

В.А. Декрет, В.С. Зеленский, В.М. Быстров

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СЛОИСТОГО
КОМПОЗИТА ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ СЛОЕВ НАПОЛНИТЕЛЯ**

*Институт механики им. С. П. Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев, Украина; e-mail: numer@inmech.kiev.ua*

Abstract: A numerical solution of the problem of determination of critical parameters of stability of a layered composite material is obtained for the case of compression of the filler layers basing on of the main relationships of the three-dimensional linearized theory of stability within the framework of the model of piece-wise –homogeneous medium. The case of the mixed boundary conditions on the lateral sides of composite sample is considered, which corresponds to conditions of regularity of the material structure and symmetry of surface loading. Also the case of boundary conditions in stresses is analyzed for one lateral side which is free of stresses. A dependence of critical load on the ratio of geometrical and mechanical properties of components of composite and the composite sample in whole is revealed. An effect of inhomogeneity of the initial state linked with conditions of the surface loads on the modes of stability loss is studied. It is shown that stability loss of the structure of composite has a character of the near-the-surface stability loss near the loaded surface with the modes of stability loss, which attenuate with moving away from the end surface and correspond to the mechanism of fracture of composite in the form of crumpling of ends.

Key words: layered composite material, uni-axial longitudinal compression, critical load, mode of stability loss, three-dimensional linearized theory of stability, crumpling of ends.

Введение.

При эксплуатационных нагрузках и технологических процессах изготовления волокнистых и слоистых композитных материалов (КМ) возникают сжимающие напряжения, которые могут привести к потере несущей способности и разрушению элементов конструкций и образцов из указанных материалов. Среди возможных механизмов разрушения композитов при сжатии [2, 6, 10 – 12, 15 – 19, 21, 22, 24 – 27] одним из основных является потеря устойчивости в структуре волокнистых и слоистых композитных материалов. В [2, 15, 18] сформулированы неклассические проблемы механики разрушения и рассмотрены соответствующие механизмы разрушения КМ при сжатии. Одной из таких проблем является разрушение в виде смятия торцов образцов и элементов конструкций из композитов при сжатии [2, 3, 6]. Континуальная теория разрушения при смятии торцов рассмотрена в [2] и показано, что на первоначальном этапе разрушения при смятии торцов наиболее вероятным механизмом является потеря устойчивости в структуре композита, которая имеет характер приповерхностной потери устойчивости вблизи загруженного торца с формами потери устойчивости, затухающими при удалении от торца. Этот механизм относится к однонаправленным или ортогонально-армированным композитам при нагружении вдоль осей симметрии. В [3, 6] в рамках модели кусочно-однородной среды представлены результаты численного исследования приповерхностной потери устойчивости слабоармированного слоистого КМ при одноосном поверхностном нагружении для случая кусочно-однородного докритического состояния, которые подтверждают наличие указанного механизма.

При одноосном сжатии однонаправленных композитов вдоль направления армирования возникают нормальные сжимающие напряжения на плоскостях, параллель-

ных торцевой поверхности. Это обуславливает описанный выше механизм на первоначальном этапе разрушения композита при смятии торцов. При этом начальное напряженно-деформированное состояние в случае равномерной поверхностной нагрузки можно рассматривать, как однородное или кусочно-однородное. Более сложное напряженно-деформированное состояние может иметь место в случае ограничений на перемещения в плоскости торца и более сложных условий нагружения поверхности материала. К таким условиям нагружения можно отнести поверхностную нагрузку, которая прикладывается только к армирующим компонентам КМ и, в общем случае, имеет период, сравнимый или превышающий характерный размер структуры материала. В [20] показано, что размер и геометрия области неоднородности напряженного состояния, характер распределения напряжений и деформаций зависят от соотношения механических и геометрических характеристик компонент материала, степени их анизотропии а также от соотношения геометрических параметров, которые определяют микроструктуру композита и размер расчетной области. Наличие в области приложения поверхностной нагрузки отличных от нуля сдвиговых касательных напряжений, как известно, может существенным образом повлиять на критические параметры устойчивости КМ [22, 27]. Неоднородность докритического состояния также влияет на механизмы разрушения, связанные с потерей устойчивости в структуре КМ, последовательность их проявления и характер взаимодействия при разрушении элементов конструкций и образцов из КМ.

Отметим, что адекватное описание столь сложного явления как потеря устойчивости в структуре КМ не может быть достаточно надежно реализовано в рамках двумерных прикладных теорий устойчивости тонкостенных элементов (стержней, пластин и оболочек). В настоящее время наиболее строгим и точным подходом при решении задач указанного класса является применение модели кусочно-однородной среды и основных соотношений трехмерной линеаризованной теории устойчивости (ТЛТУДТ), которые учитывают неоднородность докритического состояния [1, 13].

