

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ КОНФИГУРАЦИИ “ПЛАСТИНА – КЛИН” ПОТОКОМ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

Приведены результаты решения двумерной задачи обтекания плоской конфигурации “пластина – клин” с помощью метода пробных частиц (МПЧ) решения уравнения Больцмана. Показано, что в переходном по числу Кнудсена (Рейнольдса) режиме обтекания для 25° -го клина отрыв потока происходит от передней кромки пластины, а угол наклона головного скачка соответствует расчетным (уравнения Навье-Стокса) и экспериментальным данным. В окрестности 10° -го клина параметры течения имеют тот же качественный и количественный характер, что и при сверхзвуковом обтекании ламинарным потоком вязкого газа.

Наведено результати розв'язку двовимірної задачі обтікання плоскої конфігурації “пластина – клин” за допомогою методу пробних часток (МПЧ) розв'язку рівняння Больцмана. Показано, що в перехідному по числу Кнудсена (Рейнольдса) режимі обтікання для 25° -го клина відрив потоку відбувається від передньої крайки пластини, а кут нахилу головного стрибка відповідає розрахунковим (рівняння Нав'є-Стокса) і експериментальним даним. В околиці 10° -го клину параметри потоку мають той же якісний і кількісний характер, що й при надзвуковому обтіканні ламінарним потоком в'язкого газу.

The results of solution of the 2-D problem on the flow along the plate-wedge configuration are given using the method of probe particles of solution of the Boltzman equation. It is shown that in the transient state (on the Reynolds number) of the flow along the 25° -wedge the flow separation occurs from the forward edge of the plate, and the slope of the bow shock wave corresponds to calculated (Navier-Stocks equations) and experimental data. In the neighbourhood of the 10° -wedge parameters of the flow have the same qualitative and quantitative natures as for a supersonic laminar flow of a viscous gas.

Рассматриваемая задача была весьма актуальна с практической точки зрения на заре развития ракетной техники (50-е – 70-е годы прошлого столетия). Выбранная конфигурация характерна тем, что при ее обтекании на поверхности пластины, расположенной параллельно набегающему потоку, формируется пограничный слой, приводящий к образованию головного скачка уплотнения. На поверхности клина появляется еще один скачок, который, взаимодействуя с пограничным слоем на пластине, вызывает его отрыв с образованием зоны возвратного течения. Разворот потока при отрыве и повторном присоединении сопровождается волнами сжатия. Все это приводит к существенному перераспределению по телу давления, трения и тепловых потоков. Практическая важность данных характеристик вызвала бурное развитие как теоретических, так и экспериментальных исследований. Обзор публикаций, посвященных изучению отрывных течений раннего периода, приведен в [1].

Развитие компьютерных технологий дало очередной толчок исследованию отрывных течений различными численными методами. За последние 15 лет предложено большое число методов численного решения полной системы уравнений Навье – Стокса, основанных на разных типах аппроксимации невязких потоков (см., например, [2] и ссылки в данной работе). В большинстве работ численное исследование этой задачи проводится в двумерной постановке. Конечная ширина модели, используемой как в эксперименте, так и в расчетах, играет существенную роль [2].

Серия численных расчетов при различных значениях чисел Маха, Рейнольдса и углов наклона поверхности клина была опубликована в одной из последних работ [3], где приведены результаты исследований сверхзвукового обтекания ламинарным потоком вязкого газа плоской конфигурации “пла-

стина – клин”. Получены значения давления в точках отрыва и присоединения пограничного слоя для широкого диапазона изменения чисел Маха и Рейнольдса, а также определены минимальные углы наклона поверхности клина, при которых возникает возвратное течение. Полученные результаты представлены в виде обобщенных аналитических зависимостей от числа Маха давления на поверхности клина, вызывающего отрыв пограничного слоя, и давления в точке его последующего присоединения.

Цель данной работы – дальнейшее развитие статистического метода пробных частиц применительно к задаче обтекания плоской конфигурации “пластина – клин” при различных числах Рейнольдса. В работе была предпринята попытка исследования данного течения и проведено сравнение с опубликованными ранее результатами численного интегрирования двумерных нестационарных уравнений Навье – Стокса и данными экспериментов.

