Радиофизика и радиоастрономия, 2005, т. 10, №3, с. 284-290

УДК 621.391

Прохождение электромагнитной волны через биизотропный переходный слой

Л. А. Пазынин

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, ул. Ак. Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина
pazynin@ire.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 15 февраля 2005 г.

Найдено обобщение модели изотропного переходного слоя Эпштейна на биизотропные плоскослоистые среды. Получено аналитическое решение задачи нормального падения на такой слой плоской линейно поляризованной электромагнитной волны. Анализ выражений для коэффициентов отражения и прохождения указывает на существование режимов безотражательного прохождения ее через рассмотренную среду.

1. Введение

Изотропные линейные среды, обладающие свойствами киральности и невзаимности, получили название биизотропных. Киральность приводит к круговому дихроизму и оптической активности – вращению вектора поляризации, как в эффекте Фарадея, но независимо от направления распространения. Если среда обладает свойством невзаимности, то векторы электрического и магнитного полей не ортогональны, а фазовая скорость зависит от показателя невзаимности [1]. Эти эффекты могут оказаться важными для новых приложений в микроволновой технике [2, 3], если будут созданы такие среды.

Анализ распространения электромагнитных волн в неоднородных биизотропных средах начался с работ по дифракции плоской волны на границах кирального [4, 5] и общего вида биизотропного [6] полупространств. В ряде работ детально изучена аналогичная задача для однородных биизотропных слоев [7]. Численно-аналитическому исследованию электромагнитного рассеяния биизотропными плоскослоистыми средами с непрерывно меняющимися параметрами посвящены работы [8, 9]. В настоящей работе в рамках такого класса неоднородных биизотропных сред предложена модель среды, для которой выписывается аналитическое решение задачи распространения плоской электромагнитной волны по нормали к слоям. Такая среда является обобщением на случай биизотропии известного переходного изотропного слоя Эпштейна [10], представляющего собой плавный переход в плоскослоистой среде между областями с разными показателями преломления n_1 и n_2. В рассматриваемом случае решение во всем пространстве, как и для слоя Эпштейна, выражается через известные гипергеометрические ряды. Найдены аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения и показано, что в такой среде существуют режимы полного безотражательного прохождения.

2. Уравнения для электромагнитного поля в биизотропной среде

Биизотропные среды характеризуются, как известно, магнитоэлектрической связью, при которой как электрические, так и магнитные источники производят одновременно их электрическую и магнитную поляризацию. Для описания наиболее общего вида такой среды, помимо диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостей, используются параметры невзаимности χ и киральности κ. Материальные уравнения, в предположении гармонических (с частотой ω) источников поля ($e^{-i\omega t}$), задаются равенствами [1]:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} + \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,(\chi + i\kappa)\vec{H},$$
$$\vec{B} = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,(\chi - i\kappa)\vec{E} + \mu\mu_0\vec{H}, \tag{1}$$

где ε_0, μ_0 – электрическая постоянная и магнитная проницаемость свободного пространства. Для сред без потерь безразмерные параметры ε, μ, χ, κ являются вещественными функциями координат.

Уравнения Максвелла с учетом (1) имеют вид:

$$\nabla\times\vec{E} = ik_0\eta_0\mu\vec{H} + k_0(\kappa + i\chi)\vec{E},$$
$$\nabla\times\vec{H} = -ik_0\eta_0^{-1}\varepsilon\vec{E} + k_0(\kappa - i\chi)\vec{H}, \tag{2}$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$. Исключая $\vec{H}$ из первого уравнения (2), приходим к векторному уравнению Гельмгольца:

$$\frac{1}{k_0}\nabla\times\frac{1}{\mu}\nabla\times\vec{E} - \nabla\times\frac{\kappa + i\chi}{\mu}\vec{E} - \frac{\kappa - i\chi}{\mu}\nabla\times\vec{E} +$$
$$+k_0\left(\frac{\kappa^2+\chi^2}{\mu} - \varepsilon\right)\vec{E} = 0. \tag{3}$$

