

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ И СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННО РАЗВИТЫХ ПЕРИФЕРИЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Предложен оригинальный подход к выбору критерия эквивалентности механических расчетных схем вида упругих балок и вида шарнирно соединенных твердых тел, ориентированный на использование при моделировании динамики пространственно развитых периферийных элементов космических аппаратов, в том числе с применением современных программных инструментов.

Запропоновано оригінальний підхід до вибору критерію еквівалентності механічних розрахункових схем вигляду пружних балок та вигляду шарнірно з'єднаних твердих тіл, орієнтований на використання при моделюванні динаміки просторово розвинених периферійних елементів космічних апаратів, у тому числі із застосуванням сучасних програмних інструментів.

The novel approach to choose an equivalence criterion of mechanical design diagrams in the form of elastic beams and hinge-connected rigid bodies is presented. The approach is directed to be used in modeling the dynamics of spatially developed peripheral elements of space vehicles, including applications of the existing software tools.

Наличие в составе космических комплексов пространственно развитых периферийных элементов (ПРПЭ), присоединяемых к несущему телу – одна из тенденций, характеризующих современный этап развития спутниковой техники [1 – 6]. К ПРПЭ, например, могут быть отнесены панели солнечных батарей и крупногабаритная антенна спутника геостационарной коммуникационной системы «Thuraya» (рис. 1). Конструктивно ПРПЭ часто представляют собой совокупность

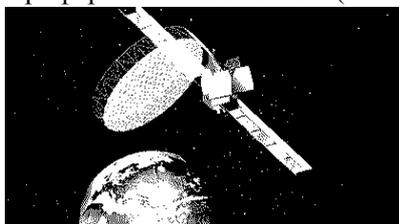


Рис. 1

упругих протяженных элементов с распределенными параметрами – стержней, пластин и т.д. В качестве примера на рис. 2 приведена трансформируемая ферма фирмы Astro Aerospace (Northrop Grumman) в составе космического аппарата (КА) Milstar.

При моделировании динамики упруго деформируемых ПРПЭ выбор расчетной схемы представляет важную самостоятельную проблему, подход к решению которой зависит в общем случае от множества факторов, в том числе:

- степени конкретизации конструктивного облика ПРПЭ на этапе выбора расчетной схемы;

- степени конкретизации представляющих наибольший интерес динамических режимов;

- наличия средств моделирования динамики (методических наработок, программных инструментов), ориентированных на предпочтительное

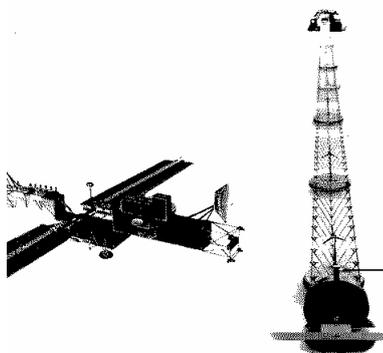


Рис. 2

использование расчетных схем того или иного вида;

– необходимости управления движением комплекса КА с ПРПЭ и задач управления (управление угловым движением КА с учетом влияния упругих движений деформируемых ПРПЭ, управление конфигурацией ПРПЭ).

Весьма важными при выборе расчетной схемы являются вводимые в рассмотрение упругие деформации, а также вид зависимостей между упругими деформациями и соответствующими им усилиями.

Наиболее широко в инженерно-конструкторской практике используются следующие подходы к построению расчетных схем упруго деформируемых конструкций:

1. Представление упругих элементов в виде геометрически простых тел, для которых вводятся предположения о характере распределения напряжений и связи между напряжениями и деформациями, позволяющие описывать напряженно-деформированное состояние относительно несложными зависимостями (например, обобщенным законом Гука для изотропного тела) [7 – 11].

Примером эффективного применения данного подхода может служить модель собственных изгибных колебаний упругой балки. При выборе расчетной схемы используется ряд гипотез и допущений, позволяющих записать уравнение собственных изгибных колебаний, решение которого можно представить в виде бесконечной суммы гармонических составляющих [9 – 11].