Задача решалась в плоской постановке. Схема течения показана на рис. 1. На поверхности пластины, расположенной параллельно набегающему потоку, нарастает пограничный слой, генерирующий головной скачок уплотнения. У поверхности клина с углом наклона α формируется еще один скачок. Его взаимодействие с пограничным слоем на пластине вызывает отрыв последнего с образованием зоны возвратно-циркуляционного течения. Разворот потока при отрыве и повторном присоединении сопровождается волнами сжатия. На рис. 1 цифрами 1 – 8 соответственно обозначены: головной скачок уплотнения; волны сжатия при отрыве потока; волны сжатия при присоединении потока; пограничный слой перед областью взаимодействия; возвратно-циркуляционная зона; точки отрыва и присоединения пограничного слоя; внешняя граница погранслоя. Распределение давления, положение точек отрыва и присоединения определяются числами Маха, Рейнольдса и интенсивностью скачка уплотнения за счет степени наклона поверхности клина.

Решение уравнения Больцмана с помощью метода пробных частиц осуществлялось на базе алгоритма, описанного в работах [4, 5]. В качестве тес-

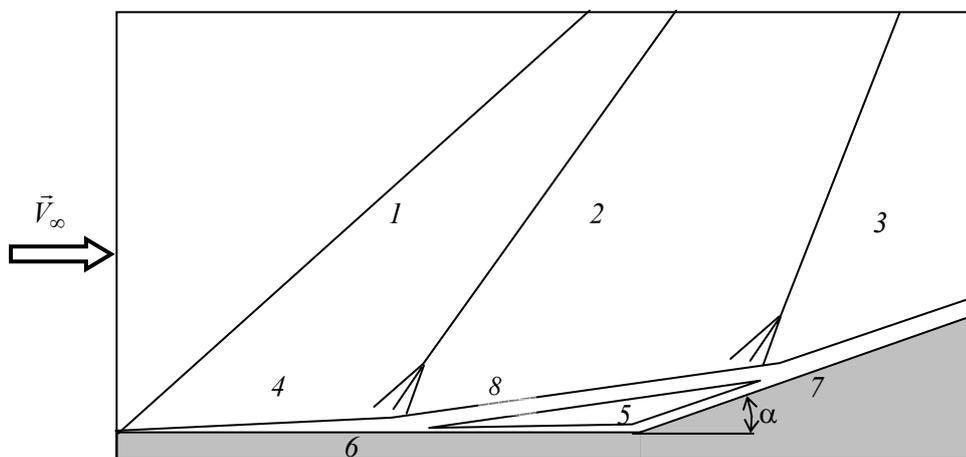


Рис. 1

тогого был проведен расчет для 25⁰-го клина, находящегося на пластине, при числе Маха $M_\infty = 2,7$ и Рейнольдса $Re_\infty = 10^5$. Расчеты проводились для азота

с температурой набегающего потока $T_\infty = 10$ К. Температура торможения T_0 соответствовала температуре поверхности клина T_w (неохлаждаемая поверхность). Здесь и в дальнейшем индекс ∞ соответствует параметрам в невозмущенном потоке.

Набегающий поток одноатомного газа задавался моноскоростным с начальным свободномолекулярным полем параметров. В качестве граничных условий на поверхности принималось диффузное отражение с коэффициентом аккомодации равным единице. В качестве характерного размера принималось расстояние от передней кромки пластины до угловой точки клина.