Параметры ε, χ, κ плоскослоистой среды зависят только от координаты z, магнитную проницаемость μ считаем постоянной, равной единице во всем пространстве. Электромагнитное поле плоской волны, распространяющейся в такой среде по нормали к слоям, не зависит от поперечных координат x, y, поэтому уравнение (3) преобразуется в систему:

$$\frac{\mathrm{d}^2E_x}{\mathrm{d}z^2} - 2k_0\kappa\frac{\mathrm{d}E_y}{\mathrm{d}z} - k_0^2(\kappa^2 + \chi^2 - \varepsilon\mu)E_x -$$
$$-k_0\frac{\mathrm{d}(\kappa + i\chi)}{\mathrm{d}z}E_y = 0,$$
$$\frac{\mathrm{d}^2E_y}{\mathrm{d}z^2} + 2k_0\kappa\frac{\mathrm{d}E_x}{\mathrm{d}z} + k_0\frac{\mathrm{d}(\kappa + i\chi)}{\mathrm{d}z}E_x -$$
$$-k_0^2(\kappa^2 + \chi^2 - \varepsilon\mu)E_y = 0,$$
$$E_z = 0. \tag{4}$$

Если ввести вспомогательные функции $E_\pm = E_x \pm iE_y$, то из (4) получим два независимых уравнения:

$$\frac{\mathrm{d}^2E_\pm}{\mathrm{d}z^2} \pm 2i\kappa\frac{\mathrm{d}E_\pm}{\mathrm{d}z} + \left[(n^2 - \kappa^2 - \chi^2) \pm i(\kappa' + i\chi')\right]E_\pm = 0, \tag{5}$$

где $z = k_0z$, $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, $\kappa' + i\chi' = \mathrm{d}(\kappa + i\chi)/\mathrm{d}z$. Убирая в (5) слагаемое с первой производной посредством подстановки:

$$E_\pm = \mathscr{E}_\pm(z)e^{\mp}(z),$$
$$e^{\mp}(z) = \exp\left(\mp i\int\kappa(z)\mathrm{d}z\right), \tag{6}$$

приходим к уравнению для функций $\mathscr{E}_\pm(z)$

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathscr{E}_\pm}{\mathrm{d}z^2} + (n^2 - \chi^2 \mp \chi')\mathscr{E}_\pm = 0. \tag{7}$$

3. Постановка и решение задачи

1. Рассмотрим следующую модель биизотропной плоскослоистой среды:

$$n^2(z) = \varepsilon(z) = \frac{1}{2}(1 + n^2) + \frac{1}{2}(1 - n^2)\mathrm{th}\tilde{\tau}z,$$
$$\chi(z) = \frac{1}{2}\chi(1 - \mathrm{th}\tilde{\tau}z), \quad \kappa(z) = \frac{1}{2}\kappa(1 - \mathrm{th}\tilde{\tau}z), \tag{8}$$
$$\mu = 1, \quad \left(|\chi| \le n,\ \tilde{\tau} = \tau/k_0\right),$$

обобщающую модель известного изотропного переходного слоя Эпштейна ($\chi=\kappa=0$) [10]. Неоднородная биизотропная среда (8) при $z\to-\infty$ плавно переходит в однородную биизотропную среду с параметрами n^2, χ, κ, а при $z\to+\infty$ переходит в изотропную среду со значениями параметров $\varepsilon=\mu=1$, $\chi=\kappa=0$. Параметр τ определяет величину $\Delta=2k_0/\tau$ – эффективную ширину переходного слоя (8), характеризующую степень размытости границы между изотропной и биизотропной средами.

С учетом (8) уравнение (7) принимает вид:

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathscr{E}_\pm}{\mathrm{d}z^2}+n_\pm^2(z)\mathscr{E}_\pm=0, \tag{9}$$

где

$$n_\pm^2(z)=1-N\frac{e^{-2\tilde\tau z}}{1+e^{-2\tilde\tau z}}-4M_\pm\frac{e^{-2\tilde\tau z}}{\left(1+e^{-2\tilde\tau z}\right)^2},$$

$$N=1-n^2+\chi^2,\qquad 4M_\pm=-\chi(\chi\pm2\tilde\tau).$$

Пусть из вакуума (область больших положительных z) в биизотропную среду (8) приходит плоская линейно поляризованная электромагнитная волна единичной амплитуды. Требуется найти электромагнитное поле, возникающее при этом во всем пространстве.