2. Метод конечных элементов [7, 8]. Конструкция сложной формы разбивается на ряд более простых фрагментов, соединенных между собой в узловых точках. Соотношения между перемещениями (вследствие деформаций конечного элемента) узловых точек и возникающими в этих точках усилиями полагаются известными. В простейшем случае эти соотношения линейны и характеризуются матрицей жесткости с постоянными коэффициентами. Для рассматриваемых типов конечных элементов могут быть вычислены деформации по известным узловым перемещениям и напряжения по известным деформациям. В случае статического нагружения конструкции параметры ее напряженно-деформированного состояния могут быть получены с точностью, определяемой типом выбранных конечных элементов и способом разбиения конструкции.

Применение метода конечных элементов для исследования динамики требует введения дополнительных предположений о распределении массы. Масса может полагаться распределенной непрерывно либо сосредоточенной в конечном числе заданным образом расположенных точек [10, 12].

3. Представление упругих элементов конструкции совокупностями абсолютно твердых тел, соединенных упруго-диссипативными элементами. В публикациях [12, 13] использован термин «твердотельное моделирование» («твердотельный конечный элемент»), в [14] – термин «Multibody System (MBS) approach» – «приближение системой многих тел».

Данный подход обладает рядом достоинств:

– могут быть использованы хорошо разработанные методы составления, исследования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающих динамику механических систем с сосредоточенными

параметрами, и методы разработки систем управления для конечномерных объектов;

– становится возможным единообразный подход к учету упругих свойств элементов и сочленений, например для ферменных конструкций [15];

– моделирование динамики может быть осуществлено с использованием пакетов визуального моделирования, например входящего в состав системы MatLab (версии 6.5 и последующих) пакета SimMechanics [14 – 16] или программного комплекса «Универсальный механизм» [12, 13].

Краткая сравнительная характеристика названных подходов к выбору расчетной схемы применительно к моделированию упругих элементов конструкций ветроэлектрических установок приведена в [14]. Отмечено, что в общем случае при решении вопроса о предпочтении той или иной расчетной схемы необходимо учитывать совокупность факторов, аналогичных приведенным выше для ПРПЭ: конфигурацию механической системы, возможность линеаризации уравнений динамики для рассматриваемого режима движения, схему нагружения (сосредоточенность или распределенность сил и моментов), необходимость проектирования системы управления.

В случае комбинации рассмотренных подходов расчетная схема, содержащая элементы с распределенной и сосредоточенной упругостями, может рассматриваться как гибридная, например комплекс КА с ПРПЭ, конструктивно подобный изображенным на рисунках 1 и 2, представленный расчетной схемой вида абсолютно твердого тела с присоединенными упруго деформируемыми балками.

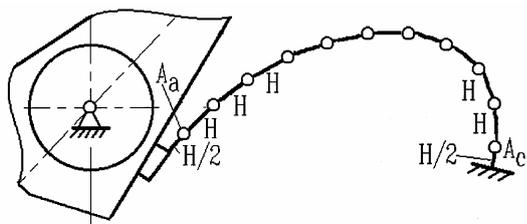


Рис. 3

Рассмотрим два примера представления систем с распределенной упругостью твердотельными расчетными схемами.

В [13] рассмотрена задача определения положения равновесия, собственных форм и частот колебаний упругого ка-

беля системы съема информации жесткого диска (рис. 3). Кабель может быть представлен упругим стержнем, жестко связанным с неподвижным корпусом (точка A_c) и с подвижным рычагом (точка A_a). Для моделирования динамики кабеля с использованием программного комплекса «Универсальный механизм» предложена расчетная схема вида цепочки шарнирно связанных N абсолютно твердых стержней. Концевые стержни имеют длину $H/2$, внутренние – длину H . Общая длина кабеля – $L_{\Sigma} = (N - 1)H$. Угловые жесткости шарниров полагаются равными

$$c = \frac{EJ}{H}, \quad (1)$$

где EJ – жесткость поперечного сечения стержня при изгибе (E – модуль Юнга, J – момент инерции сечения).

