

ЗАВИСИМОСТЬ СИЛЫ МАГНУСА ОТ ЧИСЛА КНУДСЕНА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ СТАЦИОНАРНОМ ОБТЕКАНИИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЦИЛИНДРА

С помощью метода пробных частиц (МПЧ) решения уравнения Больцмана выполнены многопараметрические численные исследования стационарного обтекания одноатомным газом бесконечного равномерно вращающегося кругового цилиндра, расположенного перпендикулярно набегающему потоку, в переходном по числу Кнудсена режиме обтекания. Проведено сравнение расчетных значений силы Магнуса с данными, полученными методом Берда решения уравнения Больцмана, а также решения модельного кинетического уравнения Крука для малых чисел Маха. Выявлены механизмы перемены знака в значениях силы Магнуса. Показано, что перемена знака в силе Магнуса имеет место при переходе через некоторое критическое значение числа Кнудсена и обусловлена перераспределением давления и касательного напряжения по поверхности цилиндра. При сверхзвуковом обтекании в рассматриваемом диапазоне расчетных параметров картина обтекания меняется в силу появления отошедшей ударной волны и данный эффект отсутствует.

За допомогою методу пробних часток (МПЧ) розв'язання рівняння Больцмана виконані багатопараметричні чисельні дослідження стаціонарного обтікання одноатомним газом нескінченного кругового циліндра, що рівномірно обертається і розташований перпендикулярно набігаючому потоку, у перехідному по числу Кнудсена режимі обтікання. Проведено порівняння розрахункових значень сили Магнуса з даними, отриманими методом Берда розв'язання рівняння Больцмана, а також розв'язання модельного кінетичного рівняння Крука для малих чисел Маху. Виявлено механізми зміни знака в значеннях сили Магнуса. Показано, що зміна знака в силі Магнуса має місце при переході через деяке критичне значення числа Кнудсена й обумовлена перерозподілом тиску та дотичного напруження по поверхні циліндра. При надзвуковому обтіканні в розглянутому діапазоні розрахункових параметрів картина обтікання змінюється в силу появи ударної хвилі, що відійшла, і даний ефект відсутній.

Multiparametric numerical studies of a stationary subsonic flow of a monatomic gas along an infinite uniformly rotating cylinder, located perpendicularly to a free-stream flow, in a transient flow (on the Knudsen number) are made using the method of probe particles for solving the Boltzman equations. Calculated values of the Magnus force are compared with data of the solution of the same equation by the Bird method as well as the solution of the Cruick model kinetic equation for small Mach numbers. Mechanisms of a sign inversion in the Magnus force values are revealed. It is shown that the sign inversion in the Magnus force occurs in transferring through some critical value of the Knudsen number and is caused by redistribution of a pressure and a tangential stress on the cylinder surface. In the range of calculated parameters under consideration the flow pattern varies in a supersonic flow due to a deviated shock wave, and a given effect is not present.

Ведение. Задача о поперечном обтекании вращающегося кругового цилиндра потоком разреженного газа является объектом исследования многих авторов (см., например, [1 – 3]). Внимание к этой задаче вызвано существованием нескольких режимов обтекания, отвечающих одним и тем же крайевым условиям задачи.

Интересны режимы обтекания кругового цилиндра, когда цилиндр совершает вращение вокруг своей оси. В этом случае дополнительным параметром задачи является безразмерная линейная скорость вращения поверхности цилиндра

$$\bar{S}_\omega = \frac{\omega r_c}{\sqrt{2RT_\infty}}, \quad \text{где } \omega \text{ – угловая скорость вращения цилиндра; } r_c \text{ – его}$$

радиус; R – газовая постоянная; T_∞ – температура набегающего потока.

При поперечном стационарном обтекании кругового вращающегося цилиндра однородным потоком газа в режиме сплошной среды возникает сила Магнуса C_y^k , действующая на цилиндр. Направление силы определяется поворотом вектора скорости набегающего потока на прямой угол против направления циркуляции. Для кругового цилиндра направление циркуляции

совпадает с направлением вращения цилиндра. Если положить, что вектор вращения цилиндра сонаправлен с осью Z , перпендикулярной плоскости рисунка 1, a , то коэффициент силы Магнуса C_y^k отрицателен. Этот результат справедлив и для профиля, обтекаемого потоком идеального газа [4].

При конечных и больших числах Кнудсена газ не описывается уравнением сплошной среды, и в этом случае возникают другие закономерности силового воздействия на тело. Так, при свободномолекулярном обтекании вращающегося цилиндра коэффициент силы Магнуса определяется выражением

$$C_y^{св.м.} = 0,5\pi \frac{\omega r_c}{V_\infty}$$

и имеет направление, противоположное силе, действующей на цилиндр в сплошной среде [5]. Здесь V_∞ – скорость невозмущенного потока. При фиксированной скорости вращения $\bar{\omega}$ зависимость коэффициента подъемной силы $C_y^{св.м.}$ от $S_\infty = \sqrt{2RT_\infty}$ является обратно пропорциональной.

Значения $C_y^{св.м.}$ при малых скоростях S_∞ в дозвуковом потоке на порядок превышают соответствующие значения силы Магнуса при сверхзвуковом течении. Кроме того, при свободномолекулярном обтекании сила Магнуса является знакопостоянной, а ее направление определяется векторным произведением $\vec{V}_\infty \times \vec{\omega}$. Это легко показать, если воспользоваться рисунком 1, a .