Сложность получения аналитических решений для задач указанного класса предполагает использование современных численных методов [4, 7, 8]. Численный подход на основе метода сеток к решению задач определения устойчивости композитов слоистой и волокнистой структуры при неоднородных докритических состояниях развит в [4, 5, 9, 14]. Заметим, что при использовании численных методов и, в частности, метода сеток, который применяется в данной работе, задачи определения докритического состояния и устойчивости формулируются для расчетной области конечных размеров. Переход от исходной модели для материалов, которым соответствует бесконечная или полубесконечная область, к области конечных размеров осуществляется из условий регулярности и периодичности композитных структур, симметричности условий нагружения. При этом для расчетной области конечных размеров должны быть определенным образом учтены условия периодичности композитной структуры, соответствующие материалу, который моделируется бесконечной или полубесконечной областью [2, 16, 26]. Решение задачи устойчивости для представительного элемента КМ при граничных условиях, которые соответствуют условиям симметрии (а не условиям периодичности), приводит к более высоким значениям критических нагрузок и формам потери устойчивости, которые соответствуют т.н. «однонаправленным» формам потери устойчивости (unidirectional buckling) [17]. Это связано с наложением дополнительных связей в виде, например, смешанных граничных условий на боковых сторонах расчетной области, которые соответствуют условиям симметрии и включают кинематические условия по одной из составляющих. Но с другой стороны, такая расчетная модель определенным образом учитывает влияние боковых поверхностей образца или элемента конструкции при исследовании механизма разрушения материала при смятии торцов. Включение в расчетную схему граничных условий для свободной от напряжений боковой поверхности образца также позволяет более адекватно учесть влияние на механизмы разрушения реальных условий эксплуатации элементов конструкций и условий испытания образцов из КМ.

Данная работа является развитием численных исследований устойчивости композитных материалов при неоднородных докритических состояниях и имеет отношение к разработке моделей для их совместного использования в рамках вычислительного эксперимента при расчете композитных материалов и элементов конструкций из них. В [5] с использованием модели кусочно-однородной среды и соотношений трехмерной линеаризованной теории устойчивости построена расчетная схема для численного исследования и проведения сравнительного анализа критических параметров устойчивости материала и элемента конструкции слоистой структуры при одноосном продольном сжатии поверхностной нагрузкой армирующих слоев (для элемента конструкции – более жестких слоев). Эта расчетная схема может быть использована для исследования механизмов разрушения КМ, связанных с потерей устойчивости в структуре композита, которая имеет характер приповерхностной потери устойчивости вблизи нагруженной торцевой поверхности материала.

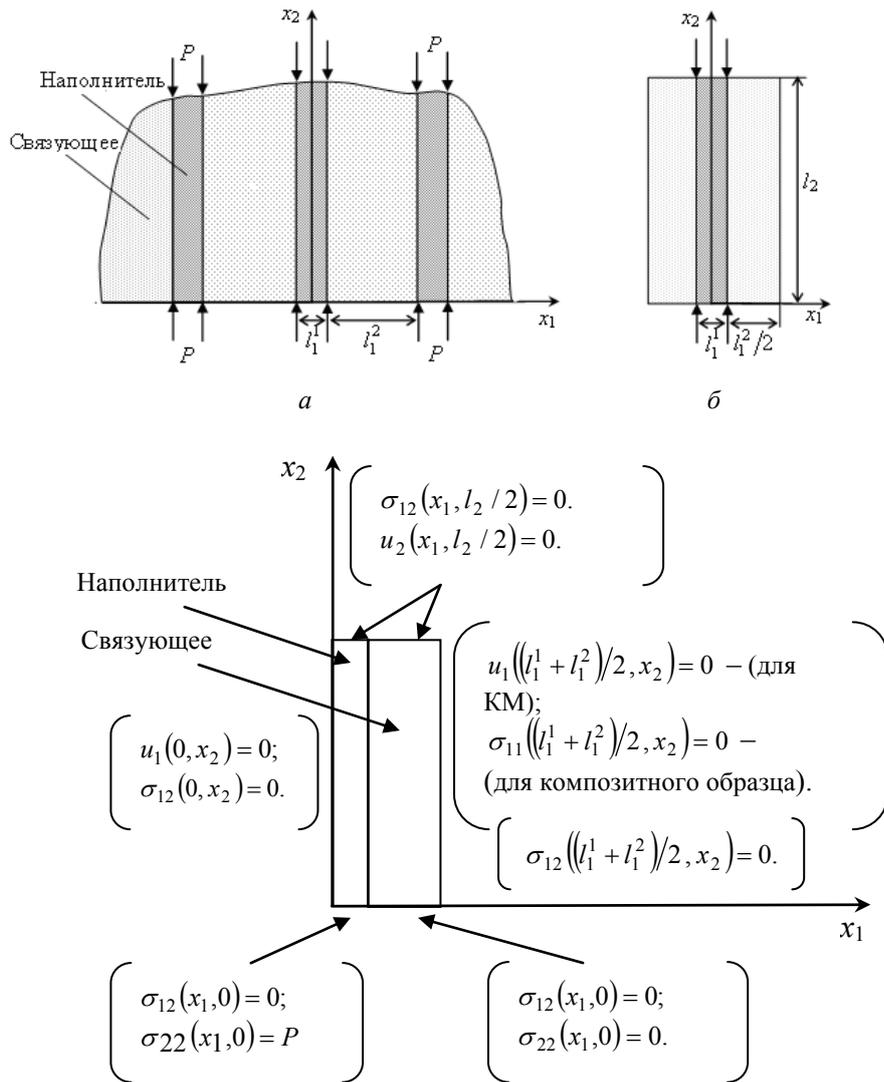
Ниже на основе указанной расчетной схемы исследовано влияние неоднородности докритического состояния на критическую нагрузку и форму потери устойчивости слоистого КМ. Задача решена для двух видов граничных условий на боковых сторонах расчетной области. Одно из них соответствует условиям симметрии для бесконечной слоистой среды, второе – случаю свободной от напряжений одной из боковых поверхностей композитного образца. Рассмотрение различных видов граничных условий позволяет более полно учесть реальные условия эксплуатации композитов. В работе также исследована зависимость критической нагрузки от соотношения геометрических и механических характеристик компонент композитных структур и проведен сравнительный анализ результатов для различных видов граничных условий на боковых сторонах расчетной области. С использованием статического метода Эйлера задача сведена к обобщенной задаче на собственные значения. Для численного решения задачи использован модифицированный вариационно-разностный подход. Для решения разностных задач применены эффективные прямые и итерационные методы, которые обеспечивают необходимую точность проведения расчетов в рамках вычислительного эксперимента.

