности ориентации КА «Сич – 1М». Однако, длительное существование КА приводит к снижению его орбиты, что в свою очередь повышает среднюю плотность атмосферы. Также существенное влияние на стабилизацию КА могут оказывать кратковременные (порядка недель) повышения плотности атмосферы, обусловленные вспышками на Солнце либо магнитными бурями [9]. С точки зрения характерного времени колебаний КА относительно центра масс и периода орбитального движения эти изменения весьма продолжительны и могут рассматриваться как квазистационарные.

Уравнение малых колебаний КА. Рассмотрим малые колебания КА относительно среднего положения φ_0 . Подставляя (5) в уравнение (2) и линеаризуя полученное выражение с учетом (6), найдем

$$\ddot{\tilde{\varphi}} + \left[k^2 - 3Is\sigma_a \cos \varphi_0 \sum_{n=1}^3 \bar{b}_n \cos(n\tau + f_n) \right] \tilde{\varphi} = d \sum_{n=1}^3 \bar{b}_n \cos(n\tau + f_n) \quad (8)$$

где введены следующие обозначения: $k^2 = 3I(\cos 2\varphi_0 - s\sigma_a \cos \varphi_0)$, $d = 3Is(1 + \sigma_a \sin \varphi_0)$.

Уравнение (8) представляет собой уравнение типа Хилла (с периодическими коэффициентами) с периодической правой частью. Для исследования свойств решения такого уравнения целесообразно применять приближенные методы [12, 15].

Особенностью уравнения (8) является наличие малого коэффициента ε . Уравнение (8) можно отнести к следующему, более общему, виду уравнений

$$\ddot{y} + (a^2 + \varepsilon P(t))y = F(t), \quad (9)$$

где y – искомая величина; a – постоянный коэффициент; $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр; t – независимая переменная; $P(t)$, $F(t)$ – функции, которые могут быть представлены в виде линейной комбинации элементарных тригонометрических функций с частотами a_{Pi} , $i = 1, 2, \dots, l$, a_{Fi} , $i = 1, 2, \dots, m$ соответственно; точки означают производные по t .

Рассмотрим задачу Коши для уравнения (9) с начальными условиями $y(0) = y_0$, $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$. Без потери общности будем считать, что свободные члены $P(t)$, $F(t)$ равны нулю.

Выделение малого параметра в (9) предполагает, что другие параметры системы являются величинами порядка единицы, т.е. a , y_0 , \dot{y}_0 , A_{Pi} , $A_{Fi} \sim 1$, где A_{Pi} , A_{Fi} – амплитуды изменений функций $P(t)$ и $F(t)$ при соответствующих частотах.

Построим решение уравнения (9) методом последовательных приближений. Введем новую переменную y_1 с теми же начальными условиями ($y_1(0) = y_0$, $\dot{y}_1(0) = \dot{y}_0$)

$$y_1 = y - \tilde{y}^0,$$

где \tilde{y}^0 – решение уравнения $\ddot{\tilde{y}} + a^2\tilde{y} = F(t)$ с нулевыми начальными условиями, т.е. [16]

$$\tilde{y}^0 = \frac{1}{a} \int_0^t F(\tau) \sin a(t - \tau) d\tau.$$

Будем предполагать, что система не находится в окрестности линейного резонанса, т.е. $|a - a_{Fi}| \gg \varepsilon$. Тогда каждый член $F(t)$ привнесет в изменение \tilde{y}^0 слагаемые $\frac{A_{Fi}}{a^2 - (a_{Fi})^2} \sin(a_{Fi}t + \beta_{Fi})$, $-\frac{A_{Fi}}{a(a^2 - (a_{Fi})^2)} (a \cos at \sin \beta_{Fi} + a_{Fi} \sin at \cos \beta_{Fi})$, амплитуда которых имеет порядок единицы, где β_{Fi} – сдвиг фазы, соответствующий частоте a_{Fi} , при представлении $F(t)$ в ряд по синусам, $i = 1, 2, \dots, m$.