Знак коэффициента $C_y^{св.м.}$ определяется исключительно направлением кас-

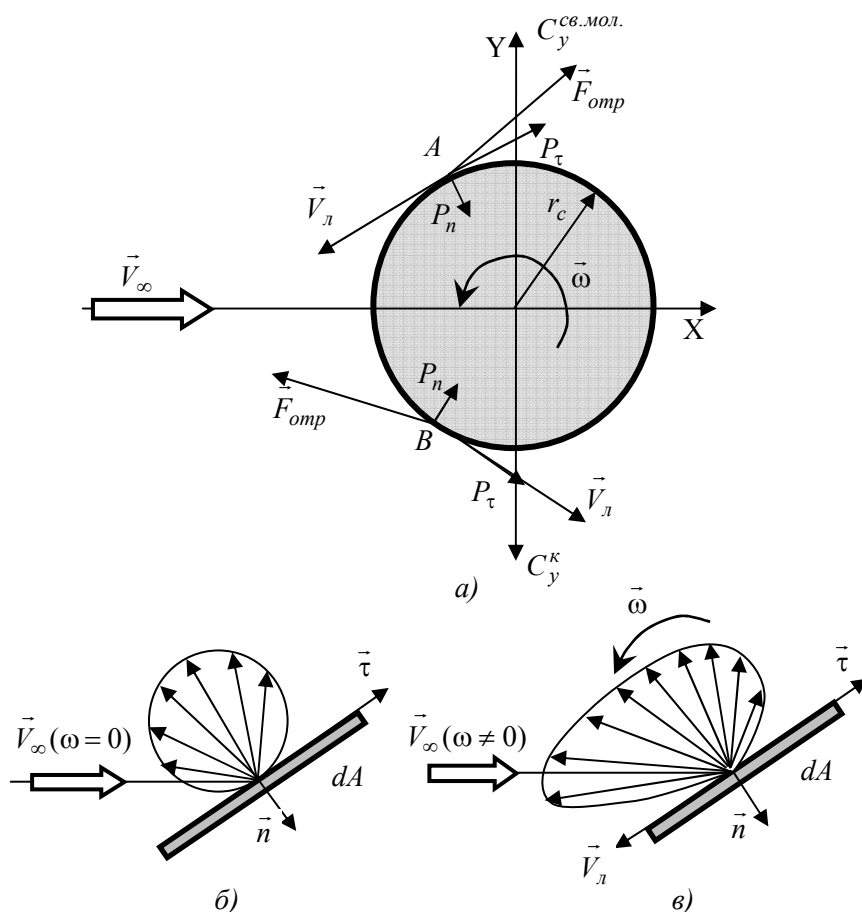


Рис. 1

тельных напряжений отраженных от поверхности цилиндра частиц. Рассмотрим на поверхности цилиндра две зеркально симметричные относительно оси OX точки A и B и выделим в их окрестности элементарные площадки dA . При отсутствии вращения ($\omega = 0$) индикатриса распределения отраженных частиц по скоростям подчиняется закону “косинуса” (рис. 1, б) и картина течения в точках A и B симметрична относительно оси OX . Вращение приводит к искажению этого закона в связи с появлением линейной скорости \vec{V}_d вращения площадки dA (рис. 1, в). В результате этого реактивный импульс отраженных частиц \vec{F}_{omp} в точках A и B (рис. 1, а) приводит к появлению положительно направленной силы $C_y^{св.м.}$. С уменьшением числа Кнудсена коэффициент C_y должен переходить от положительных свободномолекулярных значений к отрицательным значениям, отвечающим режиму сплошной среды. При дальнейшем уменьшении Kn_∞ стационарный режим обтекания является неустойчивым и коэффициент C_y становится функцией времени.

Одной из первых тестовых задач, на которой были апробированы различные алгоритмы решения как модельных уравнений, так и непосредственно уравнения Больцмана, была задача о структуре ударного слоя при обтекании теплоизолированного неподвижного цилиндра в сверхзвуковом потоке разреженного газа. Задача здесь намного упрощается, поскольку рассматривается обтекание бесконечного цилиндра, когда ось симметрии расположена нормально набегающему потоку. В этом случае задача является двумерной (плоской).

Подробное описание алгоритма метода пробных частиц (МПЧ) для неподвижных тел изложено в [6], а результаты его апробации (исследование обтекания различных тел, в том числе и цилиндра) приведены в [6 – 10].

В настоящей работе с помощью МПЧ исследуется стационарное поперечное обтекание однородным потоком газа бесконечного кругового цилиндра, равномерно вращающегося вокруг своей оси. При условии, что выпуклое тело вращается вокруг одной из своих осей симметрии с постоянной угловой скоростью $\bar{\omega}$, а взаимодействие молекул газа с поверхностью происходит мгновенно, функции распределения молекул набегающего потока и молекул, отраженных от поверхности зеркально, будут такими же, как и для неподвижного тела [6]. Диффузно отраженные молекулы приобретают дополнительную скорость, обусловленную вращением тела. Следовательно, функция распределения отраженных молекул имеет вид:

$$f_r(\vec{r}_c, \vec{v}) = (1 - \sigma)f_\infty(\vec{r}_c, \vec{v} - 2(\vec{v} \cdot \vec{n})\vec{n}) + \sigma n_w (2\pi RT_w)^{-3/2} \exp\left[-\frac{(\vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}_c)^2}{2RT_w}\right],$$

где f_∞ – максвелловская функция распределения молекул по скоростям в равновесном набегающем потоке:

$$f_\infty = n_\infty (2\pi RT_\infty)^{-3/2} \exp\left[-\frac{(\vec{v} - \vec{V}_\infty)^2}{2RT_\infty}\right];$$

\vec{v} – вектор скорости молекулы; \vec{n} – единичный вектор нормали в точке с радиус-вектором \vec{r}_c ; σ – коэффициент диффузности; T_w – температура поверхности тела. Концентрация n_w на поверхности тела определяется из условия непроницаемости поверхности (при условии, что поверхность тела не излучает и не поглощает молекул). Дальнейшая процедура определения макропараметров потока вращающегося тела такая же, как и для неподвижного [11, 12].

Для реализации алгоритма МПЧ вокруг вращающегося цилиндра выделяется расчетная область Ω в виде тонкого прямоугольного параллелепипеда (рис. 2). Задача является двумерной с расчетной областью полностью охватывающей круговое сечение цилиндра. В отличие от плоской задачи с неподвижным цилиндром [10], здесь отсутствует симметрия обтекания относительно плоскости, проходящей через ось цилиндра и параллельной XOZ . Старт пробных частиц происходит со всех границ области Ω . При попадании частицы на нижнюю грань области Ω зеркальное отражение и возврат в расчетную область (как это было для неподвижного цилиндра) не происходит, а происходит вылет частицы за пределы Ω . В остальном процесс блужданий случайных частиц, применительно к рассматриваемой задаче, аналогичен описанному в [10].

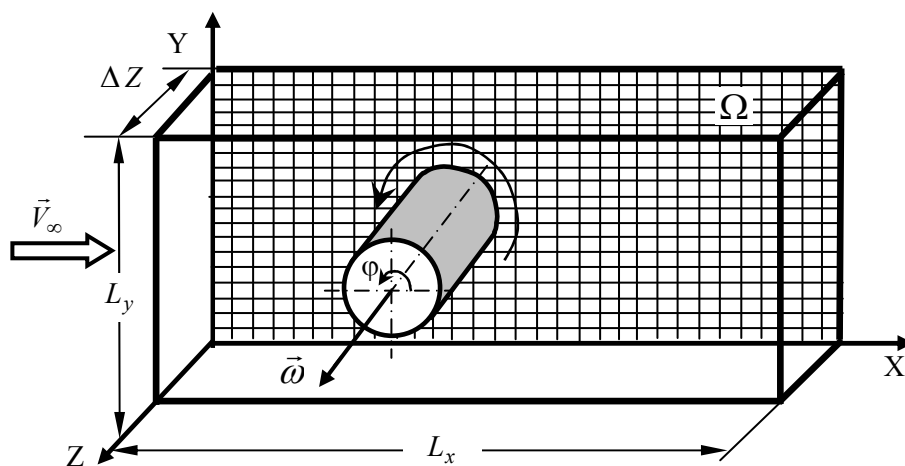


Рис. 2

Дозвуковое обтекание. Было проведено сравнение результатов расчета МПЧ с численными данными, полученными на основе модельного кинетического уравнения Крука [13], а также методом Берда [14] решения уравнения Больцмана.

Уравнение Крука в [13] решалось численным методом второго порядка точности. При этом функция распределения представлялась в виде суммы локально-максвелловской функции распределения и неравновесной добавки, имеющей величину порядка малого числа Кнудсена [13]. Задача решалась в цилиндрической системе координат с применением гибридной схемы, путем ввода внешней и внутренней областей.