§1. Постановка задачи. Расчетные схемы.

Рассмотрим задачу устойчивости слоистого двухкомпонентного КМ регулярной структуры (рис 1, *a*) при равномерном одноосном сжатии армирующих слоев поверхностной нагрузкой постоянной интенсивности. Предполагаем, что на бесконечности армирующие слои также нагружены сжимающей нагрузкой. Исходя из условий симметрии нагружения и регулярности структуры КМ, задачу устойчивости решаем для расчетной области конечных размеров (рис 1, *б*). Поскольку исследуем влияние на критические параметры устойчивости граничных условий на боковых сторонах расчетной области, будем различать потерю устойчивости в КМ и композитном образце, который соответствует этому материалу. В первом случае граничные условия на боковых сторонах расчетной области соответствуют условиям симметрии. Во втором случае рассматриваем образец со свободной от напряжений одной из сторон, а для другой стороны используем те же условия, что и в первом случае. Первую расчетную схему будем условно относить к материалу, а вторую – к композитному образцу. Таким образом, рассматриваем две расчетные схемы, которые позволяют провести сравнительный анализ потери устойчивости в структуре материала для различных условий закрепления образца. При этом следует иметь в виду, как отмечено выше, что значения критических нагрузок будут иметь более высокие значения, чем для расчетных схем, которые учитывают условия периодичности структуры композита.

Пусть поверхностная нагрузка приложена только к слоям наполнителя, что, в общем случае, приводит к неоднородному докритическому состоянию. Предполагаем, что поверхностное нагружение реализуется в виде «мертвой» нагрузки, что обеспечивает выполнение достаточных условий применимости статического метода ТЛТУДТ [23]. Для исследования устойчивости композитных структур применяем статический метод ТЛТУДТ в рамках второго варианта теории малых докритических деформаций. Докритическое состояние определяем из решения плоской задачи линейной теории упругости

кусочно-однородных тел для различных граничных условий, которые соответствуют трехслойному элементу периодичности в случае материала и трехслойному элементу структуры с боковыми сторонами, свободными от напряжений, в случае композитного образца. Исходя из условий симметрии нагружения, для КМ и композитного образца слоистой структуры в качестве расчетной схемы рассматриваем краевую задачу со следующими граничными условиями (рис.1, в). Для КМ – с однородными смешанными граничными условиями на боковых сторонах двухслойной расчетной области. Для композитного образца – с однородными смешанными граничными условиями (совпадают с условиями для КМ) на одной из сторон и однородными условиями в напряжениях для стороны, свободной от напряжений.



в

Рис. 1

При постановке задачи КМ и композитный образец слоистой структуры (в дальнейшем – композитные структуры) отнесем к декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ и разместим в верхнем полупространстве $x_2 \geq 0$. Принимаем, что слои являются достаточно

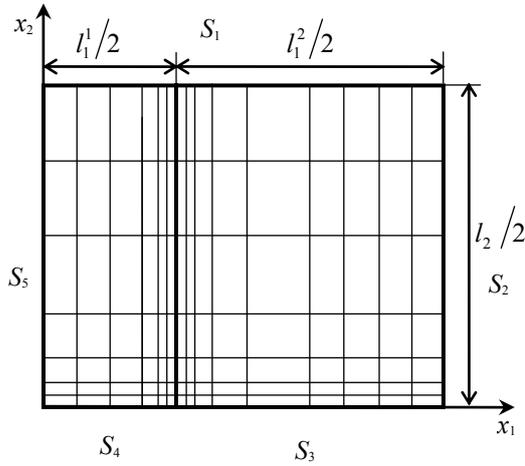


Рис. 2

протяженными в направлении оси Ox_3 , размещены параллельно плоскости Ox_2x_3 и армирующие слои сжимаются вдоль оси Ox_2 поверхностной (торцевой) нагрузкой постоянной интенсивности. При выполнении этих условий задачу можно рассматривать в двумерной постановке для случая плоской деформации в плоскости x_1Ox_2 (рис. 1).

Как следует из вышеизложенного, задачу устойчивости формулируем для расчетной области, которая для материала слоистой структуры соответствует элементу периодичности и по своим геометрическим и механическим характеристикам совпадает с расчетной обла-

стью для композитного образца. Таким образом, расчетная область, представленная на рис. 1, в и рис. 2, ориентирована как на исследование устойчивости КМ, так и композитного образца при одноосном сжатии армирующих слоев поверхностной нагрузкой. На рис. 2 использованы обозначения:

$$S_1 \in (0 \leq x_1 \leq (l_1^1 + l_1^2)/2, x_2 = l_2/2), \quad S_2 \in (x_1 = (l_1^1 + l_1^2)/2, 0 \leq x_2 \leq l_2/2),$$

$$S_3 \in (l_1^1/2 \leq x_1 \leq (l_1^1 + l_1^2)/2, x_2 = 0), \quad S_4 \in (0 \leq x_1 \leq l_1^1/2, x_2 = 0), \quad S_5 \in (x_1 = 0, 0 \leq x_2 \leq l_2/2).$$