2. Известно [10], что решение уравнений вида (9) можно представить как

$$\mathscr{E}_\pm(z)=(\zeta')^{-1/2}\zeta^{\gamma/2}(1-\zeta)^{(\alpha+\beta-\gamma+1)/2}u(\zeta), \tag{10}$$

где $\zeta=-\exp(-2\tilde\tau z)$, а функция $u(\zeta)$ есть общее решение гипергеометрического уравнения Гаусса:

$$\zeta(1-\zeta)\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}\zeta^2}-\left[(\alpha+\beta+1)\zeta-\gamma\right]\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\zeta}-\alpha\beta u=0. \tag{11}$$

Параметры α, β, γ этого уравнения выражаются через параметры модели $\tilde\tau$, N, $M_\pm$, следующим образом:

$$\alpha_\pm=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-4M_\pm\tilde\tau^{-2}}+\frac{i}{2\tilde\tau}\left(1-\sqrt{1-N}\right),$$

$$\beta_\pm=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-4M_\pm\tilde\tau^{-2}}+\frac{i}{2\tilde\tau}\left(1+\sqrt{1-N}\right),$$

или, после подстановки N и $M_\pm$,

$$\alpha_\pm=1+\frac{1}{2\tilde\tau}\left[\pm\chi+i\left(1-\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right],$$

$$\beta_\pm=1+\frac{1}{2\tilde\tau}\left[\pm\chi+i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right], \tag{12}$$

$$\gamma=1+i/\tilde\tau.$$

Здесь мнимая часть квадратных корней неотрицательна.

Уравнение (11) имеет три правильные особые точки, $\zeta=0,1,\infty$, в окрестности которых два его линейно независимых решения представляются в виде сходящихся гипергеометрических рядов u_i $(i=1\div6)$ [11].

Прошедшая волна должна быть уходящей при $z\to-\infty$, т. е. при $\zeta\to-\infty$. В окрестности бесконечно удаленной точки комплексной плоскости ζ линейно независимые решениями уравнения (11) есть

$$u_3=(-\zeta)^{-\alpha}F(\alpha,\alpha-\gamma+1,\alpha-\beta+1;\zeta^{-1}),$$
$$u_4=(-\zeta)^{-\beta}F(\beta,\beta-\gamma+1,\beta-\alpha+1;\zeta^{-1}), \tag{13}$$

где $-\zeta=\zeta e^{i\pi}$, $F(\alpha,\beta,\gamma;\zeta)\equiv{}_2F_1(\alpha,\beta,\gamma;\zeta)$ есть гипергеометрический ряд [11].

Асимптотики при $z\to-\infty$ функций (10), соответствующих решениям (13), даются выражениями:

$$\mathscr{E}_\pm^{(3)}(z)\approx e^{(\alpha_\pm-\beta_\pm)\tilde\tau z},\qquad \mathscr{E}_\pm^{(4)}(z)\approx e^{(\beta_\pm-\alpha_\pm)\tilde\tau z}.$$

Так как из (12) $\alpha_\pm - \beta_\pm = -i\sqrt{n^2-\chi^2}\big/\tilde{\tau}$ и $\sqrt{n^2-\chi^2} > 0,$ то $\mathscr{E}_\pm^{(3)}$ соответствует волнам, уходящим в бесконечность в биизотропной среде (большие отрицательные z), а $\mathscr{E}_\pm^{(4)}$ – приходящим оттуда. Поэтому в качестве решения, удовлетворяющего условию излучения, следует взять функции:

$$\mathscr{E}_\pm^{(3)}(z) = e^{(1-\gamma)\tilde{\tau}z}\left(1+e^{-2\tilde{\tau}z}\right)^{(\alpha_\pm+\beta_\pm-\gamma+1)/2} u_3(\zeta),$$