Расчеты МПЧ проводились для тех же условий обтекания, что и в [13]: $T_w/T_\infty = 1$; $M_\infty = 0,33$; $S_\infty = 0,3$. Безразмерная линейная скорость вращения поверхности цилиндра $\bar{S}_\omega = 0,3$, что соответствовало угловой скорости вра-

щения $\omega \approx 30$ оборотов в секунду. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ был сонаправлен с осью OZ (рис. 2)

Набегающий поток задавался моноскоростным с начальным полем параметров, соответствующим невозмущенному потоку. В качестве граничных условий на поверхности принималось диффузное отражение с коэффициентом аккомодации, равным единице.

Размеры расчетной области по осям OX и OY выбирались так, чтобы она оптимальным образом охватывала возмущения, вносимые цилиндром при всех рассматриваемых режимах обтекания. Размеры по осям OX и OY в калибрах радиуса цилиндра соответственно составляли $L_x = 10 r_c$ и $L_y = 10 r_c$. Ось цилиндра располагалась перпендикулярно плоскости XOY и пересекала ее в точке с координатами $x = 5$; $y = 5$.

Расчеты осуществлялись для линейных размеров расчетных ячеек $\Delta = 0,25 r_c$ при объеме выборки (числе траекторий с границы) $\sim 1 \cdot 10^6$. Дальнейшее увеличение количества испытаний при рассматриваемых размерах расчетных ячеек не влияло на полученные результаты.

При уменьшении числа Кнудсена, в расчетах в качестве исходного использовалось предыдущее поле параметров, полученное для более высокого числа Kn_∞ . Благодаря этому сходимость результатов достигалась уже на второй – третьей итерациях. Время расчета одной итерации при таком объеме выборки зависело от рассматриваемых режимов обтекания и составляло не более 15 минут для ПЭВМ типа PENTIUM-IV 2400 MHz (BUS 533 MHz) 1000 MB (SDRAM PC-266).

Как и в работе [13], в качестве характерного размера для числа Кнудсена брался радиус цилиндра: $Kn_\infty = \lambda_0 / r_c$, где длина свободного пробега молекул

$$\lambda_0 = 3,2 \frac{\mu_\infty}{\rho_\infty \sqrt{2\pi RT_\infty}}.$$

Для сравнения с [13] расчеты проводились при выборочных значениях числа Кнудсена: $Kn_\infty = 0,1; 0,5; 1; 2$. Данные значения параметра Kn_∞ соответствуют сильно разреженному (близкому к свободно-молекулярному) режиму обтекания ($Kn_\infty = 1; Kn_\infty = 2$), переходному ($Kn_\infty = 0,5$) и близкому к течению в сплошной среде ($Kn_\infty = 0,1$).

Для расчетных условий обтекания $C_y^{св.м.} = 1,56$. Сравнение расчетных значений безразмерной силы Магнуса $\bar{C}_y = C_y / C_y^{св.м.}$, полученных методом пробных частиц, с данными работы [13] показано на рис. 3 (пунктирная линия соответствует данным [13], сплошная – расчетам МПЧ).

Как видно из рисунка, расчетная кривая силы Магнуса с использованием МПЧ является более пологой, чем кривая из [13]. Для $Kn_\infty = 0,5$ и $Kn_\infty = 1$ наблюдается достаточно хорошее соответствие результатов и перемена знака в значении \bar{C}_y в обоих методах происходит при достаточно близких значениях чисел Кнудсена $Kn_\infty \approx 0,7$.

С увеличением числа Kn_∞ значение силы Магнуса из работы [13] быстрее стремится к свободномолекулярному значению. Свободномолекулярный режим обтекания как неподвижного, так и вращающегося цилиндра достигается при $Kn_\infty > 10$ (см., например, [13], [14]). Отличия в полученных резуль-

татах, очевидно, связаны с тем, что МПЧ является кинетически обоснованным стационарным методом решения уравнения Больцмана, а в [13] решалась нестационарная задача с использованием модельного кинетического уравнения Крукса.

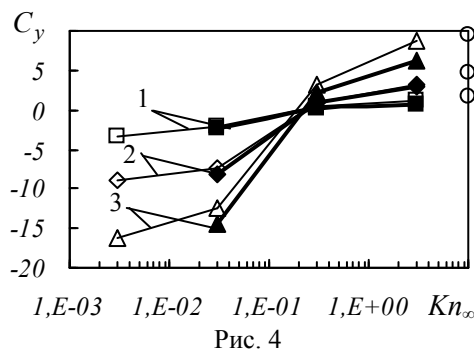
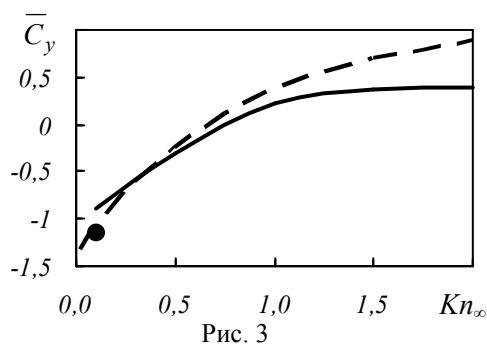
Кроме того, как отмечено в работе [13], начиная с некоторого $Kn_0 \approx 0,025$ при $Kn_\infty < Kn_0$ возникает нестационарный режим автоколебаний потока, поэтому C_y становится функцией времени. В этом случае стационарный режим обтекания является неустойчивым и не реализуется. В расчетах же методом пробных частиц решается стационарная задача, так как по своей сути этот метод является стационарным.

При $Kn_\infty = 0,1$ расчеты по МПЧ были выполнены для двух размеров Δ расчетных ячеек. При $\Delta = 0,25 r_c$ линейные значения местных длин свободного пробега в некоторых зонах течения меньше этого размера. Уменьшение линейного размера ячейки в два раза улучшило сходимость результатов: на рис. 3 черной точкой указано расчетное значение \bar{C}_y , полученное при $\Delta = 0,125$.

Результаты численного исследования силы Магнуса для различных скоростей вращения поперечного цилиндра приведены также в более ранней работе [14]. Расчеты проводились методом Берда, подробно описанным в [15, 16]. Обтекание цилиндра осуществлялось одноатомным газом при малом числе Маха $M_\infty = 0,15$ (скоростной параметр $S_\infty = 0,137$) и температуре набегающего потока $T_\infty = 1000$ К. Температура поверхности цилиндра соответствовала температуре торможения: $T_w = T_0$.

В качестве характеристики линейной скорости вращения брался безразмерный параметр $\bar{\theta}_\omega = \frac{\omega r_c}{V_\infty}$, связанный с рассматриваемой ранее безразмерной линейной скоростью вращения поверхности цилиндра \bar{S}_ω соотношением $\bar{S}_\omega = \bar{\theta}_\omega \cdot S_\infty$. В работе [14] рассматривались три расчетных значения: $\bar{\theta}_\omega = 1; 3; 6$. Это соответствовало $\bar{S}_\omega = 0,137; 0,411; 0,822$ и угловой скорости вращения $\omega \approx 14; 42$ и 84 оборотов в секунду.