Выражение (1), определяющее сосредоточенную жесткость в шарнире, эквивалентную распределенной жесткости балочного конечного элемента, получено из следующих соображений.

Рассмотрим случай чистого плоского изгиба балки, статически нагруженной изгибающим моментом M [9]. В этом случае упругая линия имеет вид дуги окружности AB длиной L (рис. 4). Центр кривизны для всех точек дуги расположен в точке O . R – радиус кривизны, φ – центральный угол. Пусть абсолютно твердые стержни AC и CB длиной l направлены по касательным к дуге в точках A и B . Разность длин ломаной ACB и дуги AB , отнесенная к длине дуги, определяется выражением:

$$\varepsilon_L = \frac{2l - L}{L} = \frac{2\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} - \varphi}{\varphi}.$$

Для $\varphi \leq \frac{\pi}{8}$ выполняется $\varepsilon_L < 1,5\%$, т.е. при малых φ с достаточной точностью можно положить $2l = L$. Учитывая, что для чистого плоского изгиба балки $M = \frac{EJ}{L}\varphi$, и предположив, что угловая жесткость c сосредоточена в шарнире C (рис. 4), получим выражение (1), где $H = L = 2l$. Таким образом, упругий стержень (рис. 3) моделируется совокупностью твердотельных конечных элементов вида двух шарнирно соединенных абсолютно твердых стержней, статически эквивалентных балочному конечному элементу для случая чистого плоского изгиба.

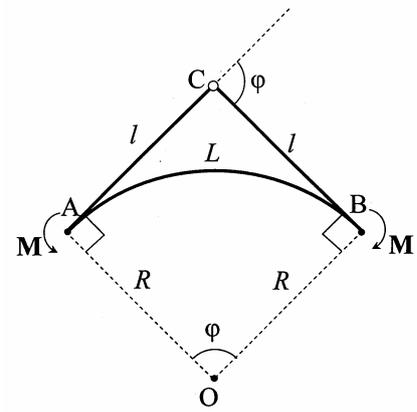


Рис. 4

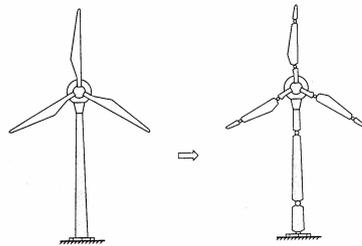


Рис. 5

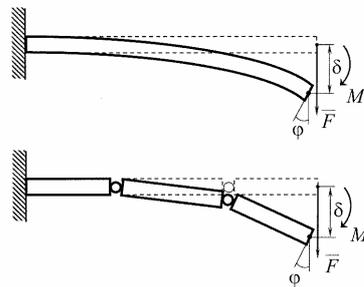


Рис. 6

Аналогичная схема твердотельного конечного элемента принята в [14, 15] при моделировании динамики элементов конструкции ротора ветроэлектрических установок. На этапе составления механической расчетной схемы предложено [14] осуществлять замену балок Эйлера – Бернулли суперэлементами – совокупностями из трех шарнирно соединенных абсолютно твердых стержней (рис. 5, 6). Упругие свойства суперэлемента сосредоточены в шарнирах.

Для случая плоского статического нагружения приложенными к свободному концу вертикальной силой F и моментом M , получены соотношения для угловой жесткости c (одинаковой для обоих шарниров), обеспечивающей одинаковые поворот торцевого поперечного сечения φ и вертикальное отклонение свободного конца δ консольно закрепленных балки и су-

перэлемента (рис. 6):

$$c = \frac{6EJ}{L}(1-2k)^2, \quad (2)$$

где L – длина балки и суперэлемента; EJ – жесткость поперечного сечения балки; $k = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{\sqrt{3}})$ – относительная длина крайних звеньев суперэлемента.

