

## РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОДИНАМИКИ КОМПРЕССОРНЫХ РЕШЕТОК С УЧЕТОМ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПРОФИЛЕ

Представлена модификация разработанной ранее методики решения обратных задач газодинамики компрессорных решеток для дозвуковых течений. Использован подход, при котором решение обратной задачи дополнено расчетом турбулентного пограничного слоя на профиле решетки с применением метода интегральных соотношений. Верификация методики проведена путем расчета пограничного слоя на плоской пластине, а также с использованием результатов численного моделирования турбулентных газовых течений в построенных решетках. Методика обладает точностью, достаточной для построения первого приближения проектируемой решетки, которая в дальнейшем может быть оптимизирована с целью улучшения ее аэродинамических характеристик.

Представлено модифікацію раніше розробленої методики розв'язання зворотних задач газодинаміки компресорних решіток для дозвукових течій. Використано підхід, при якому розв'язання зворотної задачі доповнено розрахунком турбулентного прилежового шару на профілі решітки з застосуванням методу інтегральних співвідношень. Верифікацію методики проведено шляхом розрахунку прилежового шару на плоскій пластині, а також з використанням результатів чисельного моделювання турбулентних газових течій у побудованих решітках. Методика має точність, що достатня для побудови першого наближення решітки, що проектується, яка в подальшому може бути оптимізована з метою покращення її аеродинамічних характеристик.

The modification of the earlier developed inverse design technique for the subsonic compressors cascades gasdynamics is presented. Based on this approach, the inverse problem solution is supplemented with the turbulent boundary layer calculations on the cascade profile using the integral relations method. The validation of the technique is carried out by the flat plate turbulent boundary layer calculation, and also by the use of the results of numerical simulation of turbulent gas flows in projected cascades. The accuracy of the technique is enough for the cascade initial approximation construction which can be optimized with the purpose of its aerodynamic characteristics improvement.

**Введение.** Аэродинамическое проектирование лопаточных венцов компрессоров современных авиационных газотурбинных двигателей представляет собой сложный многоэтапный процесс, в результате которого должно быть обеспечено аэродинамическое совершенство межлопаточных каналов компрессорных венцов. Одним из первых этапов аэродинамического проектирования венцов является решение обратной задачи газодинамики компрессорных решеток. Под решением обратной задачи понимается определение геометрических параметров плоской решетки, обеспечивающей удовлетворение заданных условий для потока на входе и выходе из решетки. Полученную таким образом решетку в дальнейшем можно оптимизировать с целью улучшения ее аэродинамических характеристик.

Следует отметить, что такая оптимизация является достаточно сложным процессом, который может потребовать больших временных затрат. Для снижения этих затрат необходимо максимально повысить качество построения первого приближения проектируемой решетки, что может быть достигнуто путем использования математических моделей, наиболее полно учитывающих физические свойства течений в решетках профилей.

Большинство существующих на сегодняшний день методик решения обратных задач используют модель идеальной сжимаемой жидкости [1]. Недостатком использования данной модели является отсутствие учета влияния вязкости жидкости, которое в первую очередь проявляется в виде пограничного слоя на поверхности профилей решетки. Отрыв пограничного слоя приводит к увеличению потерь механической энергии в решетке, а также к уменьшению угла поворота потока и является, таким образом, нежелатель-

© С.В. Мелашич, 2009

ным эффектом течения. В связи с этим учет пограничного слоя при решении обратных задач газодинамики компрессорных решеток является важной задачей. В настоящее время имеется несколько публикаций, где рассматривается данная задача [1, 8, 9]. Приведенные в них соотношения для расчета турбулентного пограничного слоя на профиле решетки требуют дальнейшей верификации и, возможно, уточнения, так как существует определенный произвол в задании начальных значений параметров пограничного слоя при использовании метода интегральных соотношений.

Целью данной работы является модификация разработанной ранее [2] методики решения обратных задач газодинамики компрессорных решеток путем учета турбулентного пограничного слоя и исследование работоспособности модифицированной методики.