В качестве характерного размера числа Кнудсена в [14] брался диаметр цилиндра: $Kn_\infty = \lambda_0 / (2r_c)$. Расчетные данные [14], демонстрирующие зависимость силы Магнуса C_y , действующей на вращающийся цилиндр при раз-



личных скоростях вращения, от режима обтекания ($Kn_\infty = 0,003; 0,03; 0,3; 3$) показаны на рис. 4 тонкой линией. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют расчетам при $\bar{\theta}_\omega = 1; 3; 6$. Здесь же кружками показаны предельные значения $C_y^{св.м.}$, полученные по формулам свободномолекулярного приближения.

Как показывает рис. 4, с увеличением скорости вращения цилиндра амплитуда предельных значений силы Магнуса при изменении режима увеличивается. Как следствие этого при переходе от $\bar{\theta}_\omega = 1$ к $\bar{\theta}_\omega = 6$ усиливается зависимость C_y от числа Кнудсена и увеличивается крутизна кривой $C_y(Kn)$.

Зависимость расчетных значений силы Магнуса МПЧ от режима обтекания при перечисленных выше значениях скоростного параметра $\bar{\theta}_\omega$ показана на рис. 4 жирной линией. Расчетная область МПЧ и ее размеры по осям OX и OY выбирались такими же, как и для $M_\infty = 0,33$. Объем выборки составлял 10^6 испытаний. Линейные размеры расчетных ячеек при $Kn_\infty = 3; 0,3; 0,03$ были равны соответственно $\Delta = 1 r_c; 0,8 r_c; 0,08 r_c$. Время счета одной итерации возрастало с уменьшением числа Кнудсена от 3 до 50 минут. Дальнейшее уменьшение числа Kn_∞ влекло за собой резкое увеличение счетного времени. В связи с этим для $Kn_\infty = 0,003$ расчеты по МПЧ не проводились.

Согласно расчетам по методу Берда [14], сила Магнуса принимает нулевое значение при $Kn_* = 0,2$ для $\bar{\theta}_\omega = 1$ и $\bar{\theta}_\omega = 6$ и при $Kn_* = 0,23$ в случае $\bar{\theta}_\omega = 3$ (рис. 4). При расчетах МПЧ графики C_y лежат немного ниже данных [14] и смена знака силы Магнуса происходит при $Kn_* = 0,23$ (для $\bar{\theta}_\omega = 1$ и $\bar{\theta}_\omega = 6$) и при $Kn_* = 0,3$ (для $\bar{\theta}_\omega = 3$).

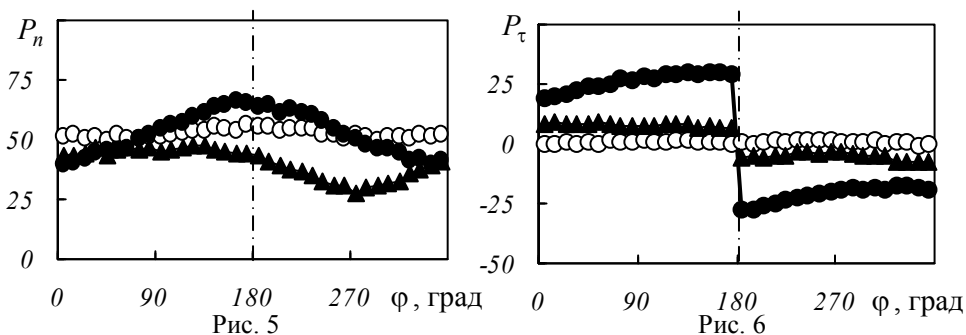
Из анализа представленных результатов следует, что кривые, полученные МПЧ при $Kn_\infty = 0,03; 0,3; 3,0$, дают несколько заниженные значения C_y по сравнению с данными работ [13, 14], но перемена знака в значениях силы Магнуса при различных скоростях вращения цилиндра в разных методах происходит приблизительно при одних и тех же значениях числа Кнудсена.

Некоторые количественные расхождения могут быть объяснены тем, что хотя оба метода (МПЧ и метод Берда), имеют свою статистическую общность, но расчетные алгоритмы и их программные реализации все же существенно отличаются друг от друга. Кроме того, в работе [14] не указаны времена выхода решения на стационарный режим, а также размеры расчетных ячеек и расчетной области. Эти замечания имеют существенное значение при оценке влияния предистории потока на распределение газодинамических параметров в области течения, непосредственно прилегающей к цилиндру.

Силу Магнуса можно рассматривать как сумму возмущений, вносимых набегающим и отраженным потоками в распределение давлений и касательных напряжений по поверхности цилиндра. Так как силы давления и касательного напряжения по поверхности цилиндра распределены неравномерно, причина перемены знака C_y заключается в перераспределении этих сил при переходе через критическое число Кнудсена. Покажем это на эпюрах распределения давления и касательного напряжения по цилиндру. В пред-

ставленных ниже результатах значения давления P_n и касательного напряжения P_τ отнесены к $\rho V_\infty^2/2$. Нормаль \vec{n} задавалась внутренней, а направление касательной $\vec{\tau}$ выбиралось таким образом, чтобы ее проекция на \vec{V}_∞ была положительна.

В случае малой скорости вращения цилиндра ($\bar{\theta}_\omega = 1$) сила Магнуса при $Kn_\infty = 3$ невелика (согласно [14] $C_y = 1,3$) и медленно убывает при приближении к сплошнородному режиму (кривые 1 на рис. 4). График зависимости силы Магнуса от числа Кнудсена достаточно пологий. С увеличением скорости вращения ($\bar{\theta}_\omega = 6$) при $Kn_\infty = 3$ сила Магнуса ($C_y = 8,7$) почти на порядок выше ее значения при $\bar{\theta}_\omega = 1$. Ее резкое убывание и перемена знака ($C_y = -2,5$) при уменьшении числа Кнудсена до $Kn_\infty = 0,03$ (кривые 3 на рис. 4) обуславливаются смещением максимального давления P_n от точки торможения в сторону, противоположную направлению вращения (рис. 5). При этом минимум давления наблюдается при $\varphi = 270^\circ$ (угол φ отсчитывается от точки, диаметрально противоположной точке торможения, рис.2). Это продемонстрировано на рис. 5, где для скорости вращения цилиндра $\bar{\theta}_\omega = 6$ показано распределение давления P_n по угловой координате φ при обходе поверхности цилиндра против часовой стрелки. Распределение давления приведено для $Kn_\infty = 3$ ($Re_\infty = 0,081$), при котором сила Магнуса положительна (расчеты обозначены точками), и для $Kn_\infty = 0,03$ ($Re_\infty = 0,081$), когда она отрицательна (расчеты обозначены треугольниками). Характер распределения касательного напряжения по цилиндру при $Kn_\infty = 0,03$ остается тот же, что и при $Kn_\infty = 3$, но наблюдается значительное уменьшение соответствующих значений P_τ по абсолютной величине (рис. 6).