поведение которых при $z \to +\infty$ $(\zeta \to 0)$ определяется следующим соотношением Куммера [11]:

$$u_3 = \frac{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha_\pm+1-\beta_\pm)}{\Gamma(1-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm+1-\gamma)}u_1 - \\ -\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha_\pm+1-\beta_\pm)}{\Gamma(2-\gamma)\Gamma(\gamma-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm)}u_5, \qquad (14)$$

где

$$u_1 = F(\alpha,\beta,\gamma;\zeta),$$
$$u_5 = \zeta^{1-\gamma}F(\alpha-\gamma+1,\beta-\gamma+1,2-\gamma;\zeta),$$

$\Gamma(x)$ – гамма-функция. Асимптотики решений уравнения (9), соответствующих функциям u_1, u_5, имеют вид:

$$\mathscr{E}_\pm^{(1)}(z) \approx e^{(1-\gamma)\tilde{\tau}z} = e^{-iz}, \qquad (15)$$
$$\mathscr{E}_\pm^{(5)}(z) \approx e^{(1-\gamma)\tilde{\tau}z}(-e^{-2\tilde{\tau}z})^{1-\gamma} = (-1)^{1-\gamma}e^{-(1-\gamma)\tilde{\tau}z} = \\ = (-1)^{1-\gamma}e^{iz},$$

т. е. $\mathscr{E}_\pm^{(1)}$ соответствует волне, приходящей из изотропной среды, а $\mathscr{E}_\pm^{(5)}$ – уходящей туда. Из равенства (14) следует, что

$$\frac{\Gamma(1-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm+1-\gamma)}{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha_\pm+1-\beta_\pm)}\mathscr{E}_\pm^{(3)}(z) = \mathscr{E}_\pm^{(1)}(z) - \\ -\frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(1-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm+1-\gamma)}{\Gamma(2-\gamma)\Gamma(\gamma-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm)}(-1)^{\gamma-1}\mathscr{E}_\pm^{(5)}(z). \qquad (16)$$

Так как при $z \to +\infty$ поведение $\mathscr{E}_\pm^{(1)}(z)$ и $(-1)^{\gamma-1}\mathscr{E}_\pm^{(5)}(z)$ определяется асимптотиками (15), а при $z \to -\infty$ функция $\mathscr{E}_\pm^{(3)}(z) \approx e^{-i\sqrt{n^2-\chi^2}z}$, эти функции определяют соответственно первичную, отраженную и прошедшую волны, а множители в (16) есть коэффициенты прохождения

$$T_\pm = \frac{\Gamma(1-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm+1-\gamma)}{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\alpha_\pm+1-\beta_\pm)} \qquad (17)$$

и коэффициенты отражения

$$R_\pm = \frac{\Gamma(\gamma-1)\Gamma(1-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm+1-\gamma)}{\Gamma(1-\gamma)\Gamma(\gamma-\beta_\pm)\Gamma(\alpha_\pm)}. \qquad (18)$$

Левая и правая части равенства (16) являются двумя представлениями решения уравнения (9) $\mathscr{E}_\pm(z)$ при $z<0$ и при $z>0$ соответственно.

4. Анализ отраженного и прошедшего полей

Компоненты электромагнитного поля, как видно из (6) и (8), можно записать в следующем виде:

$$E_x = \frac{1}{2}(\mathscr{E}_+e^- + \mathscr{E}_-e^+), \qquad E_y = \frac{1}{2i}(\mathscr{E}_+e^- - \mathscr{E}_-e^+),$$

где

$$e^\mp = \exp\left\{\mp\frac{i}{2}\kappa\left[z - \tilde{\tau}^{-1}\ln\left(e^{\tilde{\tau}z}+e^{-\tilde{\tau}z}\right)\right]\right\}.$$

Рассмотрим структуру поля вдали от области, определяемой эффективной шириной слоя $|z| \gg \Delta$.