С учетом симметрии функции распределения и картины обтекания клина, численное моделирование проводилось в расчетной области Ω , представляющей собой тонкий прямоугольный параллелепипед (рис. 2) и имеющей фиксированную равномерную сетку разбиения. Начальный розыгрыш траекторий пробных частиц проводился со всех граней области Ω . При попадании частиц на боковые и нижнюю грань области Ω происходило зер-

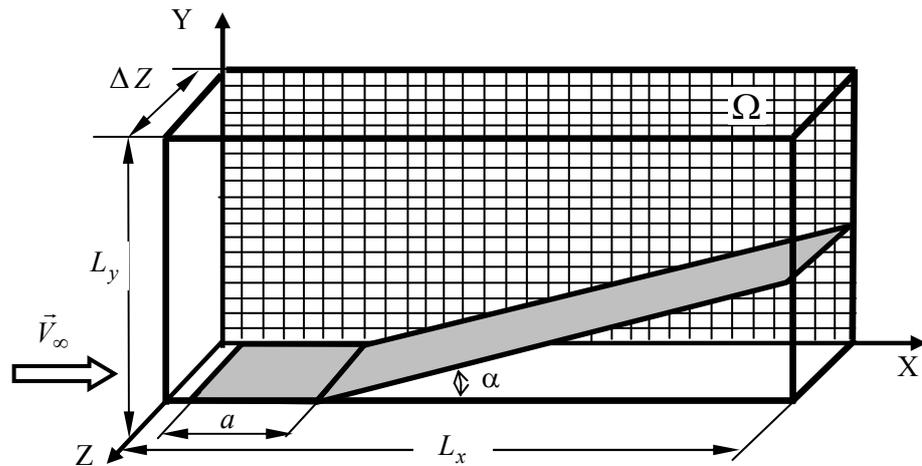


Рис. 2

кальное отражение и возврат частиц в расчетную область.

Размеры расчетной области по осям OX и OY выбирались так, чтобы она оптимальным образом охватывала зону возмущений, вносимых клином, при всех рассматриваемых режимах обтекания. Размеры расчетной области по осям OX и OY соответственно составляли: $L_x = 2,6a$ и $L_y = 2a$ (a – расстояние от передней кромки пластины до угловой точки клина, рис. 2), передняя кромка клина располагалась в точке с координатой $x = 0,1a$.

Линейные размеры расчетных ячеек были фиксированы: $\Delta = 0,01a$. Количество ячеек при выбранных размерах расчетной области составляло $N \sim 5 \cdot 10^4$. Объем выборки (число траекторий с границы расчетной области) составлял $\sim 10^6$. Дальнейшее увеличение количества испытаний при рассматриваемых размерах расчетных ячеек существенно не влияло на результаты вычислений.

Расчеты начинались с малых чисел Re_∞ с постепенным переходом к большим значениям. При увеличении числа Re_∞ в расчетах в качестве исходного использовалось предыдущее поле параметров, полученное для более

малого Re_∞ . Сходимость результатов достигалась на третьей – четвертой итерациях.

Время расчета одной итерации зависело от количества рассматриваемого режима обтекания и для $Re_\infty \sim 10^2$ составляло ~ 1 час для ПЭВМ типа PENTIUM-IV 2400 MHz (BUS 533 MHz) 1000 MB (SDRAM PC-266). При $Re_\infty \sim 10^4$ расчетное время составляло ~ 15 часов.

Попытка опуститься до рассмотренного в [3] сплошнородного режима ($Re_\infty = 10^5$) привела к резкому росту счетного времени. При $Re_\infty = 7 \cdot 10^4$ и объеме выборки $5 \cdot 10^5$ время счета составило ~ 100 часов. Поэтому расчеты были ограничены указанным числом Re_∞ .

При приближении к сплошнородному режиму уменьшаются локальные длины свободного пробега молекул. Соответственно должны уменьшаться и линейные размеры Δ расчетных ячеек в методе пробных частиц, что в свою очередь приводит к сильному росту расчетного времени. В связи с этим размеры ячеек были фиксированы ($\Delta = 0,01a$) и при увеличении Re_∞ не уменьшались.