Соотношение (2) справедливо для малых φ и δ . Рассмотрен также вариант расчетной схемы с дополнительной жесткостью (введением упругого момента, пропорционального углу между первым и третьим стержнями). В этом случае возможно обеспечение эквивалентности при различных сочетаниях жесткостей и длин стержней.

При использовании описанных выше твердотельных расчетных схем, статически эквивалентных упругой балке, для моделирования динамики [12 – 15], вводились дополнительные предположения о распределении массы, формально не обосновываемые. Абсолютно твердые стержни рассматривались как фрагменты «отвердевшей» балки, разделенной на части длинами $L/2$ и $L/2$ в первом случае (рис. 3, 4), и kL , $(1-2k)L$ и kL во втором (рис. 5, 6).

Совпадение динамических характеристик сопоставляемых расчетных схем подтверждалось экспериментом (вычислительным или натурным). Например, в [14] показано, что для обеспечения близости n собственных частот упругая балка должна моделироваться совокупностью n последовательно соединенных суперэлементов.

Описанный ниже критерий эквивалентности, предлагаемый авторами, ориентирован на использование при моделировании динамики КА с ПРПЭ [17, 18], учитывает массово-инерционные свойства шарнирно соединяемых тел и обеспечивает близость динамических отклонений характерных сечений

сопоставляемых расчетных схем с распределенными и сосредоточенными параметрами.

Рассмотрим расчетную схему вида абсолютно твердого тела (КА) с присоединенной балкой (ПРПЭ). Предполагается движение комплекса КА с ПРПЭ под действием внешних сил, приложенных к КА. Для ряда режимов функционирования могут быть выделены две составляющие движения комплекса – движение совокупности КА с «отвердевшим» ПРПЭ как абсолютно твердого тела и упругое движение

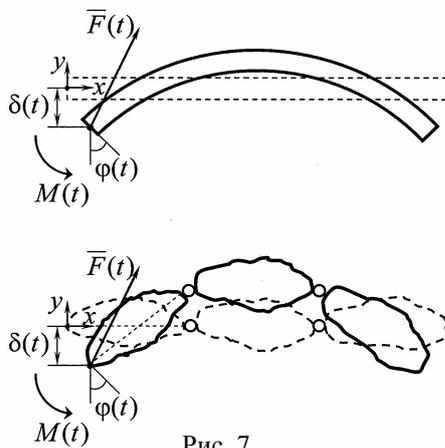


Рис. 7

КА с ПРПЭ, обусловленное деформируемостью ПРПЭ. Будем полагать упругие отклонения точек ПРПЭ от недеформированного положения малыми. Воздействие КА на ПРПЭ заменим силой $\bar{F}(t)$ и моментом $M(t)$

(рис. 7). Предположим, что другие силы и моменты на ПРПЭ не действуют. Воздействие ПРПЭ на КА в этом случае может быть охарактеризовано перемещением примыкающего к КА торцевого поперечного сечения ПРПЭ.

Сопоставим расчетные схемы ПРПЭ (рис. 7), совершающего движение в плоскости xy , вида упругой балки и вида совокупности (цепи) трех шарнирно соединенных абсолютно твердых тел. Тогда при заданных $\bar{F}(t)$ и $M(t)$ одинаковость вертикального (вдоль оси y , рис. 7) смещения $\delta(t)$ точки крепления ПРПЭ к КА и поворота $\varphi(t)$ примыкающего к КА торцевого сечения для сопоставляемых расчетных схем (рис. 7) позволяет говорить об их динамической эквивалентности. Потребуем совпадения длин и массово-инерционных характеристик «отвердевших» в недеформированном положении (пунктирные изображения на рис. 7) расчетных схем, т.е. выполнения условий:

$$\begin{aligned} m^{(1)} &= m^{(2)}, \\ J^{(1)} &= J^{(2)}, \\ L^{(1)} &= L^{(2)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $m^{(1)}$, $m^{(2)}$ – массы балки и цепи тел соответственно; $J^{(1)}$, $J^{(2)}$ – моменты инерции «отвердевших» балки и цепи тел соответственно вокруг оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; $L^{(1)}$, $L^{(2)}$ – длины «отвердевших» балки и цепи тел соответственно.