При использовании статического метода Эйлера задача устойчивости сводится к обобщенной задаче на собственные значения, в которой минимальное собственное значение λ определяет критическую нагрузку, а соответствующая собственная функция $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ – форму потери устойчивости. Уравнения и граничные условия для определения критических параметров устойчивости рассматриваемых композитных структур имеют следующий вид:

$$(\sigma_{im} + \lambda \sigma_{ik}^0 u_{m,k})_{,i} = 0, \quad x \in \Omega; \quad (1.1)$$

$$(\sigma_{21} + \lambda \sigma_{2k}^0 u_{1,k}) = 0, \quad u_2 = 0, \quad x \in S_1;$$

$$(\sigma_{12} + \lambda \sigma_{1k}^0 u_{2,k}) = 0, \quad u_1 = 0, \quad x \in S_2 \text{ – для КМ};$$

$$(\sigma_{im} + \lambda \sigma_{ik}^0 u_{m,k}) = 0, \quad x \in S_2 \text{ – для композитного образца}; \quad (1.2)$$

$$(\sigma_{im} + \lambda \sigma_{ik}^0 u_{m,k}) = 0, x \in S_3; \quad (\sigma_{22} + \lambda \sigma_{22}^0 u_{2,2}) = 0, \quad x \in S_4;$$

$$(\sigma_{12} + \lambda \sigma_{1k}^0 u_{2,k}) = 0, \quad u_1 = 0, \quad x \in S_5.$$

Условия контакта между слоями имеют вид:

$$[\sigma_{ij}] = 0; \quad [u_i] = 0. \quad (1.3)$$

Критическую нагрузку определяем из следующего условия:

$$P_{kp} = \min |\lambda| / (l_1^1 + l_1^2) \int_{x_1 \in (S_3 \cup S_4)} p(x_1) dx_1 = \min |\lambda| P(l_1^1 / (l_1^1 + l_1^2)), \quad (1.4)$$

где $\min |\lambda|$ – минимальное по модулю собственное число задачи (1.1), (1.2). Вид соотношения (1.3) отражает тот факт, что сжимающую нагрузку $p(x_1)$ прикладываем только к армирующим слоям.

Компоненты докритического состояния определяем из уравнений линейной теории упругости, которые вместе с граничными условиями и основными соотношениями имеют такой вид:

$$\sigma_{ij,i}^0 = 0, \quad x \in \Omega; \quad (1.5)$$

$$\sigma_{21}^0 = 0, \quad u_2^0 = 0, \quad x \in S_1;$$

$$\sigma_{12}^0 = 0, \quad u_1^0 = 0, \quad x \in S_2 \text{ – для КМ};$$

$$\sigma_{ij}^0 = 0, \quad x \in S_2 \text{ – для композитного образца}; \quad (1.6)$$

$$\sigma_{ij}^0 = 0, \quad x \in S_3; \quad \sigma_{22}^0 = P, \quad \sigma_{21}^0 = 0, \quad x \in S_4; \quad \sigma_{12}^0 = 0 \wedge u_1^0 = 0, \quad x \in S_5;$$

$$\sigma_{ii}^0 = A_{ik} \varepsilon_{ik}; \quad \sigma_{ij}^0 = 2G \varepsilon_{ij}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i \neq j; \quad (1.7)$$

$$A_{ii} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \quad A_{ij} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (1.8)$$

Обозначения в (1.1) – (1.8) являются общепринятыми и индексы изменяются от 1 до 2. В соотношениях (1.1) – (1.7) верхним индексом «0» обозначены компоненты напряжений и перемещений для докритического состояния. Индекс, обозначающий принадлежность к слою композитной структуры для удобства опущен.

Для сравнительного анализа результатов определения критических нагрузок и форм потери устойчивости в композитных структурах при однородных и неоднородных докритических состояниях в рамках вычислительного эксперимента определены значения напряжений в области установившегося напряженного состояния для неоднородного докритического состояния. Эти значения на последующих этапах вычислительного эксперимента использованы для задания условий нагружения, которые приводят к кусочно-однородному докритическому состоянию.

§2. Численное решение задачи. Применение метода сеток.

Задачу (1.1) – (1.4) решаем методом сеток с использованием концепции базовой схемы. При таком подходе разностную схему для расчетной области строим в каждом сеточном узле как определенную сумму значений базовой схемы, представляющей собой разностную схему, полученную вариационно-разностным способом на шаблоне ячейки разностной сетки [3, 4].

При использовании численного подхода задача для исходной полубесконечной модели композитного материала сводится к задаче для ограниченной расчетной области. Размер этой области определяем в результате вычислительного эксперимента, исходя из условия, что расчетные параметры принимают установившееся значение относительно изменения (увеличения) размеров расчетной области в направлении оси Ox_2 . Такими расчетными параметрами являются размер области неоднородного докритического состояния и критические нагрузки. Установленные разме-

ры расчетной области для КМ используем также для композитного образца при сравнительном анализе влияния граничных условий на критические параметры устойчивости композитных структур.