Из соотношения для коэффициента подъемной силы $C_y = \sum (P_n \cdot n_y + P_\tau \cdot \tau_y)$ следует, что его знак зависит от соотношения между вкладами в C_y нормального давления P_n и касательного напряжения P_τ . Здесь n_y и τ_y – проекции нормали и касательной на ось OY , а суммирование ведется по всей поверхности цилиндра. Распределение C_y и вкладов его слагаемых по поверхности цилиндра для $Kn_\infty = 3$ и $Kn_\infty = 0,03$ ($\bar{\theta}_\omega = 6$) показаны на рис. 7 и рис. 8. Соответствующие графики обозначены сплошной

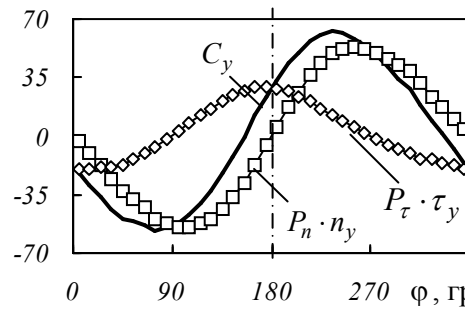


Рис. 7

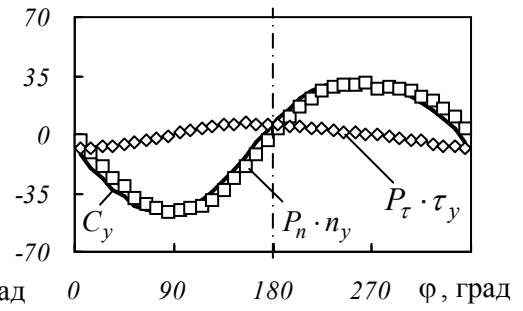


Рис. 8

кривой, квадратиками и ромбиками. Как видно из рисунков, при малых значениях числа Маха ($M_\infty = 0,15$) значения давления в два – три раза превосходят значения касательного напряжения на всей поверхности цилиндра, что и определяет распределение C_y . При $Kn_\infty = 3$ значение коэффициента $C_y > 0$, так как результирующее воздействие P_n и P_τ на верхнюю полуповерхность цилиндра ($0 < \varphi < 180^\circ$) меньше, чем на нижнюю ($180^\circ < \varphi < 360^\circ$). При уменьшении числа Кнудсена до $Kn_\infty = 0,03$ наблюдается противоположная тенденция, что приводит к перемене знака силы Магнуса, и C_y становится отрицательным.

Отметим, что если при фиксированном значении скоростного параметра $\bar{\theta}_\omega = 6$ построить эпюру распределения локальных значений C_y по цилиндру для критического числа Кнудсена $Kn_* = 0,23$, то кривая $C_y(\varphi)$ будет лежать в коридоре между аналогичными кривыми, построенными для $Kn_\infty = 3$ и $Kn_\infty = 0,03$. Сумма же положительных и отрицательных площадей между рассматриваемой кривой $C_y(\varphi)$ и осью OX будет равна нулю.

Рассмотрим более детально физику возникновения эффекта перемены знака в силе Магнуса. Как отмечено в [17], при дозвуковом обтекании цилиндра в режимах $Re_\infty > 7$ вокруг покоящегося цилиндра возникает возвратно-циркуляционная зона. За цилиндром при малых числах Маха наблюдаются два симметричных относительно плоскости OXZ минимума давления P_n при $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 270^\circ$. Распределение давления $P_n - P_n^0$ по покоящемуся цилиндру при $M_\infty = 0,15$ для $Kn_\infty = 0,03$ продемонстрировано на рис. 9 (расчетные данные обозначены кружочками). Здесь P_n^0 – давление в точке цилиндра при $\varphi = 0$. Подъемная сила при $\bar{\theta}_\omega = 0$ отсутствует из-за симметрии обтекания и $C_y = 0$.

При увеличении скорости вращения цилиндра циркуляционная зона разрушается. С увеличением числа Рейнольдса (умень-

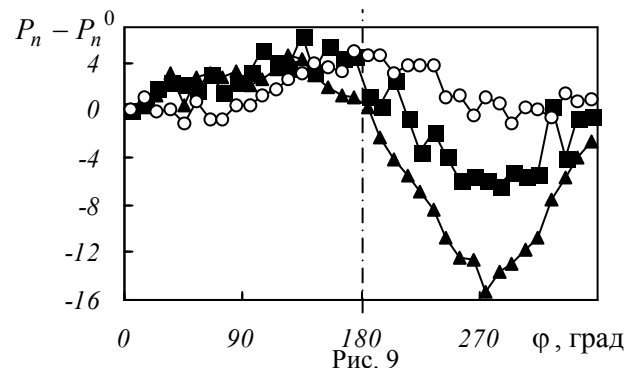


Рис. 9

шением числа Кнудсена) для разрушения возвратно-циркуляционной зоны требуется большая скорость вращения. Приводимый расчетный случай для $M_\infty = 0,15$ является хорошей демонстрацией дозвукового обтекания цилиндра при малых скоростях набегающего потока. Начало разрушения возвратно-циркуляционной зоны для этого случая при $\bar{\theta}_\omega = 0,1$ и $Kn_\infty = 0,03$ ($Re_\infty = 8,1$) хорошо видно по поведению линий тока (рис. 10).

При ускорении вращения наличие вязкости влечет формирование толстого слоя, вращающегося вместе с цилиндром. На рис. 11 показаны линии тока при вращении цилиндра с угловой скоростью $\bar{\theta}_\omega = 6$ для $M_\infty = 0,15$; $Kn_\infty = 0,03$. Вращающийся слой имеет достаточно равномерное распределение параметров вдоль поверхности цилиндра. Это видно также по распределению относительной плотности ρ/ρ_∞ и модуля безразмерной скорости V/V_∞ вокруг тела (рис. 12, рис. 13).