Уравнение для y_1 запишется в виде

$$\ddot{y}_1 + (a^2 + \varepsilon P(t))y_1 = -\varepsilon P(t)\tilde{y}^0 = \varepsilon F_1(t). \quad (10)$$

Поскольку $P(t)$ не содержит свободных членов, то произведение $P(t)\tilde{y}^0$

не будет содержать членов с частотой a , и это произведение можно представить в виде линейной комбинации элементарных тригонометрических функций с частотами $|a \pm a_{P_i}|$, $|a_{P_i} \pm a_{F_i}|$, а также свободного члена.

Заменой переменных $\tilde{y}_1 = y_1 - y_1^0$, где $y_1^0 = \varepsilon F_{10} / a^2$, а F_{10} – свободный член F_1 , приведем уравнение (10) к виду уравнения (9)

$$\ddot{\tilde{y}}_1 + (a^2 + \varepsilon P(t))\tilde{y}_1 = \varepsilon \tilde{F}_1(t), \quad (11)$$

но с правой частью, пропорциональной ε , $\tilde{F}_1(t) = F_1 - P(t)y_1^0$. К частотам F_1 в \tilde{F}_1^1 прибавятся частоты a_{P_i} . Изменяются также и начальные условия $\tilde{y}_1(0) = y_0 - y_1^0$, а $\dot{\tilde{y}}_1(0) = \dot{y}_0$.

Вообще говоря, возможно продолжение процедуры замены переменной для повышения порядка малости правой части (11) (построения частного решения с нулевыми начальными условиями уравнения (9)). Но продолжение этой процедуры сталкивается с необходимостью удаления в уравнениях типа (10) резонансных членов, порождаемых самой процедурой. Это приводит к достаточно громоздким преобразованиям.

Таким образом, проведенная замена переменных позволила явно ввести в правую часть уравнений малый параметр, что дает возможность применить асимптотические методы для исследования движений.

Построим с помощью метода усреднения первое приближение по ε для решения (11). Для этого введем новые переменные B и w – амплитуду и фазу колебаний переменной \tilde{y}_1

$$\tilde{y}_1 = B \cos w, \quad \dot{\tilde{y}}_1 = -Ba \sin w.$$

Нетрудно получить (см., например, [17]), что уравнения для B и w имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{B} &= \frac{\varepsilon B}{2a} P(t) \sin 2w - \frac{\varepsilon}{a} \tilde{F}_1(t) \sin w, \\ \dot{w} &= a + \frac{\varepsilon}{a} P(t) \cos^2 w - \frac{\varepsilon}{aB} \tilde{F}_1(t) \cos w, \end{aligned}$$

т.е. приводятся к виду, стандартному для применения метода усреднения. Усредним уравнения вдоль порождающего решения $B = const$, $w = a(t - t_0)$, получаемого при $\varepsilon = 0$. В случае, когда система не близка к параметрическому резонансу $|2a - a_{P_i}| \gg \varepsilon$ и линейному резонансу $|a - a_{F_i}| \gg \varepsilon$, где a_{F_i} – частоты F_1 , получим, что амплитуда колебаний \tilde{y}_1 не изменяется в первом приближении по ε .

Нетрудно видеть, что проведенные выше рассуждения доказывают, что при отсутствии резонансов решение уравнения (9) с точностью порядка ε совпадает с решением уравнения $\ddot{y} + a^2 y = F(t)$ на интервале времени порядка $1/\varepsilon$.

Таким образом, при отсутствии резонансных совпадений частот, движение КА в плоскости круговой орбиты при малых $\tilde{\varphi}$, с точностью порядка $|s\tilde{\varphi}|$, описывается уравнением

$$\tilde{\varphi}'' + k^2\tilde{\varphi} = d \sum_{n=1}^3 \bar{b}_n \cos(n\tau + f_n). \quad (12)$$

