УДК 621.791.75.01

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЖИМА В ЦЕПИ С ЕМКОСТЬЮ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГОЙ, ПИТАЕМОЙ ОТ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Е. Н. ВЕРЕЩАГО, В. И. КОСТЮЧЕНКО

Нац. ун-т кораблестроения им. Адмирала Макарова. 54025, Украина, г. Николаев, просп. Героев Сталинграда, 9.
E-mail: vikmkua@mail.ru

Исследованы устойчивость и возникновение колебаний тока электрической дуги при определенных условиях в электрической цепи постоянного тока. Отмечено, что в цепи с дугой всегда будет параллельная ей емкость, образуемая собственными емкостями установки. Электрическая дуга как элемент электрической цепи описывается обобщенной моделью, которая учитывает термическую инерционность электрической дуги и не ограничивает вид ее статической вольт-амперной характеристики. Рассмотрено влияние параметров электрической дуги на переходной процесс, получены условия возникновения незатухающих и нарастающих собственных колебаний. Представлены принципиальные и эквивалентные схемы рассматриваемого контура. Диссипативные свойства колебательной системы охарактеризованы с помощью коэффициента затухания контура, относительного демпфирования, а также коэффициента потерь энергии в системе. Определены частота срыва, полоса пропускания, частота собственных колебаний и резонансное сопротивление контура. Рассмотрены резистивное демпфирование колебаний, определено желаемое значение демпфирующего резистора, проиллюстрированы результаты расчетов и моделирования. Полученные результаты могут найти применение при проектировании и наладке новых источников питания для сварки и родственных технологий, а также оценки демпфирования и стабилизации работающих источников питания. Библиогр. 8, рис. 4.

Ключевые слова: дуговая сварка, электрическая и плазменная дуга, устойчивость процесса, переходные процессы, демпфирование колебаний, расчет и моделирование

Устойчивость электрической дуги при определенных условиях в электрической цепи исследовалась неоднократно [1–8]. Обратим внимание на то, что в цепи с дугой всегда будет параллельная ей емкость, образуемая собственными емкостями установки. При этом емкость на выходе, например, в сварочных инверторах тока, используется в качестве фиксирующей (демпфирующей) цепи либо в целях помехоподавления [7]. Эти емкости достигают 0,001 мкФ, а с учетом емкости элементов запуска дуги и сети составляют даже несколько микрофарад [1, 4, 7]. Теперь более подробно остановимся на устойчивом и неустойчивом состоянии электрической дуги с емкостью и ее влиянии на электрическую цепь.

В настоящей статье электрическая дуга как элемент электрической цепи описывается обобщенной моделью [3, 5, 7], которая учитывает термическую инерционность электрической дуги и не ограничивает вид ее статической вольт-амперной характеристики (ВАХ). Вследствие этого в схеме для исследования устойчивости неуправляемое нелинейное сопротивление — электрическая дуга имитировано дифференциальным сопротивлением $R_{\text{дф0}}$ и последовательно с ним включенной малой паразитной индуктивностью L, зашунтированной активным сопротивлением $R1$. В данном случае исследуемая электрическая цепь (рис. 1) образована параллельным соединением идеального источника тока, элемента с входным сопротивлением дуги $Z_{\text{д}}(p)$, сопротивления R_i и емкости C.

Наличие резистора R_i учитывает все виды потерь в системе — конечное (хотя и достаточно большое), внутреннее (выходное) сопротивление источника тока, а также влияние внешних цепей.