В проведенных расчетах при $Re_\infty = 7 \cdot 10^3$ ($Kn_\infty = 0,0006$) линейные размеры ячеек Δ вдоль передней пластины клина превышают значения местной

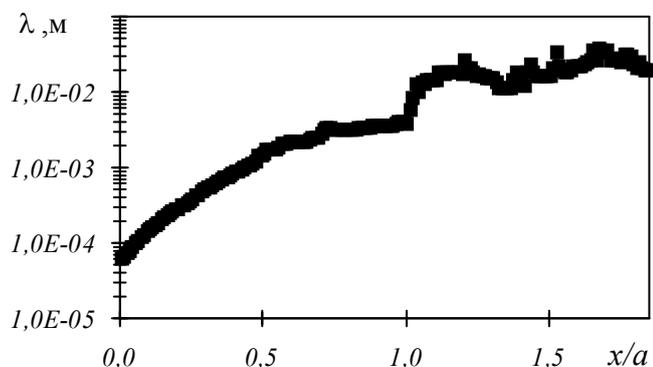


Рис. 3

длины свободного пробега λ . Это видно из рис. 3, где показано распределение λ вдоль поверхности клина. Но даже при этих допущениях, когда размеры расчетных ячеек значительно превосходят местную длину свободного пробега, полученные результаты при $Re_\infty = 7 \cdot 10^3$ полностью соответствуют данным [3]. Во-первых, как видно из рис. 3, рост местной длины свободно-

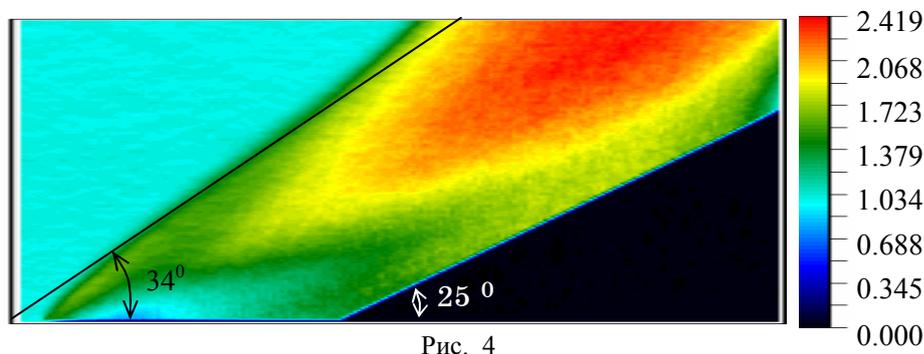


Рис. 4

го пробега вблизи пластины начинается от ее передней кромки, а, следовательно, как и в [3], отрыв потока происходит от передней кромки пластины. Во-вторых, распределение относительной концентрации n/n_∞ в окрестности клина (рис. 4) показывает, что угол наклона головного скачка незначительно меняется вдоль фронта скачка, но на большей части его протяженности составляет величину $\sim 34^\circ$, что соответствует расчетным и экспериментальным данным [3].

Это хорошо просматривается и на поведении линий тока, представленных на рис. 5, а. Здесь пунктиром выделена область образования возвратно-циркуляционной зоны. В более крупном масштабе эта область показана на рис. 5, б.