Частоты и резонансы в системе. Определим возможность резонансных совпадений частот в системе. Для качественных оценок условие неблизости к резонансам в уравнении (9) запишем как условие $\sqrt{\varepsilon}$ удаленности частот: $|\frac{a_j}{a} - 1| > \sqrt{\varepsilon}$ и $|\frac{a_{pi}}{2a} - 1| > \sqrt{\varepsilon}$, где через a_j обозначены частоты функций F и F_1 . Для уравнения (8) запишем его в виде: $|\frac{i}{k} - 1| > |s|$, $i = 1, 2, \dots, 6$ и $|\frac{n}{2k} - 1| > |s|$, $n = 1, 2, 3$. Так как в рассматриваемом случае $|s| \ll 1$, частота колебаний КА близка к частоте гравитационных колебаний, $|k - \sqrt{3I}| \approx |s|$ и $\sqrt{1,5} \leq \sqrt{3I} < \sqrt{3}$, то, как нетрудно видеть, система может быть близка только к линейному резонансу $k \approx 1$ и к параметрическому резонансу, обусловленному близостью удвоенной частоты собственных колебаний с утроенной частотой орбитального движения (третьей гармоникой разложения плотности атмосферы), $2k \approx 3$. Отметим, что учет других, более высоких, гармоник разложения плотности не приводит к появлению новых резонансов. Расчет значений k для определенных выше параметров (3), (4) и $|s| < 0,1$ дает следующий диапазон возможного изменения: $1,17 \leq k \leq 1,76$. Таким образом, для рассматриваемых случаев в движении КА линейный резонанс невозможен, а возможен только параметрический резонанс $2k \approx 3$.

Движение КА в нерезонансных случаях. С учетом решения уравнения (12), изменение угла φ можно представить в виде [16]

$$\begin{aligned} \varphi = & \varphi_0 + (\varphi^0 - \varphi_0) \cos k\tau + \frac{\varphi'^0}{k} \sin k\tau + \\ & + \sum_{n=1}^3 A_n \left[\frac{n}{k} \sin k\tau \sin f_n - \cos k\tau \cos f_n + \cos(n\tau + f_n) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

где $A_n = d \frac{\bar{b}_n}{k^2 - n^2}$ – амплитуда вынужденных колебаний с частотой n .

Численное интегрирование уравнения (2) показывает, что в случае, когда система не находится в окрестности резонансов, для малых амплитуд колебаний решение (13) дает хорошее совпадение с решением исходного уравнения. Например, при движении КА «Сич – 1М» на высоте 750 км по полярной орбите, плоскость которой перпендикулярна оси симметрии атмосферного горба, при низком уровне солнечной активности $F_0 = 75$ Вт/(м²Гц) амплитуда вынужденных колебаний будет составлять всего 0,02° (рис. 3а) и отличия между численным ($\varphi_{числ}$) и аналитическим ($\varphi_{ан}$) решениями пренебрежимо

малы. При движении на высоте 550 км по экваториальной орбите с максимальными изменениями плотности атмосферы в условиях высокой солнечной активности $F_0=250$ Вт/(м²Гц) амплитуда вынужденных колебаний достигает 15° (рис. 3б). Здесь уже наблюдаются отличия в решениях (2) и (13) (на рисунке $\varphi_{числ}$ и $\varphi_{=н}$ соответственно), проявляющиеся в основном в сдвиге фазы колебаний. Можно утверждать, что эти отличия обусловлены нелинейностью уравнения (2), поскольку проведенные численные расчеты решения уравнения (13) и решения уравнения (8) в этом случае практически совпадают.