1. В области $z \gg \Delta$, где среда экспоненциально мало отличается от изотропной,

$$e^\mp = 1 + O(e^{-2\tilde{\tau}z}), \qquad \mathscr{E}_\pm \approx e^{-iz} + R_\pm e^{iz},$$

$$E_x \approx e^{-iz} + \frac{1}{2}(R_+ + R_-)e^{iz}, \quad E_y \approx \frac{1}{2i}(R_+ - R_-)e^{iz},$$

т. е. первичная волна обладает линейной поляризацией вдоль оси x, а отраженная волна есть сумма волн с левой $\vec{E}^l_{\text{ref}}$ и правой $\vec{E}^r_{\text{ref}}$ круговыми поляризациями:

$$\vec{E}_{\text{ref}} = \left\{\frac{1}{2}(R_+ + R_-)\vec{e}_x - \frac{i}{2}(R_+ - R_-)\vec{e}_y\right\}e^{iz} =$$

$$= \vec{E}^r_{\text{ref}} + \vec{E}^l_{\text{ref}},$$

где $\vec{E}^{r,l}_{\text{ref}} = \frac{1}{2}R^{r,l}\left(\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y\right)e^{iz}$ (верхний знак относится к индексу r, нижний – к l). Коэффициенты отражения (18) этих волн можно представить в виде:

$$R^{r,l} = R_\mp = \frac{\chi \pm i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)}{\chi \mp i\left(1-\sqrt{n^2-\chi^2}\right)}\frac{\Gamma(\gamma-1)}{\Gamma(1-\gamma)}R, \quad (19)$$

где

$$R = \frac{\Gamma\left\{\Delta\left[\chi - i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}}{\Gamma\left\{\Delta\left[\chi + i\left(1-\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}}\times$$

$$\times\frac{\Gamma\left\{\Delta\left[-\chi - i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}}{\Gamma\left\{\Delta\left[-\chi + i\left(1-\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}}. \quad (20)$$

Отраженная волна имеет следующий вид:

$$\vec{E}_{\text{ref}} = \frac{R}{1-2\sqrt{n^2-\chi^2}+n^2}\frac{\Gamma(2i\Delta)}{\Gamma(-2i\Delta)}\times$$

$$\times\left[(n^2-1)\vec{e}_x - 2\chi\vec{e}_y\right]e^{iz}. \quad (21)$$

Отсюда при переходе к резкой границе $(\Delta = 0)$ получаем:

$$\vec{E}_{\text{ref}} = \left[(1-n^2)\vec{e}_x + 2\chi\vec{e}_y\right]\left(1+2\sqrt{n^2-\chi^2}+n^2\right)^{-1}e^{iz}. \quad (22)$$

Как видно из (21), независимо от ширины слоя Δ при отражении плоской линейно поляризованной волны от полупространства, заполненного биизотропной средой с $n^2 = \varepsilon > 1$, $\chi > 0$ $(\chi < 0)$, происходит поворот плоскости поляризации против хода (по ходу) часовой стрелки, если смотреть в направлении отраженной волны, на угол

$$\varphi_{\text{ref}} = \operatorname{arctg}\frac{2\chi}{1-n^2}. \quad (23)$$

Выражения (22), (23) отличаются от аналогичных, полученных в работе [6], знаком χ. Интересно отметить, что отражение от переходного биизотропного слоя (8), в отличие от изотропного, может полностью исчезать. Действительно, при выполнении условий:

$$\chi_0 = \sqrt{n^2-1}, \quad \chi_0\Delta_0 = m \qquad (m = 1, 2, \ldots), \quad (24)$$

коэффициенты $R^{r,l}$ в выражении (19) обращаются в нуль из-за второй гамма-функции в знаменателе (20).

С увеличением ширины переходного слоя коэффициенты $R^{r,l}$ экспоненциально убывают до нуля. Используя известные соотношения для гамма-функций, из (19) получим:

$$\left|R^{r,l}\right| \approx \begin{cases} e^{-2\pi\Delta}, & \left(|\chi| < \chi_0\right), \\ e^{-2\pi\Delta\sqrt{n^2-\chi^2}}, & \left(|\chi| > \chi_0\right), \end{cases} \quad (25)$$

$(\Delta \gg 1)$,

где χ_0 определено в (24).