На рис. 2 представлена расчетная область в которой введена неравномерная разностная сетка. На прямоугольной неравномерной разностной сетке $\bar{\omega} = \omega + \gamma$, которая аппроксимирует область $\bar{\Omega}$ задаче (1.1) – (1.4) ставим в соответствие разностную задачу такого вида:

$$A_m \mathbf{u} = \lambda B_m \mathbf{u} \quad \mathbf{x} \in \bar{\omega} \quad (2.1)$$

$$\left(\begin{array}{l} A_m \mathbf{u} = \begin{cases} \sum_{\xi \in \mathbf{x}} a_m(\xi) \mathbf{u}, & \mathbf{x} \in \bar{\omega} - \gamma_{u_m}, \\ Eu_m, & \mathbf{x} \in \gamma_{u_m}; \end{cases} \quad B_m \mathbf{u} = \begin{cases} \sum_{\xi \in \mathbf{x}} b_m(\xi) \mathbf{u}, & \mathbf{x} \in \bar{\omega} - \gamma_{u_m}, \\ Eu_m, & \mathbf{x} \in \gamma_{u_m}; \end{cases} \\ \\ a_i(\xi) \mathbf{u} = -H \frac{\sigma_{ji} + \sigma_{ji}^{\xi_j}}{\eta_{\xi_j}}, \quad b_i(\xi) \mathbf{u} = -H \frac{\sigma_{jk}^0 u_{i,\xi_k} + (\sigma_{jk}^0 u_{i,\xi_k})^{\xi_j}}{\eta_{\xi_j}}, \quad \mathbf{x} \in \bar{\omega}; \end{array} \right. \quad (2.2)$$

$$\left. \sigma_{ii} = A_{ik} \varepsilon_{kk}; \quad \sigma_{12} = 2G \varepsilon_{12}; \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,\xi_j} + u_{j,\xi_i}); \quad z_{,\xi_i} = -\text{sign}(\xi_i) \frac{z^{-\xi_i} - z}{h_i} \right\}$$

В (2.1), (2.2) переменные обозначаем (где такое возможно) так же, как соответствующие континуальные переменные, что, по-видимому, не может привести к недоразумениям; a_m, b_m – компоненты базовых операторов \mathbf{a} , \mathbf{b} ; H – площадь ячейки; h_i – шаг ячейки в направлении x_i ; $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ – разностные аналоги компонент напряжений, деформаций из (1.1) – (1.4); $z_{,\xi_i}$ – разностная производная сеточной функции $z(\xi)$ в направлении x_i , правая – при $\xi_i < 0$; $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, $\xi_i = \pm i$ – параметр узла ячейки; знак $\sum_{\xi \in \mathbf{x}}$ – суммирование компоненты базовой схемы по тем параметрам ξ , которые совпадают с сеточным узлом \mathbf{x} ; $\xi_{-i} = -\xi_i$; E – тождественный оператор; γ_{u_m} – участок границы γ , на котором m -ая компонента разностного аналога граничного условия задана в смещениях.

Для решения дискретных задач применены эффективные численные методы [23] в соответствии с методикой, представленной в работах [3, 4]. В рассматриваемом случае алгебраическая задача решена прямым методом Холецкого, а после сгущения разностной сетки применен итерационный метод сопряженных градиентов. При этом решение, полученное методом Холецкого, было интерполировано и принято в качестве начального приближения для решения дискретной задачи на собственные значения методом итерирования подпространства.

§3. Числовые результаты и их анализ.

Рассмотрены композитный материал и композитный образец слоистой структуры с одинаковой расчетной областью и одинаковыми условиями поверхностного (торцевого) нагружения со следующими механическими и геометрическими характеристиками: $E^1 / E^2 = 10, 20, 50, 100, 500, 1000$; $\nu^1 = \nu^2 = 0,3$; $c_a = S_4 / (S_3 + S_4) = 0,1; 0,111; 0,125; 0,143; 0,167; 0,2; 0,25; 0,333; 0,5$ (c_a – объемное содержание армирующих ком-

понентов). Здесь E^1 , E^2 и ν^1 , ν^2 – соответственно, модули Юнга и коэффициенты Пуассона армирующих слоев и слоев связующего.

На рис. 3 представлена зависимость критических нагрузок для материала и композитного образца от объемного содержания армирующих компонентов для различных значений отношения их модулей Юнга. Кривые 1, 2 соответствуют однородным граничным условиям в напряжениях (для композитного образца) на границе $x \in S_2$ для значений $E^1/E^2 = 10$ и $E^1/E^2 = 100$, соответственно, а кривые 3, 4 – однородным смешанным граничным условиям (для элемента периодичности композитного материала) на границе $x \in S_2$ для значений $E^1/E^2 = 10$ и $E^1/E^2 = 100$, соответственно.

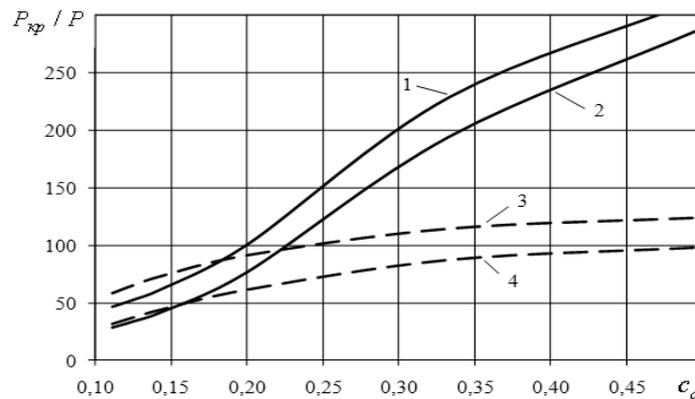


Рис. 3

На рис. 4 представлена зависимость отношения $P_{кр}^n / P_{кр}^c$ критических нагрузок ($P_{кр}^n$ – для случая граничных условий в напряжениях и $P_{кр}^c$ – для смешанных граничных условий) от объемного содержания c_a армирующих компонент. Кривая 1 соответствует отношению $E^1/E^2 = 100$, а кривая 2 – $E^1/E^2 = 10$. Концентрация армирующих слоев изменялась в пределах 0,1 – 0,5.