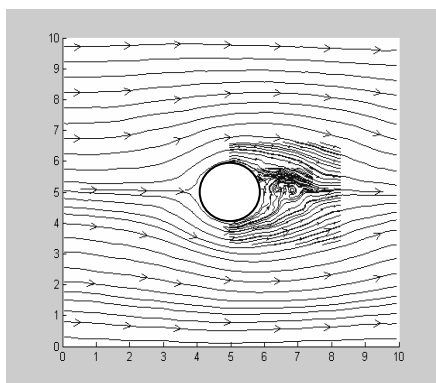


Рис. 10

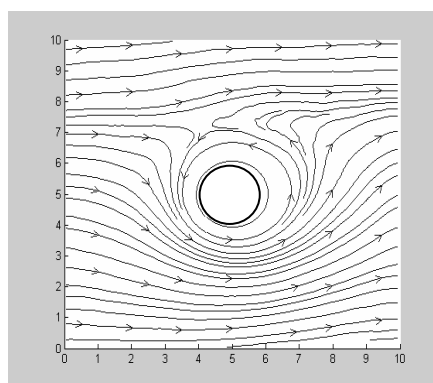


Рис. 11

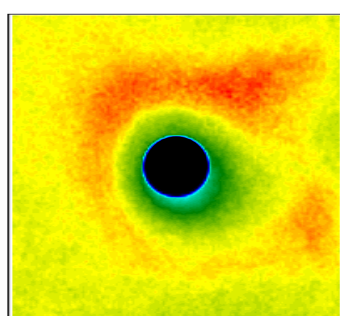


Рис. 12

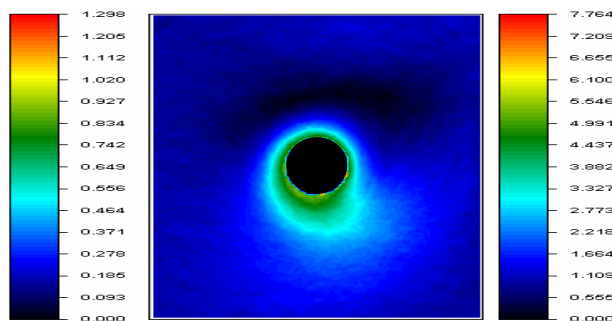


Рис. 13

Вращение цилиндра приводит к нарушению симметрии распределения давления по цилиндру и возникновению максимума при $\varphi \sim 90^\circ$ и минимума давления при $\varphi \sim 270^\circ$. Давление по всей поверхности цилиндра сохраняет положительное значение (рис. 5), но наличие перепада давления на верхнюю и нижнюю половины цилиндра приводит к возникновению отрицательной силы C_y . Как показано в [18], величина угловой скорости вращения оказывает большое влияние на диапазон изменения распределенного по цилиндру давления P_n . Увеличение скорости вращения влечет за собой увеличение разности значений между максимальным давлением P_n^{\max} и давлением P_n^0

и наоборот – резкое уменьшение разности ($P_n^{\min} - P_n^0$), где P_n^{\min} – минимальное давление. На рис. 9 эта тенденция показана для $M_\infty = 0,15$; $Kn_\infty = 0,03$ при изменении скорости вращения от $\bar{\theta}_\omega = 3$ до $\bar{\theta}_\omega = 6$ (кривые обозначены квадратиками и треугольниками). Увеличение разности перепада давления ведет к уменьшению значения силы Магнуса: от $C_y = -7,7$ при $\bar{\theta}_\omega = 3$ до $C_y = -14$ при $\bar{\theta}_\omega = 6$ (рис. 4).

На характер распределения давления по цилиндру большое влияние оказывает скорость набегающего потока. При увеличении числа Маха значения давления могут уменьшаться на порядок. На величину касательного напряжения скорость набегающего потока влияет слабо. В этом можно убедиться, сравнивая распределения P_n (рис. 5) и P_τ (рис. 6) для случая симметричного обтекания ($C_y = 0$) при $M_\infty = 0,15$; $Re_\infty = 8,1$ ($Kn_\infty = 0,03$) и показанных на рис. 14, 15 эпюр распределения P_n и P_τ при $M_\infty = 0,8$ для приблизительно таких же чисел Рейнольдса $Re_\infty = 7,2$ ($Kn_\infty = 0,18$). На обоих рисунках кривые, соответствующие $\bar{\theta}_\omega = 0$, обозначены кружочками.

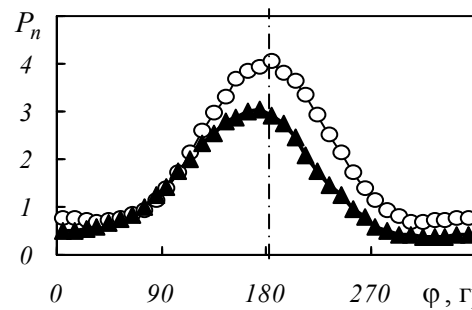


Рис. 14

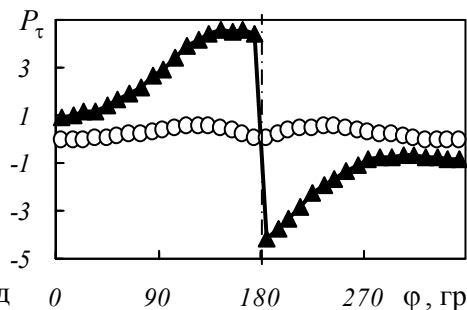


Рис. 15

Изменение знака в силе Магнуса наблюдается только в случае вращения цилиндра при малых числах Маха. При трансзвуковом обтекании $M_\infty \sim 1$ отсутствует минимум давления при $\phi = 270^\circ$. При этом на C_y вращающегося цилиндра определяющее влияние начинают оказывать силы касательного напряжения и эффект перемены знака в силе Магнуса исчезает. Так, например, при $M_\infty = 0,8$; $Kn_\infty = 0,18$ ($Re_\infty = 7,2$) и скорости вращения цилиндра $\bar{\theta}_\omega = 6$ рассчитанное с помощью МПЧ значение $C_y = 2,07$. Эпюры распределения P_n и P_τ для этого случая продемонстрированы на рис. 14 и рис. 15 и обозначены треугольниками.

Таким образом, при приближении к сплошнородному режиму силы давления становятся определяющими в формировании силы Магнуса при дозвуковом обтекании с малыми скоростями. Неравномерность их распределения вызывает глубокий минимум давления в нижней части цилиндра, в результате чего сила Магнуса становится отрицательной ($C_y < 0$) при вращении против часовой стрелки.

Сверхзвуковое обтекание. Совсем другая картина наблюдается при обтекании цилиндра со сверхзвуковой скоростью. В режимах, близких к сплошнородным, при отсутствии вращения и малых $\bar{\theta}_\omega$ возвратно-

циркуляционная зона за телом уменьшается или совсем исчезает (см. линии тока для $\bar{\theta}_\omega=0,11$; $M_\infty=3$; $Kn_\infty=0,03$, показанные на рис. 16). При прохождении потока через фронт скачка сверхзвуковое течение становится дозвуковым, но с распределением параметров вокруг цилиндра, сильно отличающимся от обтекания при $M_\infty < 1$. Перед телом формируется ударная волна, а за телом появляется зона разрежения. Действующие на заднюю поверхность цилиндра давление и касательное напряжение становятся близкими к нулю, и основное влияние на C_y оказывает зона торможения.