**Основные соотношения.** Пусть искомая решетка обтекается потоком идеального газа и задана приведенная скорость на входе в решетку  $\lambda_1$ , а также угол входа потока  $\alpha_1$  и угол выхода потока  $\alpha_2$ , отсчитываемые от оси решетки. Пусть также задано распределение приведенной скорости  $\lambda(s)$  по длине дуги  $s$  профилей, составляющих искомую решетку.

Течение в решетке профилей удовлетворяет уравнению неразрывности, которое в приближении Чаплыгина имеет следующий вид

$$\frac{q_1}{\sqrt{1+q_1^2}} \cos \alpha_1 = \frac{q_2}{\sqrt{1+q_2^2}} \cos \alpha_2,$$

где  $q_{1,2} = r\lambda_{1,2}$  – фиктивная скорость;  $\lambda_2$  – скорость на выходе из решетки;

$r^2 = \frac{\lambda_2^2 \cos^2 \alpha_2 - \lambda_1^2 \cos^2 \alpha_1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2 (\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2)}$  – постоянная для газа Чаплыгина, определяемая из точного удовлетворения газодинамического уравнения неразрывности.

Из заданного распределения скорости путем интегрирования определяются распределение потенциала скорости  $\phi_c(s)$  и циркуляция по профилю  $\Gamma$ . Тогда период решетки  $d$  определяется из теоремы о силовом воздействии на решетку [5]:

$$d = \frac{\Gamma}{q_1 \sin \alpha_1 - q_2 \sin \alpha_2}.$$

Суть предложенного в [6] метода состоит в отображении течения около искомой решетки профилей на течение несжимаемой жидкости около единичного круга, генерируемое четырьмя вихресточниками, комплексный потенциал  $F(\zeta)$  которого имеет следующий вид:

$$F(\zeta) = A \ln(\zeta - a_1) + \bar{A} \ln\left(\zeta - \frac{1}{a_1}\right) + B \ln(\zeta - a_2) + \bar{B} \ln\left(\zeta - \frac{1}{a_2}\right) + D,$$

где  $A, B, D$  – комплексные величины, определяющие комплексный потенциал  $F(\zeta)$ ;  $a_1, a_2, \frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}$  – точки положения вихресточников.

Из комплексного потенциала  $F(\zeta)$  можно найти потенциал скорости на единичном круге  $\varphi_i(\theta) = \operatorname{Re}\{F(e^{i\theta})\}$  в зависимости от полярного угла  $\theta$  в плоскости  $\zeta$ .

Отображение течения несжимаемой жидкости в плоскости  $\zeta$  на течение газа Чаплыгина в решетке профилей в плоскости  $z$  согласно работе [6] имеет следующий вид:

$$dz = g(\zeta)(\zeta - a_1)^{-1}(\zeta - a_2)^{-1} d\zeta - \frac{1}{4} \overline{F'(\zeta)^2 g(\zeta)^{-1} (\zeta - a_1)(\zeta - a_2)} d\zeta,$$

где  $g(\zeta)$  – функция, регулярная в области  $|\zeta| \geq 1$ .

В результате решения обратной задачи получаем форму искомого профиля решетки, с заданным распределением скорости  $\lambda(s)$  по его обводу. Будем считать, что найденная кривая отстоит от действительного профиля на расстояние, равное толщине вытеснения пограничного слоя [1, 8]. Таким образом, можно сформулировать задачу моделирования турбулентного пограничного слоя по известному распределению скорости на его внешней границе.

Турбулентный пограничный слой может быть описан, согласно методу [7], тремя дифференциальными уравнениями

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \frac{C_f}{2} - (H + 2 - M^2) \frac{\vartheta}{U_e} \frac{dU_e}{ds}, \quad (1)$$

$$\vartheta \frac{d\bar{H}}{ds} = \frac{d\bar{H}}{dH_1} \left\{ C_E - H_1 \left[ \frac{C_f}{2} - (H + 1) \frac{\vartheta}{U_e} \frac{dU_e}{ds} \right] \right\}, \quad (2)$$

$$\vartheta \frac{dC_E}{ds} = F \left\{ \frac{2,8}{H + H_1} (C_{\tau, EQ}^{1/2} - \lambda C_{\tau}^{1/2}) + \left( \frac{\vartheta}{U_e} \frac{dU_e}{ds} \right)_{EQ} - \frac{\vartheta}{U_e} \frac{dU_e}{ds} [1 + f(M^2)] \right\}, \quad (3)$$