Как видно из представленной графической информации, критическая нагрузка, которая соответствует смешанным граничным условиям (элемент периодичности композитного материала), характеризуется большим значением, чем в случае граничных условий в напряжениях (элемент симметрии композитного образца) при объемном содержании армирующих компонент $c_a < 0,16$ для $E^1/E^2 = 100$ и $c_a < 0,18$ для $E^1/E^2 = 10$.

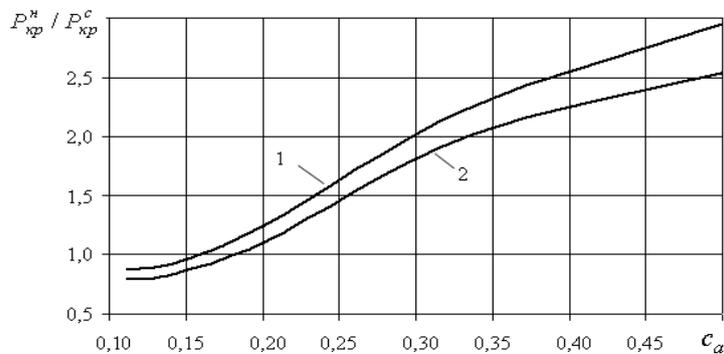


Рис. 4

На рис. 5 и 6 представлены формы потери устойчивости в КМ и композитном образце, соответственно (расчеты проведены при объемном содержании армирующих компонент $c_a = 0,5$). Зависимости $u_1(x_2)$ приведены для сечений $x_1/h = 0,125; 0,25; 0,375; 0,5; 0,625; 0,75$, обозначенных на рисунках, соответственно, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Кривая 4 (сечение $x_1/h = 0,5$) соответствует линии контакта. Значения координаты x_2 и значения возмущений u_1 отнесены к параметру структуры $h = (l_1^1 + l_1^2)/2$.

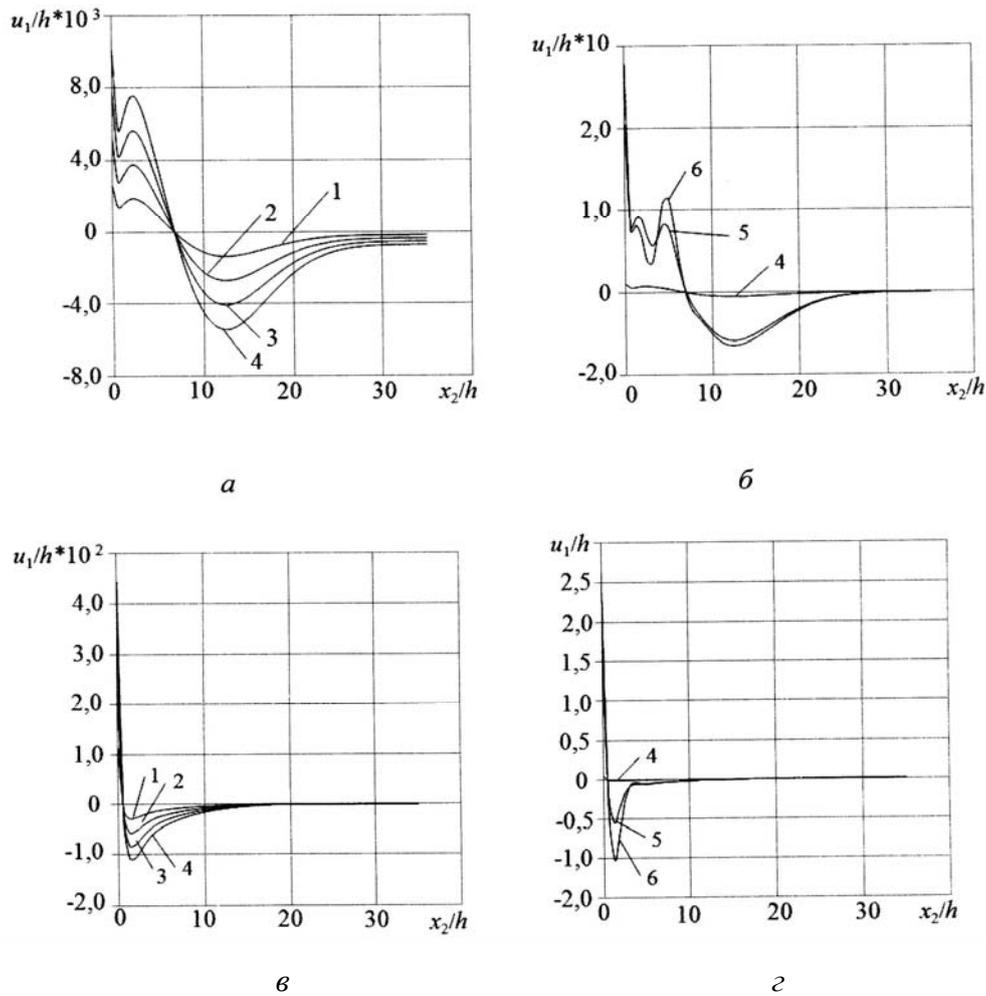
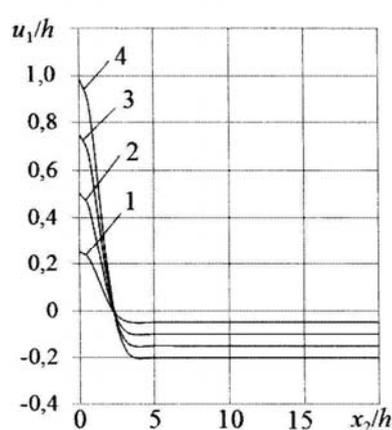