2. Рассмотрим прошедшее в биизотропную среду поле вдали от переходного слоя. При $z \ll -\Delta$

$$e^{\mp} = e^{\mp i\kappa z}\left[1+O(e^{2\tilde{\tau}z})\right],$$

$$\mathscr{E}_{\pm} = T_{\pm}\mathscr{E}_{\pm}^{(3)} \approx T_{\pm}e^{-i\sqrt{n^2-\chi^2}z},$$

$$E_x \approx \frac{1}{2}\left(T_+e^{-i\sqrt{n^2-\chi^2}z-i\kappa z} + T_-e^{-i\sqrt{n^2-\chi^2}z+i\kappa z}\right),$$

$$E_y \approx \frac{1}{2i}\left(T_+e^{-i\sqrt{n^2-\chi^2}z-i\kappa z} - T_-e^{-i\sqrt{n^2-\chi^2}z+i\kappa z}\right),$$

поэтому прошедшая через переходной слой волна представляется в виде:

$$\vec{E}_{\text{tr}} = \vec{E}_{\text{tr}}^r + \vec{E}_{\text{tr}}^l, \tag{26}$$

где $$\vec{E}_{\text{tr}}^r = \frac{1}{2}T^r(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{-ik^+z}, \tag{27}$$

$$\vec{E}_{\text{tr}}^l = \frac{1}{2}T^l(\vec{e}_x + i\vec{e}_y)e^{-ik^-z} - \tag{28}$$

соответственно волны правой и левой круговой поляризации с постоянными распространения $k^{\pm} = \sqrt{n^2-\chi^2} \pm \kappa$; $T^r = T_+$; $T^l = T_-$. Легко убедиться, что

$$\frac{T^r}{T^l} = \frac{1+n\left(\sqrt{1-\tilde{\chi}^2}+i\tilde{\chi}\right)}{1+n\left(\sqrt{1-\tilde{\chi}^2}-i\tilde{\chi}\right)} = \frac{1+ne^{i\theta}}{1+ne^{-i\theta}} = e^{i\psi_{\text{tr}}},$$

где $\tilde{\chi} = \chi/n = \sin\theta \quad \left(|\theta| \le \pi/2\right)$,

$$\psi_{\text{tr}} = \operatorname{arctg}\frac{2n\sin\theta + n^2\sin 2\theta}{1+2n\cos\theta + n^2\cos 2\theta} \tag{29}$$

$$\left(|\psi_{\text{tr}}| \le \pi - \operatorname{arctg}\frac{2n}{n^2-1}\right).$$

Таким образом, независимо от ширины переходного слоя Δ две волны (27) и (28), на которые распадается прошедшая в биизотропную среду первичная волна, имеют одинаковые по модулю амплитуды и сдвинуты по фазе на величину ψ_{tr}. Представив T^l в виде

$$T^l = \frac{\Gamma\left\{\Delta\left[\chi - i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}}{\Gamma\left\{\Delta\left[\chi + i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}} \times$$

$$\times\frac{\Gamma\left(2i\Delta\sqrt{n^2-\chi^2}\right)}{\Gamma(-2i\Delta)}\frac{\sin\left(2\pi i\Delta\sqrt{n^2-\chi^2}\right)}{\sin\left\{\pi\Delta\left[\chi + i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}},$$

находим, что

$$|T^r| = |T^l| = \left|\frac{\Gamma\left(2i\Delta\sqrt{n^2-\chi^2}\right)}{\Gamma(-2i\Delta)}\right| \times$$

$$\times\left|\frac{\sin\left(2\pi i\Delta\sqrt{n^2-\chi^2}\right)}{\sin\left\{\pi\Delta\left[\chi + i\left(1+\sqrt{n^2-\chi^2}\right)\right]\right\}}\right|$$

и в режиме отсутствия отражения (24) $|T^r| = |T^l| = 1$. Из (26)–(28) видно, что в этом случае вся энергия первичной волны распределяется между этими двумя волнами.

5. Заключение

Предложена модель биизотропной среды, обобщающая модель известного переходного изотропного слоя Эпштейна. Найдено явное аналитическое решение задачи нормального падения на него линейно поляризованной волны. Основные результаты сводятся к следующему:

• При отражении плоской линейно поляризованной волны от полупространства, заполненного биизотропной средой с $n^2 = \varepsilon > 1$,

$\chi > 0$ $(\chi < 0)$, происходит поворот плоскости ее поляризации против хода (по ходу) часовой стрелки, если смотреть в направлении отраженной волны, на угол φ_{ref} (23), не зависящий от ширины слоя Δ.