Так как упругие отклонения ПРПЭ предполагаются малыми, уравнения динамики для обеих расчетных схем могут быть линеаризованы относительно недеформированного положения. Для упругой балки учитываются два тона колебаний. При нулевых начальных условиях в изображениях по Лапласу эти уравнения могут быть приведены к виду:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\delta}(p) \\ \tilde{\varphi}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1^{(i)} & W_2^{(i)} \\ W_3^{(i)} & W_4^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{F}_y(p) \\ \tilde{M}(p) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2,$$

где i – индекс расчетной схемы, принимающий значения 1 для балки и 2 для цепи тел; $\tilde{\delta}(p) = L\{\delta(t)\}$ – изображение по Лапласу смещения точки крепления ПРПЭ вдоль оси y ; $\tilde{\varphi}(p) = L\{\varphi(t)\}$ – изображение по Лапласу поворота примыкающего к КА торцевого сечения ПРПЭ; $\tilde{F}_y(p) = L\{F_y(t)\}$ – изображение по Лапласу вертикальной (вдоль оси y) составляющей силы, приложенной в точке крепления ПРПЭ; $\tilde{M}(p) = L\{M(t)\}$ – изображение по Лапласу момента, приложенного в точке крепления ПРПЭ; $W_r^{(i)}$, $i = 1, 2$, $r = 1..4$ – передаточные функции «от усилия к перемещению», не зависящие от прикладываемых силы и момента, а зависящие только от параметров расчетных схем; r – индекс передаточной функции, принимающий значения: 1 – для передаточной функции от \tilde{F}_y к $\tilde{\delta}$, 2 – для передаточной функции от \tilde{M} к $\tilde{\delta}$, 3 – для передаточной функции от \tilde{F}_y к $\tilde{\varphi}$, 4 – для передаточной функции от \tilde{M} к $\tilde{\varphi}$.

Условия динамической эквивалентности сопоставляемых расчетных схем (рис. 7) запишем следующим образом:

$$W_r^{(1)} = W_r^{(2)}, \quad r = 1..4. \quad (4)$$

Если представить передаточные функции в виде:

$$W_r^{(i)} = \frac{k_r^{(i)}(p^2 + (n_{r1}^{(i)})^2)(p^2 + (n_{r2}^{(i)})^2)}{p^2(p^2 + (\omega_1^{(i)})^2)(p^2 + (\omega_2^{(i)})^2)}, \quad i = 1, 2, \quad r = 1..4,$$

где i – индекс расчетной схемы; p – переменная преобразования Лапласа; $\omega_1^{(i)}$, $\omega_2^{(i)}$ – собственные частоты; $n_{r1}^{(i)}$, $n_{r2}^{(i)}$ – частоты, обнуляющие модуль частотной характеристики $W_r^{(i)}(j\omega)$, j – мнимая единица; $k_{r1}^{(i)}$, $k_{r2}^{(i)}$ – коэффициенты передаточных функций, условия (4) примут вид:

$$k_r^{(1)} = k_r^{(2)}, \quad n_{r1}^{(1)} = n_{r1}^{(2)}, \quad n_{r2}^{(1)} = n_{r2}^{(2)}, \quad \omega_1^{(1)} = \omega_1^{(2)}, \quad \omega_2^{(1)} = \omega_2^{(2)}, \quad (5)$$

$$r = 1..4.$$

Если представить входящие в (3) и (5) характеристики расчетных схем в виде функций некоторых варьируемых конструктивных параметров:

$$m^{(1)} = m^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad m^{(2)} = m^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$J^{(1)} = J^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad J^{(2)} = J^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$L^{(1)} = L^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad L^{(2)} = L^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$k_r^{(1)} = k_r^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad k_r^{(2)} = k_r^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$n_{r1}^{(1)} = n_{r1}^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad n_{r1}^{(2)} = n_{r1}^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$n_{r2}^{(1)} = n_{r2}^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad n_{r2}^{(2)} = n_{r2}^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$\omega_1^{(1)} = \omega_1^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad \omega_1^{(2)} = \omega_1^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$\omega_2^{(1)} = \omega_2^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}), \quad \omega_2^{(2)} = \omega_2^{(2)}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}),$$

$$r = 1..4,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_1}$ – конструктивные параметры балки; $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{N_2}$ – конструктивные параметры цепи тел; N_1, N_2 – количество рассматриваемых конструктивных параметров балки и цепи тел соответственно, то условия (3) и (5) будут представлять собой систему 14 уравнений (общее число независимых уравнений (5) равно 11, так как $W_2 \equiv W_3$) с $(N_1 + N_2)$ неизвестными.

В случае приближенного выполнения равенств (3) и (5) можно говорить о «близости» динамических характеристик сопоставляемых расчетных схем и частичной динамической эквивалентности. При этом критерии (3) и (5) позволяют оценить степень эквивалентности количественно.

Рассмотрим цилиндрическую балку длиной $L^{(1)}$ и диаметром d с постоянными по объему плотностью ρ и модулем Юнга E . Примем следующие значения конструктивных параметров балки:

$$L^{(1)} = 10 \text{ м}, \quad d = 0,01 \text{ м}, \quad \rho = 7800 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}, \quad E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}. \quad (6)$$

Масса балки будет равна:

$$m^{(1)} = 6,1261 \text{ кг}. \quad (7)$$

В соответствии с (3) примем для цепи тел:

$$L^{(2)} = 10 \text{ м}, \quad m^{(2)} = 6,1261 \text{ кг}. \quad (8)$$

Будем полагать тела цепи абсолютно твердыми стержнями того же диаметра и той же плотности, т.е., как и в случае суперэлемента, фрагментами «отвердевшей» балки. Длины стержней примем равными $(1 - k_L)L^{(2)}/2$, $k_L L^{(2)}$ и $(1 - k_L)L^{(2)}/2$, где k_L – безразмерный коэффициент (относительная длина среднего стержня), $0 < k_L < 1$. Угловые жесткости шарниров будем полагать одинаковыми и равными $c^{(2)}$. Очевидно, что для принятых допущений выполняется:

$$J^{(1)} \equiv J^{(2)}. \quad (9)$$

Первая и вторая собственные частоты изгибных колебаний балки при значениях конструктивных параметров (6):

$$\omega_1^{(1)} = 2,8744 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_2^{(1)} = 7,9231 \text{ с}^{-1}. \quad (10)$$

Те же собственные частоты

$$\omega_1^{(2)} = 2,8744 \text{ с}^{-1}, \quad \omega_2^{(2)} = 7,9231 \text{ с}^{-1} \quad (11)$$

будет иметь цепь тел при

$$k_L = 0,26989, \quad c^{(2)} = 37,134 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (12)$$