где  $\vartheta = \int_0^{\infty} \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \left( 1 - \frac{U}{U_e} \right) dy$  – толщина потери импульса;  $\delta^* = \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{\rho U}{\rho_e U_e} \right) dy$

– толщина вытеснения;  $H = \frac{\delta^*}{\vartheta}$ ,  $\bar{H} = \frac{1}{\vartheta} \int_0^{\infty} \frac{\rho}{\rho_e} \left( 1 - \frac{U}{U_e} \right) dy$  – форм-параметры;

$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho_e U_e^2}$  – коэффициент поверхностного трения;  $C_E = \frac{1}{\rho_e U_e} \frac{d}{dx} \int_0^{\infty} \rho U dy$

– коэффициент сноса (entrainment coefficient, [7]);  $U_e$  – скорость на внешней границе пограничного слоя.

Необходимые замыкающие соотношения, а также выражения для остальных величин, можно найти в работе [7].

Интегрирование данной системы уравнений проводится от точки турбулизации пограничного слоя. Определение ее положения вызывает достаточно большие трудности, тем более учитывая, что переходный процесс занимает

некоторую область. Поэтому на практике задаются некоторой предполагаемой точкой турбулизации, которую для профиля определяют как точку, в которой возникает положительный градиент давления [9].

В качестве начальных условий в этой точке необходимо задать значения толщины потери импульса, форм-параметра и коэффициента сноса, но, как правило, эти величины можно получить лишь в результате проведения сравнения с экспериментом. В связи с этим в предполагаемой точке турбулизации оценивается начальное значение толщины потери импульса с применением упрощенных методов моделирования пограничного слоя. Наиболее простым способом будет задаться некоторым критическим числом Рейнольдса, известным из экспериментальных исследований, и по нему определять толщину потери импульса. Значения форм-параметра и коэффициента сноса могут быть определены из соотношений для равновесных величин, представленных в работе [7].

Для оценки положения точки отрыва турбулентного пограничного слоя в работе [9] предлагается пользоваться критерием Нэша – МакДональда

$$SEP = \frac{\vartheta}{U_e} \frac{dU_e}{ds}. \quad (4)$$

В точке отрыва его значение достигает 0,004.

**Верификация методики и обсуждение результатов.** С целью верификации методики, проведен расчет турбулентного пограничного слоя на плоской пластине при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 0,62$  и числе Рейнольдса, рассчитанном по длине пластины  $Re = 10^7$ . Начальная толщина потери импульса определена по эмпирической формуле для толщины потери импульса на пластине [4]. Проведено сравнение полученного распределения коэффициента поверхностного трения с эмпирическим выражением [4]

$$C_f(s) = 0,0263 \left( \frac{2}{2 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2} \right)^{\frac{5}{7}} Re_s^{-\frac{1}{7}}, \quad (5)$$

где  $Re_s$  – число Рейнольдса, рассчитываемое по длине пластины  $s$ .

Результаты сравнения представлены на рис. 1, где сплошной кривой представлена полученная зависимость коэффициента трения по длине пластины, а треугольниками – эмпирическая зависимость (5).

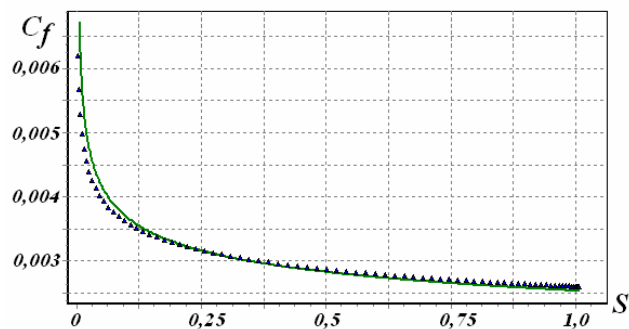


Рис. 1

По результатам, представленным на рис. 1, можно судить о хорошем согласовании полученного распределения коэффициента поверхностного трения с эмпирической зависимостью. Можно сделать предварительный вывод о хорошей точности применяемого метода расчета турбулентного пограничного слоя.