• В биизотропном полупространстве прошедшая волна распадается на две волны – правой и левой круговой поляризации, одинаковые по амплитуде и отличающиеся по фазе на угол ψ_{tr}, определенный формулой (29).

• Обнаружены существующие только в случае невзаимной среды $(\chi \neq 0)$ с нерезкой границей $(\Delta \neq 0)$ режимы, при которых полностью отсутствует отражение. Они определяются соотношением между показателями невзаимности χ и преломления n, $\chi = \sqrt{n^2 - 1}$, и выбором эффективной ширины переходного слоя $\chi\Delta = m$ $(m = 1, 2, ...)$.

Выражаю признательность профессору Ю. К. Сиренко, обратившему мое внимание на данную тематику.

Литература

1. Lindel I. V., Sihvola A. H., Tretyakov S. A., and Viitanen A. J. Electromagnetic Waves on Chiral and Bi-Isotropic Media. – Norwood, MA: Artech House, 1994.
2. Lindel I. V., Tretykov S. A., and Oksanen M. I. Conductor-backed Tellegen slab as twist polarizer // Electron Lett. – 1992. – Vol. 28. – P. 281-282.
3. Viitanen A. J. and Lindel I. V. Chiral slab polarization transformer for aperture antennas // IEEE Trans. Antennas Propag. – Sept. 1998. – Vol. 46. – P. 1395-1397.
4. Silverman M. P. Reflection and Refraction at The Surface of a Chiral Medium, Comparison of Gyrotropic Constitutive Relations Invariant or Noninvariant Under a Duality Transformation // J. Opt. Soc. Amer. –1986. – Vol. 3-A, No. 6. – P. 830-837.
5. Bassiri S., Papas C. H. and Engheta N. Electromagnetic Wave Propagation through a Dielectric-chiral Interface and through a Chiral Slab // J. Opt. Soc. Amer. – 1988. –Vol. 5-A, No. 9. – P. 1450-1456.
6. Lindel I. V. and Viitanen A. J. Duality Transformations for General Bi-Isotropic (Nonreciprocal Chiral) Media. // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1992. – Vol. 40, No. 1. – P. 91-95.
7. Tretyakov S. A. and Oksanen M. I. Vector Circuit Theory for Multilayered Isotropic and Chiral Structures: Reflection and Transmission. – Helsinki Univ. Tech. Electromagn. Lab. Rep. 50, 1989.
8. He S. A Time-Harmonic Green Function Technique and Wave Propagation in a Stratified Nonreciprocal Chiral Slab with Multiple Discontinuities // J. Math. Phys. – 1992. – Vol. 33, No. 12. – P. 4103-4110.
9. He S. and Hu Y. Electromagnetic Scattering from a Stratified Bi-Isotropic (Nonreciprocal Chiral) Slab: Numerical Computations // IEEE Trans. Antennas Propag. – 1993. – Vol. 41, No. 8. – P. 1057-1062.
10. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. – 343 с.
11. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. – М.: Наука, 1973. – 295 с.

Проходження електромагнітноп хвилі крізь біізотропний перехідний шар

Л. О. Пазинін

Знайдено узагальнення моделі ізотропного перехідного шару Епштейна на біізотропні плоскошарові середовища. Одержано аналітичний розв'язок задачі нормального падіння на такий шар плоскої лінійно поляризованої електромагнітної хвилі. Аналіз виразів для коефіцієнтів відбиття та проходження вказує на існування режимів безвідбиткового проходження її крізь розглянуте середовище.

Electromagnetic Wave Propagation through a Biisotropic Transition Layer

L. A. Pazynin

An isotropic Epstein transition layer model is generalized to the biisotropic plane-layered media. The problem of normal incidence of a plane lineary polarized electromagnetic wave on such layer is solved analytically. The analysis of transmission and reflection coefficients reveals nonreflection modes in such media.