При сверхзвуковом обтекании вращающегося цилиндра возникающий вокруг него вращающийся слой достаточно тонкий. На рис. 17 показаны линии тока в окрестности цилиндра при $\bar{\theta}_\omega=6$; $M_\infty=3$; $Kn_\infty=0,03$. Слой вращения характеризуется сильной неравномерностью распределения скорости. Максимальная скорость достигается на нижней поверхности цилиндра, а в непосредственной близости к верхней правой четверти она близка к нулю. На

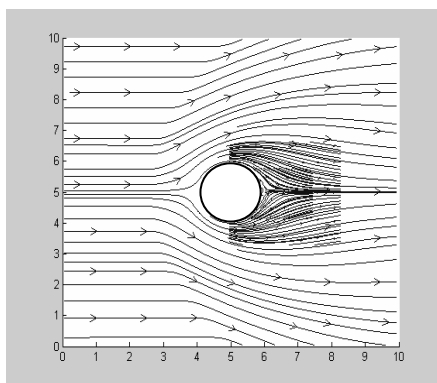


Рис. 16

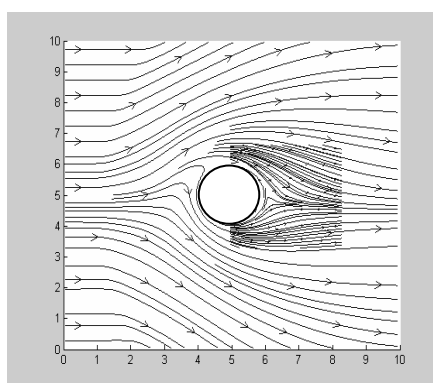


Рис. 17

рис. 18 в качестве иллюстрации показаны изолинии модуля безразмерной скорости V/V_∞ , а на рис. 19 – векторные поля скорости вблизи цилиндра при аналогичных рис. 17 параметрах обтекания.

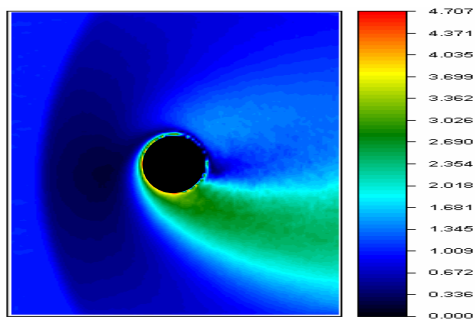


Рис. 18

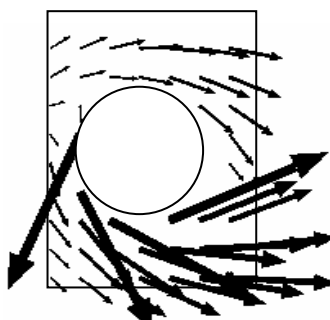


Рис. 19

При сверхзвуковом обтекании значения P_n как минимум на порядок, а P_τ – в несколько раз ниже соответствующих дозвуковых значений во всем рассматриваемом интервале чисел Кнудсена (см. рис. 5, 6, 20, 21). В противоположность дозвуковому обтеканию, по всей поверхности цилиндра $|P_n| < |P_\tau|$. Это видно из рис. 20, 21, где показано распределение P_n и P_τ при

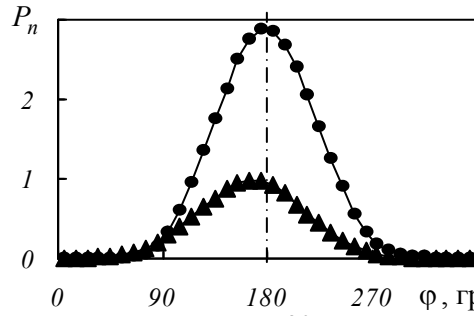


Рис. 20

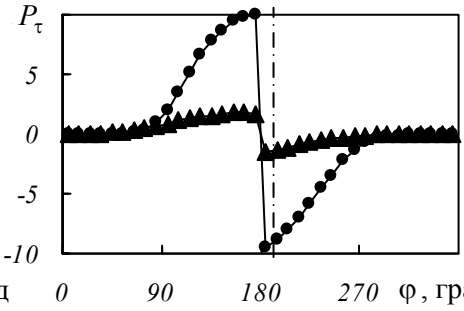


Рис. 21

$Kn_\infty = 3$ и $Kn_\infty = 0,03$ ($M_\infty = 3$; $\bar{\theta}_\omega = 6$, а обозначения кривых аналогичны рис. 5 и 6). На задней поверхности цилиндра P_n и P_τ близки к нулю. Максимумы значений P_n и P_τ достигаются в зоне торможения при $\varphi = 180^\circ$. Проекция \bar{P}_n на ось OY в зоне достижения максимума давления равна нулю. Определяющее влияние на C_y оказывают силы касательного напряжения \bar{P}_τ . Это демонстрируют распределения вкладов давления $P_n \cdot n_y$, касательного напряжения $P_\tau \cdot \tau_y$ и локальных значений $C_y(\varphi)$ для $Kn_\infty = 3$ и $Kn_\infty = 0,03$, которые показаны на рис. 22 и 23 (обозначения расчетных кривых аналогичны обозначениям на рис. 7 и 8).

Положительная проекция на ось OY вектора касательного напряжения \bar{P}_τ оказывает преобладающее влияние на C_y , практически на всей поверхности цилиндра. Несмотря на то что при малых Kn в окрестности $\varphi = 90^\circ$ присутствует зона отрицательного вклада сил давления P_n в общее распределение C_y по поверхности цилиндра (см. рис. 23), результирующее значение подъемной силы $C_y > 0$ при любых числах Кнудсена и эффект Магнуса при сверхзвуковом обтекании исчезает.

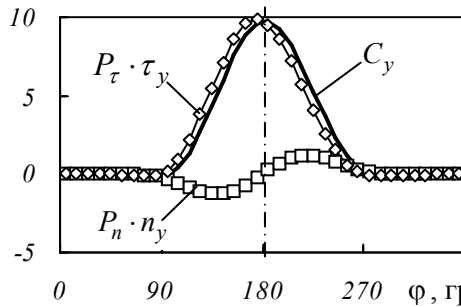


Рис. 22

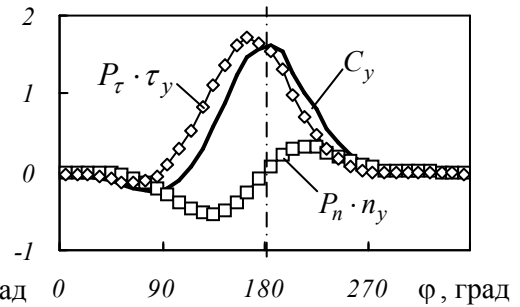


Рис. 23

Отсутствие перемены знака подъемной силы при сверхзвуковом обтекании вращающегося цилиндра продемонстрировано на рис. 24. Здесь показана зависимость C_y от режима обтекания при $M_\infty = 3$ для скоростей вращения $\bar{\theta}_\omega = 0,11$; $\bar{\theta}_\omega = 1,1$ и $\bar{\theta}_\omega = 6$. Как видно из рисунка, при приближении к сплошноредному режиму C_y сохраняет положительный знак при всех скоростях вращения цилиндра.

Полученные результаты полностью соответствуют результатам работы [14], где показано отсутствие эффекта Магнуса при гиперзвуковом обтекании цилиндра ($M_\infty = 10$) и малых скоростях его вращения ($\bar{\theta}_\omega = 0,03$ и $\bar{\theta}_\omega = 0,1$).