Дальнейшая верификация представленной методики проведена с использованием разработанной ранее методики численного моделирования течения газа в компрессорных решетках [3].

Построена решетка профилей, которую обозначим №1, обеспечивающая при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 0,62$  и угле входа  $\alpha_1 = 40^\circ$  угол выхода  $\alpha_2 = 30^\circ$ . Угол установки профилей решетки №1, представленных на рис. 2, а, составляет  $31,89^\circ$ , густота решетки  $0,9$ .

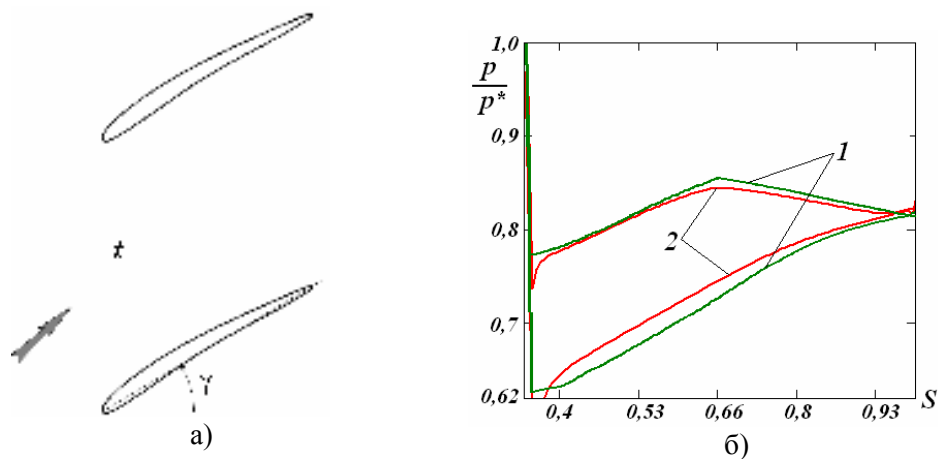


Рис. 2

В результате расчета пограничного слоя в решетке №1 величина критерия отрыва (4) не превышала значения  $0,0012$  и, следовательно, предполагается, что решетка обеспечивает безотрывное течение.

В результате проведенного численного моделирования течения в решетке №1 получен безотрывный режим течения, а также хорошее согласование исходных и полученных газодинамических характеристик решетки. Поворот потока составил  $9,92^\circ$  (исходный  $10^\circ$ ).

На рис. 2, б представлены исходное (позиция 1) и полученное (позиция 2) распределения отношения давления  $p$  по обводу  $s$  профиля к полному давлению  $p^*$ . Можно судить об их хорошем согласовании.

Построена решетка профилей (обозначим ее №2), которая при  $M_\infty = 0,62$  и угле входа  $\alpha_1 = 40^\circ$  обеспечивает угол выхода потока  $\alpha_2 = 20^\circ$ . Угол установки составляющих решетку профилей, представленных на рис. 3, а, составляет  $25,2^\circ$ , густота  $0,8$ .