При этом нули и коэффициенты передаточных функций:

$$\begin{aligned} k_1^{(1)} &= 1,9588 \text{ м} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, & k_1^{(2)} &= 1,5814 \text{ м} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, \\ k_2^{(1)} &= k_3^{(1)} = -0,9145 \text{ Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, & k_2^{(2)} &= k_3^{(2)} = -0,5647 \text{ Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, \\ k_4^{(1)} &= 0,5639 \text{ м}^{-1} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, & k_4^{(2)} &= 0,2627 \text{ м}^{-1} \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}, \\ n_{11}^{(1)} &= 1,9965 \text{ с}^{-1}, & n_{11}^{(2)} &= 2,0583 \text{ с}^{-1}, \\ n_{21}^{(1)} &= n_{31}^{(1)} = 1,3322 \text{ с}^{-1}, & n_{21}^{(2)} &= n_{31}^{(2)} = 1,4653 \text{ с}^{-1}, \\ n_{41}^{(1)} &= 0,8793 \text{ с}^{-1}, & n_{41}^{(2)} &= 1,0524 \text{ с}^{-1}, \\ n_{12}^{(1)} &= 6,5858 \text{ с}^{-1}, & n_{12}^{(2)} &= 7,1097 \text{ с}^{-1}, \\ n_{22}^{(1)} &= n_{32}^{(1)} = 5,5945 \text{ с}^{-1}, & n_{22}^{(2)} &= n_{32}^{(2)} = 6,4729 \text{ с}^{-1}, \\ n_{42}^{(1)} &= 4,8272 \text{ с}^{-1}, & n_{42}^{(2)} &= 5,9092 \text{ с}^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, имеет место частичная динамическая эквивалентность: при равенстве массово-инерционных и геометрических характеристик «отвердевших» расчетных схем и приведенных значениях конструктивных па-

раметров балки и цепи тел (6 – 9, 12) полностью совпадают собственные частоты (10, 11) и отличаются нули и коэффициенты передаточных функций (13). Для сближения значений (13) возможно введение дополнительных конструктивных параметров твердотельной расчетной схемы, характеризующих перераспределение масс отдельных тел без нарушения условий (3).

Следует отметить, что совпадение двух первых частот достигается подбором параметров цепи трех, т.е. минимально возможного количества тел. В [14 – 15], как уже упоминалось, совпадение двух первых частот достигается последовательным соединением двух суперэлементов.

Выводы

1. Перспективность использования расчетных схем вида шарнирно соединенных недеформируемых тел при моделировании динамики технических объектов с учетом упругих деформаций гибких элементов обусловлена как наличием большого количества традиционных средств исследования конечномерных механических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, так и интенсивным развитием компьютерных пакетов визуального моделирования динамики.

2. Характерными при проектировании КА с ПРПЭ являются более жесткие, по сравнению с наземными системами, ограничения на проведение натурных экспериментов и необходимость учета упругих движений деформируемых ПРПЭ при разработке систем управления. В сочетании с потенциальным многообразием конструктивных решений и функциональных режимов отмеченные особенности определяют целесообразность представления ПРПЭ твердотельными расчетными схемами как средства повышения эффективности процесса моделирования динамики, особенно на ранних стадиях проектирования конструкций и разработки систем управления.

3. Сопоставление расчетных схем с распределенными и сосредоточенными параметрами предполагает наличие формальных критериев эквивалентности, имеющих вид соотношений между соответствующими конструктивными характеристиками. Более широкое распространение получили критерии статической эквивалентности, основанные на выборе распределенных и сосредоточенных жесткостей, обеспечивающих близость соотносимых статических отклонений сопоставляемых расчетных схем. Критерии динамической эквивалентности, учитывающие также массово–инерционные характеристики сопоставляемых расчетных схем, разработаны недостаточно.

4. Предлагаемый авторами критерий динамической эквивалентности является развитием известных критериев статической эквивалентности [12 – 15] и основан на использовании хорошо разработанного аппарата передаточных функций, широко применяемого в теории регулирования. Критерий является более гибким и позволяет формализовать процедуру выбора параметров расчетных схем с сосредоточенными параметрами, эквивалентных в смысле равенства динамических перемещений характерных сечений расчетным схемам с распределенными параметрами, и упростить анализ влияния конструктивных параметров сопоставляемых расчетных схем на их динамические свойства.

1. Динамика пространственно развитых механических систем изменяемой конфигурации / А. П. Алпатов, П. А. Белоножко, В. В. Горбунцов, О. Г. Ивлев, С. С. Чернявская, В. Н. Шичанин. – К. : Наукова думка, 1990. – 256 с.