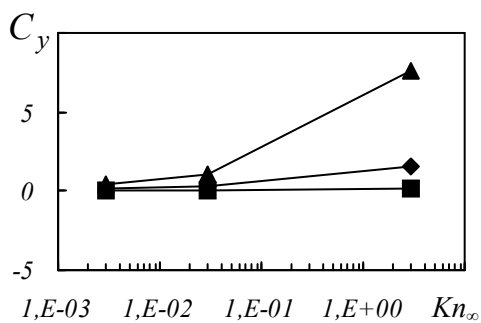


Рис. 24

Вышесказанное позволяет наглядно судить о физике данного процесса и сделать вывод о том, что перемена знака силы Магнуса при переходе через критическое число Кнудсена наблюдается только в случае дозвукового обтекания цилиндра, а ее направление определяется балансом между нормальным и касательным напряжениями на поверхности цилиндра.

Отметим, что все рассмотренные выше закономерности качественно находятся в согласии с результатами расчетов подъемной силы при трехмерном обтекании вращающейся сферы методом Берда [19] в переходном и околоконтинуальном режимах течения. Коэффициент силы Магнуса оставался отрицательным при числах Маха $M_\infty > 1,5$ во всех выполненных расчетах.

В указанной работе акцент был сделан на анализ закономерностей распределения напряжений по поверхности сферы по мере изменения числа Кнудсена. Изменение направления силы Магнуса объясняется увеличением роли нормальных напряжений на поверхности сферы и снижением роли касательных по мере уменьшения числа Кнудсена. Этот вывод касается исключительно анализа поведения напряжений при переходе от свободномолекулярного режима к сплошнородному. Он полностью соответствует аналогичным результатам для цилиндра и не распространяется на проведенный в данной работе анализ поведения напряжений при фиксированном режиме обтекания и увеличении числа Маха.

Заключение. Двумерное поперечное обтекание вращающегося цилиндра потоком разреженного газа в переходном и близком к околоконтинуальному режимам течения исследовано методом пробных частиц. Для указанных режимов течения проведено сравнение расчетных значений коэффициента подъемной силы с известными данными других авторов. Установлено хорошее соответствие результатов. Показано, что при обтекании вращающегося цилиндра для рассмотренных расчетных параметров эффект перемены знака в силе Магнуса возникает только при дозвуковом обтекании и отсутствует при сверхзвуковом. Сделан анализ причин такого поведения силы Магнуса. Выявлено, что при малых числах Маха вклад давления значительно превосходит вклад касательного напряжения по всей поверхности цилиндра и определяет направление силы Магнуса. Вращение цилиндра приводит к разрушению возвратно-циркуляционной зоны и нарушению симметрии распределения давления по цилиндру. Рассмотрено влияние величины угловой скорости вращения на распределение давления по цилиндру. Показано, что увеличение перепада давления ведет к увеличению абсолютного значения силы Магнуса. При сверхзвуковом обтекании определяющее влияние на силу Магнуса оказывают касательные напряжения. В предельных по числу Кнудсена режимах

обтекания направление силы Магнуса имеет разную физическую природу. При $Kn_\infty \rightarrow \infty$ сила Магнуса знакопостоянна как в дозвуковом, так и в сверхзвуковом режимах обтекания и линейно зависит от скорости вращения. При $Kn_\infty \rightarrow 0$ в период формирования пограничного слоя силовое воздействие на цилиндр обусловлено взаимодействием набегающего потока непосредственно с поверхностью цилиндра и системой формирующихся скачков уплотнения и зон разрежения. Проведено сравнение с поведением силы Магнуса при обтекании вращающейся сферы в переходном режиме обтекания.

1. Чжен П. Отрывные течения / П. Чжен. – М. : Мир, 1973. – Т. 1. – 299 с., Т. 2. – 280 с., Т. 3. – 333 с.
2. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред / О. М. Белоцерковский. – М. : Наука, 1984. – 519 с.
3. Ланда П. С. Нелинейные колебания и волны / П. С. Ланда. – М. : Наука. Физматлит, 1997. – 495 с.
4. Седов Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1976. – Т. 2. – 573 с.
5. Белецкий В. В. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников / В. В. Белецкий, А. М. Янишин. – Киев : Наукова думка, 1984. – 188 с.
6. Басс В. П. Об одном алгоритме реализации метода Монте-Карло для решения задач динамики разреженного газа / В. П. Басс, Л. Л. Печерица // Техническая механика. – 2006. – №1. – С. 67 – 79.
7. Басс В. П. Численное моделирование стационарного осесимметричного обтекания затупленного конуса в переходном режиме обтекания / В. П. Басс, Л. Л. Печерица // Вісник Дніпропетровського університету : Механіка. – 2005. – Т. 1, Вип. 9. – С. 57 – 66.
8. Басс В. П. Гиперзвуковое обтекание теплоизолированного цилиндра разреженным газом / В. П. Басс, Л. Л. Печерица // Вісник Дніпропетровського університету : Механіка. – 2006. – Т. 1, Вип. 10. – С. 50 – 60.
9. Басс В. П. Верификация методов и алгоритмов решения задач аэродинамики переходной области / В. П. Басс, Л. Л. Печерица // Техническая механика. – 2007. – №1. – С. 49 – 61.
10. Басс В. П. Расчет двумерных течений разреженного газа при поперечном обтекании плоской пластины / В. П. Басс, Л. Л. Печерица // Техническая механика. – 2008. – №1. – С. 83 – 92.
11. Басс В. П. Расчет параметров разреженного газа, возмущенного симметрично вращающимся в нем телом / В. П. Басс, В. И. Бразинский // Аэрогазодинамика и нестационарный теплообмен : сб. научных трудов. – Киев : Наук. думка, 1983. – С. 58 – 62.
12. Басс В. П. Молекулярная газовая динамика и ее приложения в ракетно-космической технике / В. П. Басс. – Киев : Наук. думка, 2008. – 267 с.
13. Ларина И. Н., Рыков В. А. Исследование обтекания кругового цилиндра потоком разреженного газа в стационарном и автоколебательном режимах / И. Н. Ларина, Н. А. Рыков // Изв. РАН. Механ. жидкости и газа. – 2006. – №1. – С. 166 – 175.
14. Riabov V. V. Aerodynamics of a Spinning Cylinder in Rarefied Gas Flows / V. V. Riabov // Journal of Spacecraft and Rockets. – 1999. – V. 36, № 3. – P. 486 – 488.
15. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows listed / G. A. Bird // Oxford: Oxford Univ. Press. – 1994. – P. 334 – 377.
16. Bird G. A. The DS2G Program User's Guid. Version 1.0. / G. A. Bird // G.A.B. Consulting Pty. – Killara (Australia), 1995. – P. 1 – 50.
17. Шкадова В. П. Вращающийся цилиндр в потоке вязкой жидкости / В. П. Шкадова // Изв. РАН : МЖГ. – 1982. – №1. – С. 16 – 21.
18. Люлька В. А. Численное решение задачи о вращении цилиндра в потоке вязкой несжимаемой жидкости / В. А. Люлька // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. – 1977. – Т. 17, №2. – С. 470 – 480.
19. Волков А. Н. Аэродинамические коэффициенты вращающейся сферы в потоке разреженного газа / А. Н. Волков // Изв. РАН : МЖГ. – 2009. – №1. – С. 167 – 187.

Институт Технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
г. Днепропетровск

Получено 27.05.09,
в окончательном варианте 29. 05.09