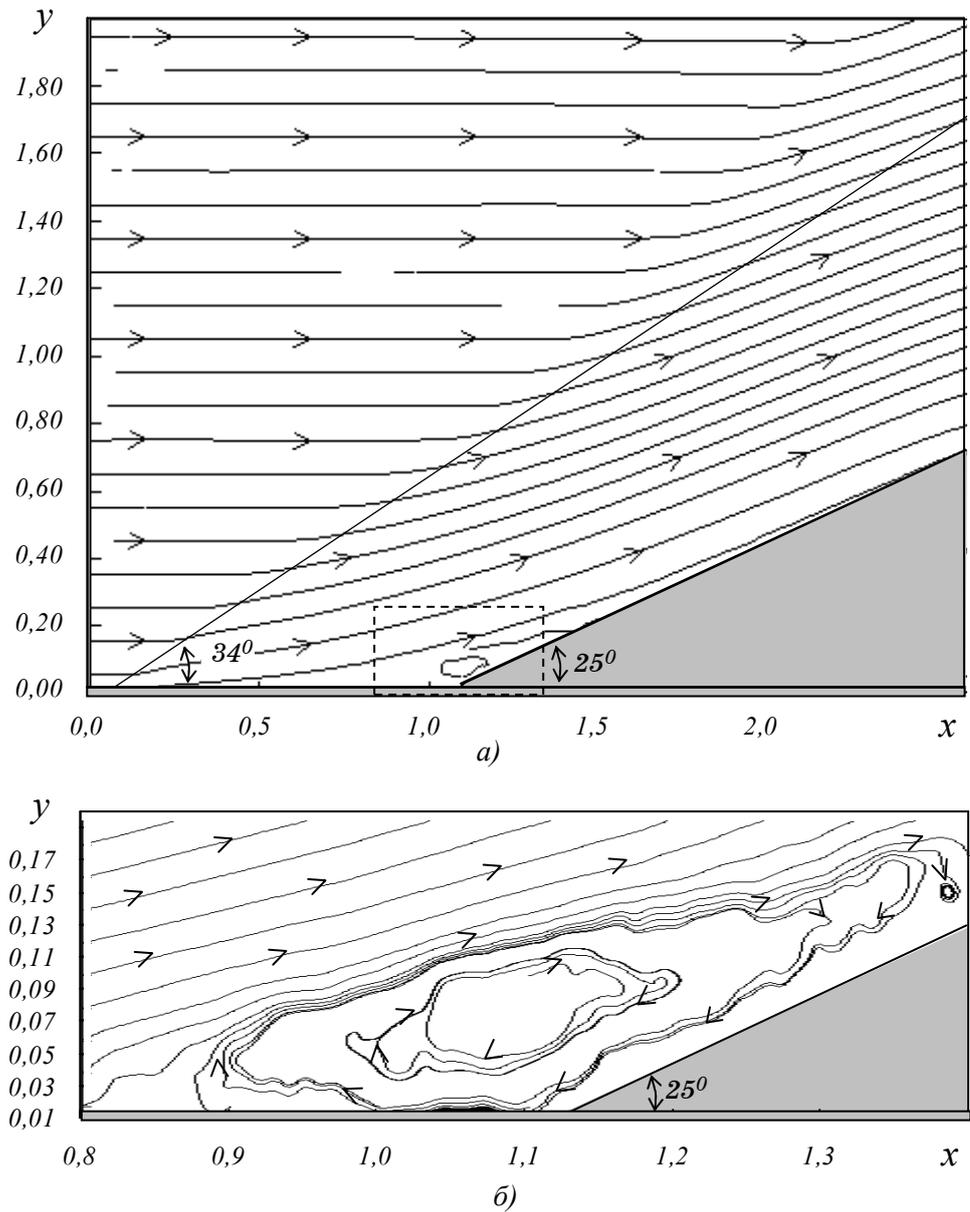


Рис. 5

Другой расчет с помощью МПЧ касался случая, когда отрывная зона еще не достигает передней кромки пластины. Рассматривалось обтекание клина, наклоненного под углом $\alpha=10^0$ к пластине, при числе Маха набегающего потока $M_\infty=2$. Полученное относительное давление P/P_∞ сравнивалось с результатами интегрирования уравнений Навье – Стокса при

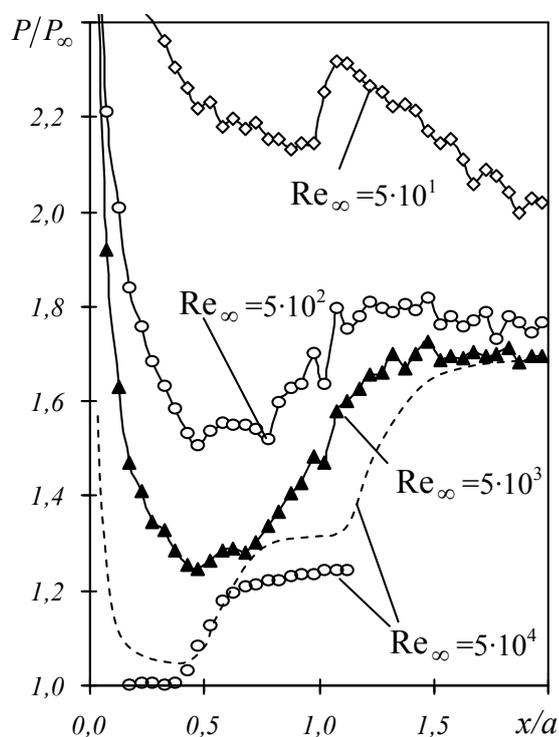


Рис. 6

$Re_\infty=5\cdot 10^4$ и экспериментальными данными [3]. Следует отметить, что экспериментальные данные получены относительно давления перед областью взаимодействия, а не давления на бесконечности.