2. Згуровский М. З. Анализ и управление большими космическими конструкциями / М. З. Згуровский, П. И. Бидюк. – Национальный технический ун-т Украины "Киевский политехнический ин-т". – К. : Наукова думка, 1997. – 451 с.
3. Механика больших космических конструкций / Н. В. Баничук, И. И. Карпов, Д. М. Климов, А. П. Маркеев, Б. Н. Соколов, А. В. Шаранюк. – М. : Факториал, 1997. – 302 с.
4. Алпатов А. П. Большие отражающие поверхности в космосе. Антенны спутниковой связи / А. П. Алпатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Витушкин, А. А. Фоков // Системные технологии. – 2007. – № 3(50). – С. 73 – 87.
5. Алпатов А. П. Большие отражающие поверхности в космосе. Радиотелескопы, солнечные концентраторы, плоские отражатели / А. П. Алпатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Витушкин, А. А. Фоков // Системные технологии. – 2007. – № 2. – С. 88 – 101.
6. Алпатов А. П. Актуальные задачи динамики космических аппаратов с пространственно развитыми периферийными элементами / А. П. Алпатов, П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, С. В. Григорьев, А. А. Фоков // Техническая механика. – 2007. – № 2. – С. 32 – 38.
7. Галлагер Р. Метод конечных элементов / Р. Галлагер. – М. : Мир, 1984. – 428 с.
8. Агапов В. П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций / В. П. Агапов. – М. : АСВ, 2000. – 152 с.
9. Сопrotивление материалов / Г. С. Писаренко, В. А. Агарев, А. Л. Квитка, В. Г. Попков, Э. С. Уманский. – К. : Вища школа., 1979. – 696 с.
10. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко, Д. Х. Янг, У. Уивер. – М. : Машиностроение, 1985. – 472 с.
11. Дмитриев В. В. Формирование динамических свойств упругих конструкций: Учеб. пособие / В. В. Дмитриев. — Самара : Самарский государственный аэрокосмический университет, 2005 – 72 с.
12. <http://www.umlab.ru>
13. Дмитроченко О. Н. Моделирование геометрически нелинейных упругих стержневых систем твердотельными конечными элементами / О. Н. Дмитроченко, Н. Н. Михайлов, Д. Ю. Погорелов // Динамика и прочность транспортных машин / Сб. научн. трудов под ред. В.И. Сакало. – Брянск : Изд-во БГТУ, 1998. – С. 33 – 39.
14. Molenaar D. P. Cost effective design and operation of variable speed wind turbines / D. P. Molenaar. – DUP Science, Delft, The Netherlands, 2003 // <http://repository.tudelft.nl/file/80647/007206>.
15. Тарасов С. В. Моделирование динамики вертикально-осевых ветроэлектрических установок с Н-Ротором Дарье в аварийных режимах работы / С. В. Тарасов, В. И. Сорокин // Информационные технологии в управлении сложными системами : международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск, 2008. – С. 211 – 212.
16. Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в MATLAB / Ю. Лазарев. – СПб. : Издательство «Питер», 2005. – 512 с.
17. Белоножко П. А. Сопоставление механических расчетных схем пространственно развитых космических объектов методом сравнения передаточных функций / П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Фоков // Информационные технологии в управлении сложными системами : международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск, 2008. – С. 81 – 82.
18. Белоножко П. А. Использование аппарата передаточных функций для определения параметров механического эквивалента периферийного протяженного элемента в составе КА / П. А. Белоножко, П. П. Белоножко, А. А. Фоков // Информационные технологии в управлении сложными системами : международная научно-практическая конференция, май, 2008 г., Днепропетровск : сборник докладов и тезисов. – Днепропетровск, 2008. – С. 83.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 10.10.08,
в окончательном варианте 21.01.09