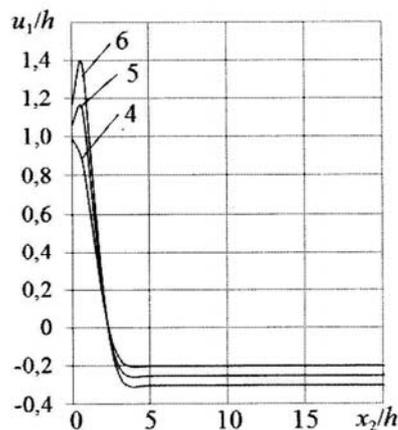
Рис. 5

На рис. 5 (а, б) представлены формы потери устойчивости в КМ при неоднородном докритическом состоянии, соответственно, для слоя наполнителя и слоя связующего. Эти формы имеют затухающий характер и характеризуют поверхностную неустойчивость материала. Формы потери устойчивости локализируются вблизи поверхности материала и имеют вид синусоиды с затухающей амплитудой при удалении от поверхности. Для сравнения на рис. 5 (в, г) представлена аналогичная графическая информация для случая кусочно-однородного докритического состояния. При таком докритическом состоянии область локализации форм потери устойчивости (область поверхностной неустойчивости) имеет значительно меньший размер, а максимальная амплитуда форм потери устойчивости характеризуется более высоким значением.

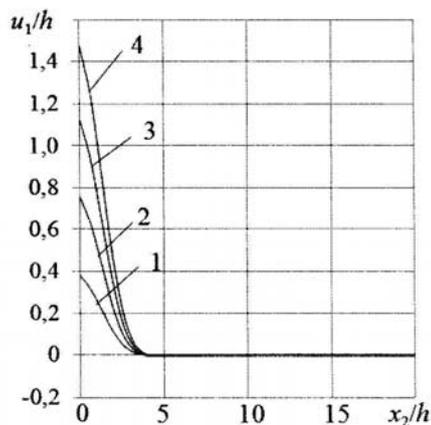
На рис. 6 (а, б) представлены формы потери устойчивости в композитном образце при неоднородном докритическом состоянии, соответственно, для слоя наполнителя и слоя связующего с теми же механическими и геометрическими характеристиками, что в случае КМ. Эти формы также имеют затухающий характер и характеризуют потерю устойчивости в структуре композитного образца. Как и в случае КМ формы потери устойчивости локализируются в торцевой области композитного образца.



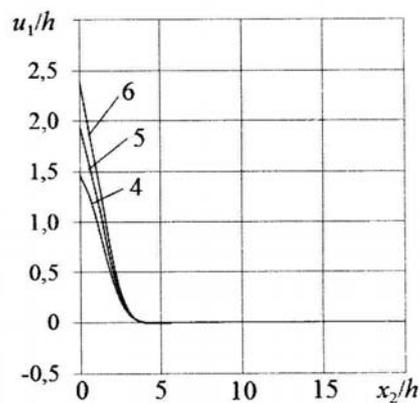
а



б



в



г

Рис. 6

Для сравнения на рис. 6 (в, г) представлена аналогичная графическая информация для случая кусочно-однородного докритического состояния. При таком докритическом состоянии локализация форм потери устойчивости имеет более ярко выраженный характер, а максимальная амплитуда форм потери устойчивости, как и в случае КМ, характеризуется более высоким значением.

Выводы.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. При неоднородном начальном состоянии для рассмотренных граничных условий на боковых поверхностях композитного образца в определенном диапазоне значений объемного содержания армирующих слоев композитному материалу соответствует меньшее значение критической нагрузки. Такими граничными условиями яв-

ляются однородные смешанные граничные условия (совпадают с условиями для материала) на одной из сторон и однородные условия в напряжениях для стороны, свободной от напряжений.

2. Потеря устойчивости в структуре слоистого композитного материала и композитного образца при объемном содержании армирующих компонент $c_a = 0,5$ имеет характер приповерхностной потери устойчивости вблизи нагруженной поверхности с формами потери устойчивости, которые затухают при удалении от торцевой поверхности. Установленный факт указывает на то, что разрушение композитного материала, обусловленное потерей устойчивости при одноосном сжатии, имеет характер смятия торцов.

3. Неоднородность докритического состояния существенным образом влияет на амплитудные характеристики форм потери устойчивости и размеры области их локализации. Максимальные амплитуды форм потери устойчивости в случае композитного материала характеризуются менее высоким значением, чем в случае композитного образца, но область их локализации имеет больший размер как при неоднородном, так и при кусочно-однородном состоянии.

Р Е З Ю М Е Из застосування основних співвідношень тривимірної лінеаризованої теорії стійкості в рамках моделі кусково-однорідного середовища отримано чисельний розв'язок задачі щодо визначення критичних параметрів стійкості шаруватого композитного матеріалу при стиску шарів наповнювача поверхневим навантаженням. Розглянуто випадок змішаних граничних умов на бічних сторонах композитного зразка, які відповідають умовам регулярності структури матеріалу і симетрії поверхневого навантаження, та випадок граничних умов у напруженнях для вільної від напружень однієї із бокових сторін композитного зразка. Виявлено залежність критичного навантаження від співвідношення геометричних та механічних компонент композиту і композитного зразка. Досліджено вплив неоднорідності початкового стану, пов'язаного з умовами поверхневого навантаження, на форми втрати стійкості. Показано, що втрата стійкості у структурі композитного матеріалу має характер приповерхневої втрати стійкості біля завантаженої поверхні з формами втрати стійкості, які згасають при віддаленні від торцевої поверхні і відповідають механізму руйнування матеріалу у вигляді зминання торців.