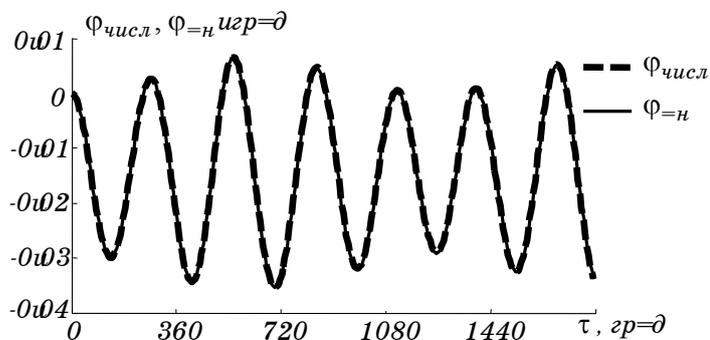


Рис. 3а

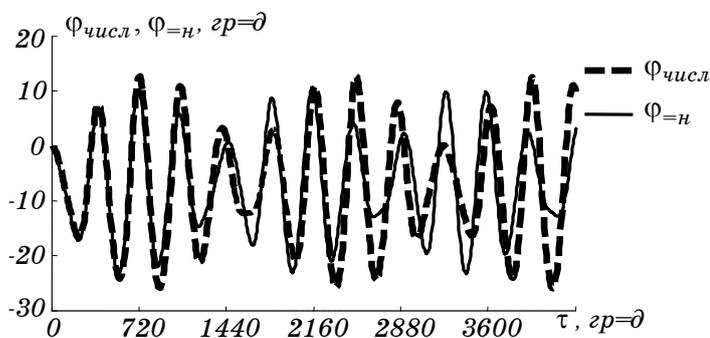


Рис. 3б

Из решения (13) видно, что амплитуда вынужденных колебаний КА существенно зависит от частоты собственных колебаний спутника. В рассматриваемом диапазоне изменений параметров (3), (4) и $|s| < 0,1$ величина k^2 находится приблизительно в диапазоне от 1,4 до 3,1. Т.е., в зависимости от инерционных параметров, амплитуда вынужденных колебаний с орбитальной частотой может как вдвое увеличиваться, так и вдвое уменьшаться относительно амплитуды приведенного аэродинамического момента с данной частотой (приведенная динамическая жесткость системы для орбитальной частоты находится в диапазоне от 0,4 до 2,1). Для удвоенной орбитальной частоты приведенная динамическая жесткость находится в диапазоне от 0,9 до 2,6. Влияние третьей гармоники разложения плотности атмосферы, при отсутствии параметрического резонанса, очень мало в силу малости \bar{b}_3 и высокой динамической жесткости системы.

Сравним влияние переменности плотности атмосферы и стационарного (среднего) значения плотности на движение КА. Переменность плотности атмосферы обуславливает появление вынужденных колебаний спутника с

амплитудами A_n . Среднее значение плотности сказывается в основном на абсолютном значении угла смещения φ_0 . Если пренебречь переменностью коэффициента аэродинамического момента ($\sigma_a = 0$), приближенно отношение амплитуды вынужденных колебаний с орбитальной частотой A_1 к модулю угла смещения равно

$$\frac{A_1}{|\varphi_0|} = \frac{\bar{b}_1}{1 - 1/k^2}.$$

В данном случае ((3), (4) и $s < 0,1$) коэффициент динамичности системы [18] $1/(1 - k^{-2})$ меняется приблизительно от 1,5 до 3,5. Тогда, с учетом возможных значений \bar{b}_1 , можно утверждать, что для всех рассматриваемых КА с ГСС (3) существуют орбиты, для которых амплитуда вынужденных колебаний больше угла смещения. Более того, можно утверждать, что для КА с отношением моментов инерции I , близким к 0,5, амплитуда вынужденных колебаний может превышать модуль угла смещения в несколько раз.

Выводы. Определены интегральные параметры, характеризующие отношение инерционных и аэродинамических свойств КА. Для КА с ГСС определены диапазоны изменения этих параметров, а также требования к области их изменения для движения КА в режиме гравитационной стабилизации. Получены оценки возможных абсолютных значений угла смещения, зависящего от среднего значения плотности атмосферы на орбите.

Показано, что малые колебания КА описываются уравнениями типа Хилла с периодической правой частью. Построено приближенное аналитическое решение малых колебаний при отсутствии резонансов и показано следующее: в рассматриваемом диапазоне изменений параметров ((3), (4) и $s < 0,1$), амплитуда вынужденных колебаний с орбитальной частотой может как увеличиваться, так и уменьшаться почти в два раза относительно амплитуды приведенного аэродинамического момента с данной частотой; амплитуда вынужденных колебаний с удвоенной орбитальной частотой почти всегда не превосходит амплитуды приведенного аэродинамического момента с данной частотой; влияние третьей гармоники разложения плотности атмосферы, при отсутствии параметрического резонанса, очень мало.

Показано, что для всех рассматриваемых КА с ГСС существуют орбиты, для которых амплитуда вынужденных колебаний больше угла смещения, а при определенных отношениях моментов инерции амплитуда вынужденных колебаний может превышать величину угла смещения в несколько раз.