Размеры расчетной области по осям OX и OY для данного расчета соответственно составляли $L_x=3,6a$ и $L_y=a$. Линейные размеры расчетных ячеек $\Delta=0,005a$.

На рис. 6 показано полученное с помощью МПЧ распределение относительного давления P/P_∞ вдоль поверхности клина и пластины при разных режимах обтекания. Расчетное распределение относительного давления по поверхности

10^0 -го клина при $M_\infty=2$ и $Re_\infty=5\cdot 10^3$ аналогично результатам интегрирования уравнений Навье – Стокса [3], обозначенным на рис. 5 пунктирной линией. Данные эксперимента обозначены точками. После присоединения пограничного слоя на клине ($x/a>1,5$) давление, как и в [1], приобретает постоянное значение $P/P_\infty=1,7$.

Интегрирование уравнений Навье – Стокса в [3] проводилось при $Re_\infty=5\cdot 10^4$. Дойти до данного режима при расчете с помощью МПЧ было затруднительно по тем же причинам, что и в предыдущем тестовом расчете. Распределение локальных длин свободного пробега λ вдоль передней пластины при $Re_\infty=5\cdot 10^2$ и $Re_\infty=5\cdot 10^3$ показано на рис. 7 соответственно точками (вспомогательная шкала) и треугольниками (основная шкала). Как видно из рисунка, при $Re_\infty=5\cdot 10^2$ $\lambda>\Delta$ на всей протяженности конфигурации “пластина – клин” (линейный размер расчетных ячеек $\Delta=0,005$). При увеличении числа Рейнольдса до $Re_\infty=5\cdot 10^3$ значения $\lambda<\Delta$. Самое большое несоответствие размеров расчетных ячеек и локальных длин свободного пробега наблюдается в начале пластины, что и вызывает расхождения в распределении в области формирования скачка и начала циркуляционной зоны. Кроме того, расчеты [3] проводились при размерах ячеек, значительно меньших

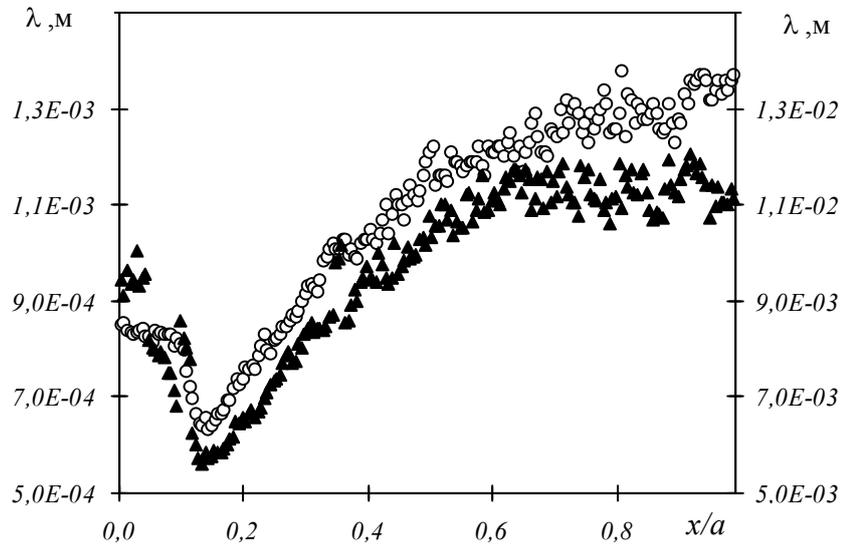


Рис. 7

ячеек в МПЧ: минимальное расстояние между соседними узлами было на четыре порядка меньше расстояния от передней кромки пластины до угловой точки клина. Различия в выборе размеров расчетных ячеек сравниваемых методов несомненно могут являться причиной расхождений в расчетах.