1. Гузь А.Н. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. – К.: Вища школа, 1986. – 512 с.
2. Гузь А.Н. Основы механики разрушения композитов при сжатии: В 2-х т. (Т.1. Разрушение в структуре материала. – 592 с. Т.2. Родственные механизмы разрушения. – 736 с.). – К.: “ЛИТЕРА”, 2008.
3. Гузь А.Н., Коханенко Ю.В. Численное исследование задач устойчивости композитов (обзор) // Прикл. механика. – 2004. – **40**, № 11. – С. 117 – 126.
4. Григоренко Я.М., Шевченко Ю.В., Василенко А.Т. и др. Численные методы // Механика композитов: В 12-и т. / Под общей ред. А.Н. Гузя. Т.11. – К.: “А.С.К.”, 2002. – 448 с.
5. Зеленский В.С., Декрет В.А., Быстров В.М. Устойчивость слоистого композитного материала при одноосном нагружении // Збірник наук. праць Дніпродзержинського держ. техн. ун-ту (технічні науки). Тематичний випуск “Математичні проблеми технічної механіки” / Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2012. – Випуск 2(19). – С. 49 – 53.
6. Коханенко Ю. В. Хрупкое разрушение композитных материалов при смятии торцов // Докл. АН СССР. – 1987. – **296**, № 4. – С. 805 – 808.
7. Akin J. E. Finite element analysis concepts: via SolidWorks. – Hackensack, NJ: World Scientific, 2010. – 335 p.
8. Barbero E. J. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS. – CRC Press, 2nd edition, 2013. – 366 p. <http://barbero.cadec-online.com/feacm-ansys>.
9. Bashchuk E.Yu., Baichuk V.Yu. Influence of the Principal Stress State of the Critical Loads of a Plate with a Crack // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 3. – P. 82 – 89.
10. Fleck N.A. Compressive failure of fiber composites // Advances in Appl. Mech. – 1997. – **33**. – P. 43 – 117.
11. Greszczuk L.B. Microbuckling failure of lamina-reinforced composites // Composite Materials : Testing and Design (3rd Conf) ASTM STP N 546. – Philadelphia (Pa), 1974. – P. 5 – 29.

12. *Greszczuk L.B.* Microbuckling failure of circular fiber-reinforced composites // *AIAA J.* – 1975. – **13**. – 1311 – 1318.
13. *Guz A.N.* Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Berlin: Springer-Verlag, 1999. – 555 p.
14. *Guz A.N., Dekret V.A.* On two models in three-dimensional theory of stability of composite materials // *Int. Appl. Mech.* – 2008. – **44**, N 1. – P. 839 – 854.
15. *Guz A.N.* On study of nonclassical problems of fracture and failure mechanics and related mechanism // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 1. – P. 1 – 31.
16. *Guz A.N.* Setting up a theory of stability of fibrous and laminated composites // *Int. Appl. Mech.* – 2009. – **45**, N 6. – P. 587 – 613.
17. *Guz A.N.* Stability of elastic bodies under omnidirectional compression (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2012. – **48**, N 3. – P. 241 – 293.
18. *Guz A.N., Guz I.A., Menshikov A.V., Menshikov V.A.* The Spatial Problems of Dynamical Fracture Mechanics of Materials with Cracks at Interface (Review) // *Int. Appl. Mech.* – 2013. – **49**, N 1. – P. 3 – 79.
19. *Jelf P.M., Fleck N.A.* Compression Failure Mechanisms in Unidirectional Composites // *J. of Composite Materials.* – 1992. – **26**, N 18. – P. 2706 – 2726.
20. *Kokhanenko Yu.V., Bystrov V.M.* Edge Effect in a Laminated Composite with Longitudinally Compressed Laminas // *Int. Appl. Mech.* – 2006. – **42**, N 8. – P. 922 – 927.
21. *Naik, N.K., Kumar R.S.* Compressive strength of unidirectional composites: evaluation and comparison of prediction models // *Composite Structures.* – 1999. – **46**. – P. 299 – 308.
22. *Nestorovic M.D., Triantafyllidis N.* Onset of failure in finitely strained layered composites subjected to combined normal and shear loading // *J. Mech. Phys.Solids.* – 2004. – **52**. – P. 941 – 974.
23. *Pissanetzky S.* Sparse Matrix Technology. – London: Academic Press, 1984. – 321 pp.
24. *Rosen B.W.* Mechanics of composite strengthening // *Fiber Composite Materials.* American Society of Metals, Metals Park, OH. – 1965. – P. 37 – 75.
25. *Soutis C.* Compressive Behavior of Composites. – London: Rapra Technology Ltd, 1997. – 132 pp.
26. *Triantafyllidis N., Scynaidt W.C.* Comparison of microscopic and macroscopic instabilities in a class of two-dimensional periodic composites // *J. Mech. Phys.Solids.* – 1993. – **41**, N 9. – P. 1533 – 1565.
27. *Vogler T. J., Hsu S.-Y., Kyriakides S.* Composite failure under combined compression and shear // *Int. J. Solids Struct.* – 2000. – **37**, N 12. – P. 1765 – 1791.

Поступила 28.12.2012

Утверждена в печать 29.05.2014