Проведен анализ возможности возникновения резонансов в движении КА с СГС и показано, что в системе может наблюдаться параметрический резонанс, обусловленный близостью удвоенной частоты собственных колебаний к утроенной частоте орбитального движения. Другие резонансы в рассматриваемом случае невозможны.

1. Сарычев В. А. Влияние сопротивления атмосферы на систему гравитационной стабилизации искусственных спутников Земли / В. А. Сарычев // Космические исследования. – 1964. – Т. 2., № 1. – С. 23 – 32.
2. Фрик М. А. Устойчивость ориентации спутников под действием гравитационного и аэродинамического моментов / М. А. Фрик // Ракетная техника и космонавтика. – 1970. – № 10. – С. 54 – 61.
3. Ефименко Г. Г. Пространственное движение связки двух тел под действием гравитационных и аэродинамических сил / Г. Г. Ефименко // Космические исследования. – 1973. – Т. 11., № 3. – С. 484 – 486.

4. Сарычев В. А. Вопросы ориентации искусственных спутников / В. А. Сарычев // Итоги науки и техники : исследование космического пространства. – М. : ВИНТИ, 1978. – 223 с.
5. Сарычев В. А. Исследование положений равновесия спутника, подверженного действию гравитационного и аэродинамического моментов / Сарычев В. А., Мирер С. А., Дегтярев А. А., Дуарте Е. К. – Москва : ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2004. – 20 с. (Препринт / РАН ; ИПМ им. М.В. Келдыша ; 2004).
6. Ковтуненко В. М. Аэродинамика орбитальных космических аппаратов / В. М. Ковтуненко, В. Ф. Камеко, Э. П. Яскевич. – Киев : Наукова думка, 1977. – 156 с.
7. Сарычев В. А. Влияние сопротивления атмосферы на одноосную гравитационную ориентацию искусственного спутника / В. А. Сарычев, В. В. Сазонов // Космические исследования. – 1982. – Т. 20., № 5. – С. 659 – 673.
8. Сазонов В. В. Об одном механизме потери устойчивости режима гравитационной ориентации спутника / В. В. Сазонов // Космические исследования. – 1989. – Т. 27., № 6. – С. 836 – 848.
9. Басс В. П. Анализ аэродинамических возмущений, действовавших на космический аппарат «Океан – О» в условиях его эксплуатации / В. П. Басс, Н. В. Петрушенко, С. Т. Стасенко // Техническая механика. – 2004. – Вып. 1. – С. 86 – 95.
10. Маслова А. И. Изменения плотности атмосферы при движении космических аппаратов на низких околоземных орбитах / А. И. Маслова, А. В. Пироженко // Космічна наука і технологія. – 2009. – Т. 15., № 1. – С. 13 – 18.
11. Маслова А. И. Аппроксимация момента аэродинамических сил, действующих на космический аппарат с гравитационной системой стабилизации / А. И. Маслова, А. В. Пироженко // Техническая механика. – 2008. – Вып. 1. – С. 9 – 20.
12. Белецкий В. В. Движение искусственного спутника относительно центра масс / В. В. Белецкий. – М. : Наука, 1965. – 416 с.
13. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / В. К. Абалакин, Е. П. Аксенов, Е. А. Гребенников, В. Г. Демин, Ю. А. Рябов. – М. : Наука, 1976. – 864 с.
14. ГОСТ Р 25645.166 – 2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. – Принят 2004-03-09. – М. : ИПК Издат-во стандартов, 2004. – 24 с.
15. Горяченко В. Д. Элементы теории колебаний / В. Д. Горяченко. – М. : Высшая школа, 2001. – 395 с.
16. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики. В 2 т. Т. 1. Кинематика, статика, динамика. – М. : Наука, 1972. – 456 с.
17. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями / А. П. Алтатов, В. В. Белецкий, В. И. Драновский, А. Е. Закржевский, А. В. Пироженко, Г. Трогер, В. С. Хорошилов. – Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2007. – 558 с.
18. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний / Я. Г. Пановко. – М. : Наука, 1991. – 256 с.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 15.04.09,
в окончательном варианте 25.06.09