Следует также заметить, что отрыв потока происходит не с передней кромки пластины, а на некотором расстоянии от нее (рис. 6). С ростом числа Рейнольдса протяженность зоны отрыва пограничного слоя перед клином увеличивается, а давление в точке отрыва уменьшается. Напротив, давление при присоединении возрастает, а сама точка присоединения смещается вверх по потоку ближе к угловой кромке клина.

Картина формирования головного скачка и волн сжатия в окрестности 10^0 -го клина полностью соответствует показанной на рис. 1 схеме течения вокруг конфигурации “пластина – клин”. Это прослеживается на примере изолиний плотности n/n_∞ (рис. 8), где хорошо видны головной скачок уплотнения, возвратно-циркуляционная зона, внешняя граница погранслоя, а также волны сжатия при отрыве и присоединении потока. При этом средний угол наклона головного скачка составляет $\sim 31^0$.

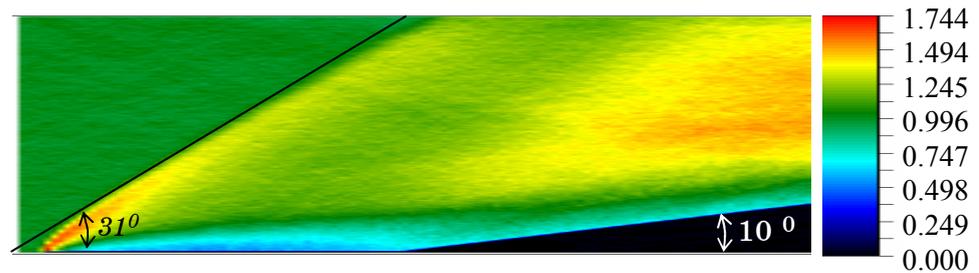


Рис. 8

Из сказанного выше следует, что популяризируемый авторами алгоритм реализации МПЧ позволяет исследовать достаточно сложные течения в переходных (по числу Рейнольдса) режимах обтекания. В дальнейшем, при более мощном компьютерном обеспечении, планируется корректировка получен-

ных данных для режимов, близких к сплошнородным. Общие же тенденции формирования газодинамических параметров с увеличением чисел Рейнольдса прибавляют оптимизма в улучшении согласования результатов, полученных разными методами на всем протяжении конфигурации “пластина – клин”.

1. *Чжен П.* Отрывные течения / *П. Чжен.* – М. : Мир, 1972. – Т. 1. – 299 с. ; Т. 2. – 280 с. ; Т. 3. – 333 с.
2. *Чирков Д. В.* Неявный метод численного моделирования пространственных течений вязкого газа / *Д. В. Чирков, С. Г. Черный* // Вычислительные технологии. – 2003. – Т. 8, № 1. – С. 66 – 83.
3. *Савельев А. Д.* Сверхзвуковое обтекание клина на пластине: вопросы отрыва и присоединения ламинарного пограничного слоя / *А. Д. Савельев* // Изв. РАН : МЖГ. – 2007. – № 6. – С. 46 – 52.
4. *Басс В. П.* Численное моделирование стационарного осесимметричного обтекания затупленного конуса в переходном режиме обтекания / *В. П. Басс, Л. Л. Печерица* // Вісник Дніпропетровського університету : Механіка. – 2005. – Т. 1, Вип. 9. – С. 57 – 66.
5. *Басс В. П.* Гиперзвуковое обтекание теплоизолированного цилиндра разреженным газом / *В. П. Басс, Л. Л. Печерица* // Вісник Дніпропетровського університету : Механіка. – 2006. – Т. 1, Вип. 10. – С. 50 – 60.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 13.02.09,
в окончательном варианте 17.03.09