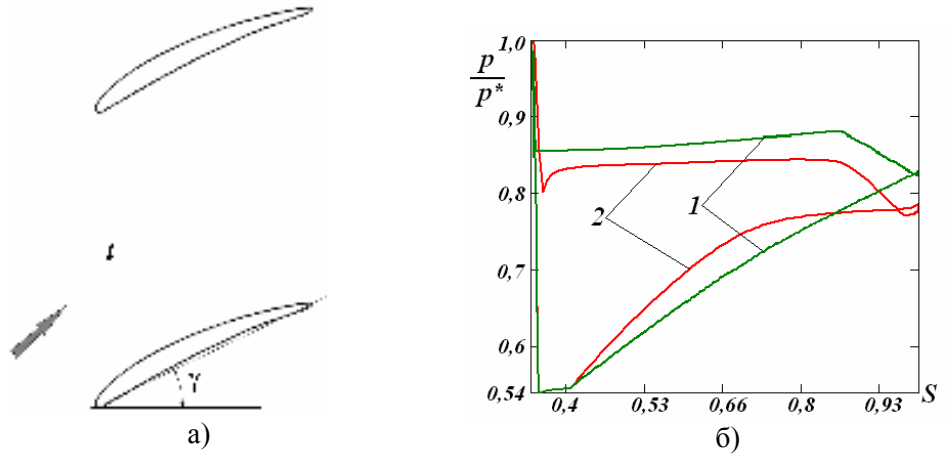


Рис. 3

Расчет турбулентного пограничного слоя по интегральным соотношениям показал наличие отрыва на стороне разрежения профиля на расстоянии от носика профиля, составляющем 80% длины хорды.

Проведено численное моделирование турбулентного течения газа в решетке №2 при указанных параметрах набегающего потока. Исходное (позиция 1) и полученное (позиция 2) распределения безразмерного давления представлены на рис. 3, б.

Зона отрыва при этом оказалась больше полученной по методу интегральных соотношений, и точка отрыва пограничного слоя располагалась на расстоянии от носика профиля 0,72% длины хорды. Значение параметра отрыва (4) в точке отрыва составляет 0,0026. Ввиду наличия отрыва решетка не обеспечила ожидаемый поворот потока 20°. Поворот потока составил 14,6°.

С целью предотвращения возникновения отрыва исходное распределение скорости модифицировано таким образом, чтобы уменьшить градиент давления, вызывающий отрыв пограничного слоя. С использованием скорректированного распределения скорости при тех же параметрах набегающего потока построена решетка (обозначим ее №3), профиль которой представлен на рис. 4, а. Угол установки профилей для данной решетки (рис. 4, а) составил 26,33°, а ее густота 0,77.

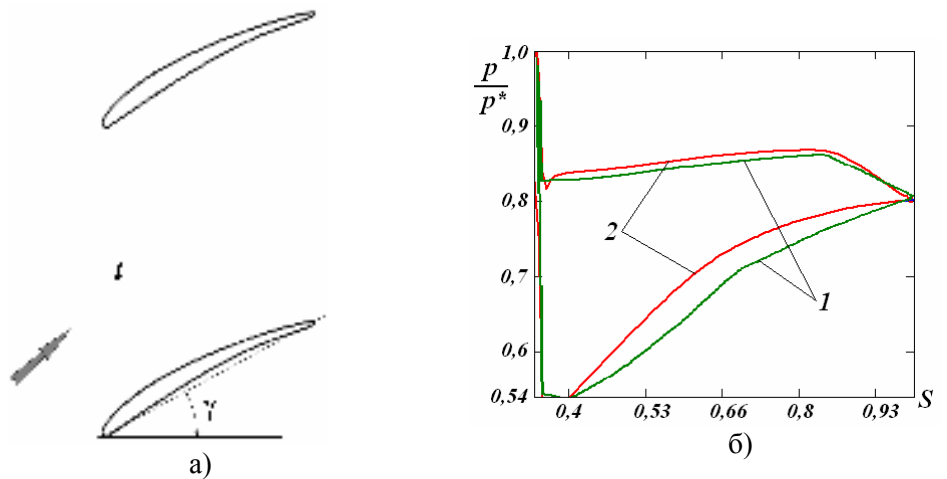


Рис. 4

Расчет турбулентного пограничного слоя по интегральным соотношениям показал, что величина критерия отрыва (4) не превышает значения 0,0025, т.е. решетка должна обеспечивать безотрывный режим обтекания.

В результате проведенного численного моделирования турбулентного газового течения в решетке №3 при указанных параметрах набегающего потока, получено хорошее согласование исходного (позиция 1) и полученного (позиция 2) распределений безразмерного давления по обводу профиля (рис. 4, б).

Проведенное численное моделирование течения газа в решетке №3 показало наличие отрыва пограничного слоя на стороне разрежения. Отрыв существенно уменьшился, по сравнению с отрывом, наблюдаемым в решетке №2. Точка отрыва находится от носика профиля на расстоянии, составляющем 82% длины хорды. Величина критерия отрыва (4) в этой точке, полученная при построении решетки №3, составляет 0,0022. Решетка №3 обеспечила поворот потока на  $16,3^\circ$ .

Таким образом, проверка модифицированной методики, проведенная с использованием результатов численного моделирования турбулентных газовых течений в построенных решетках профилей, показала возможность прогнозирования отрывных течений и управления отрывом путем модификации задаваемого распределения скорости по обводу искомого профиля. Следует заметить, что для рассмотренных случаев предсказываемая по данной методике зона отрыва оказывается меньше получаемой. Данное расхождение связано с различиями в задаваемом и реальном распределении давления по обводу профиля и слабым учетом кривизны поверхности профиля. Кроме того, имеет место недостаточно точное задание начальных условий для уравнений, описывающих поведение турбулентного пограничного слоя, что связано со сложными процессами формирования пограничного слоя вблизи носика профиля. Анализируя полученные результаты, с целью повышения точности прогнозирования отрыва, следует считать, что отрыв может произойти в точке поверхности профиля, для которой значение критерия отрыва (4) превышает значение  $0,002 \div 0,0022$ .

**Заключение.** Модифицирована разработанная ранее методика решения обратных задач газодинамики компрессорных решеток для дозвуковых течений путем учета турбулентного пограничного слоя по методу интегральных соотношений.

Проведена первичная верификация указанной методики путем расчета турбулентного пограничного слоя на плоской пластине и сравнения полученного распределения коэффициента трения по длине пластины с известной эмпирической формулой.

Дальнейшее тестирование методики проведено с использованием результатов численного моделирования турбулентных газовых течений в построенных решетках профилей. Данная проверка показала возможность прогнозирования отрыва потока на профиле при решении обратной задачи и управления отрывом путем модификации задаваемого распределения скорости по обводу профиля.

Представленная методика обладает точностью, достаточной для построения первого приближения проектируемой решетки, которая затем может быть оптимизирована с целью улучшения ее аэродинамических характеристик.

В дальнейшем предполагается использование данной методики при проектировании компрессорных венцов авиационных двигателей.

1. *Елизаров А. М.* Обратные краевые задачи аэродинамики. Теория и методы проектирования и оптимизации формы крыловых профилей / *А. М. Елизаров, Н. Б. Ильинский, А. В. Потапов.* – Магадан, 2006. – 436 с.
2. *Кваша Ю. А.* О совместном решении прямой и обратной задачи газодинамики компрессорных решеток / *Ю. А. Кваша, С. В. Мелашин* // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2008. – №7 (54). – С. 74 – 77.
3. *Кваша Ю. А.* Численное моделирование плоского турбулентного течения газа в компрессорных решётках / *Ю. А. Кваша, С. В. Мелашин* // *Техническая механика.* – 2007. – №2. – С. 67 – 73.
4. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа / *Л. Г. Лойцянский.* – М. : Наука, 1970. – 904 с.
5. *Степанов Г. Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин / *Г. Ю. Степанов.* – М. : Физматгиз, 1962. – 512 с.
6. *Costello G. R.* Method of designing cascade blades with prescribed velocity distributions in compressible potential flows / *G. R. Costello* // *NACA Report N978.* – 1949. – 11p.
7. *Green J. E.* Prediction of turbulent boundary layers and wakes in compressible flow by a lag-entrainment method / *J. E. Green, D. J. Weeks, W. F. Brooman* // *ARC-R/M-3791.* – 1977. – 65 p.
8. *Korn D.* Numerical design of Transonic cascades / *D. Korn* // *Journal of computational physics.* – 1978. – Vol. 29. – pp. 20 – 34.
9. *Sanz J. M.* Improved design of subcritical and supercritical cascades using complex characteristics and boundary-layer correction / *J. M. Sanz* // *AIAA Journal.* – 1984. – Vol.22, N 7. – pp. 950 – 956.

Институт технической механики  
НАН Украины и НКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 03.04.09,  
в окончательном варианте 07.04.09