Характеристикой двухполюсника является его входное (или внутреннее) сопротивление

$$Z_{\text{вх}}(p) = Z(p) = \frac{k_1 + k_2 p}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}, \qquad (1)$$

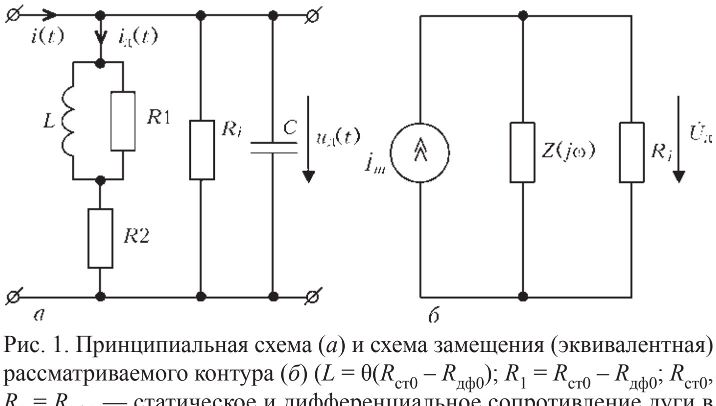

Рис. 1. Принципиальная схема (*а*) и схема замещения (эквивалентная) рассматриваемого контура (*б*) ($L = \theta(R_{\text{ст0}} - R_{\text{дф0}})$; $R_1 = R_{\text{ст0}} - R_{\text{дф0}}$; $R_{\text{ст0}}$, $R_2 = R_{\text{дф0}}$ — статическое и дифференциальное сопротивление дуги в выбранной рабочей точке I_0)

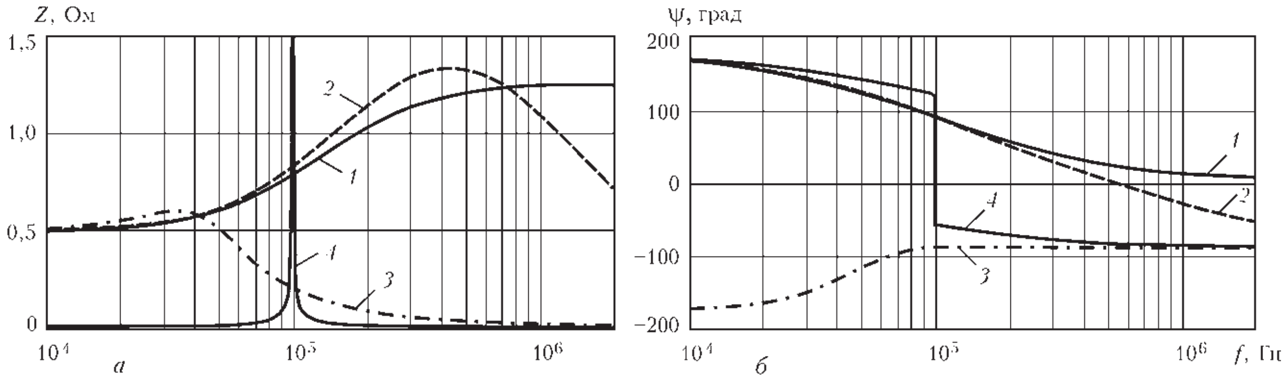

Рис. 2. Амплитудно- (*а*) и фазочастотная (*б*) характеристики двухполюсника: *1* — *C* = 0 мкФ; *2* — 0,1; *3* — 10,0; *4* — 2,041

где $k_1 = R_{дф0}$; $k_2 = \theta R_{ст0}$; $T_1 = \theta + R_{дф0}C$; $T_2^2 = \theta R_{ст0}C$; θ — постоянная времени дуги.

Если в уравнении (1) положить $p = j\omega$, то оно описывает при $0 \le \omega \le \infty$ частотную передаточную функцию цепи

$$Z(j\omega) = \frac{k_1 + k_2 j\omega}{1 + T_1 j\omega + T_2^2 (j\omega)^2},$$

модуль которой и фаза имеют соответственно вид

$$\left|Z(j\omega)\right| = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2\omega^2}}{\sqrt{\left(-T_2^2\omega^2\right) + T_1^2\omega^2}},$$

$$\psi(\omega) = \arg Z(j\omega) = \mathrm{arctg}\frac{k_2\omega}{k_1} - \mathrm{arctg}\frac{T_1\omega}{1 - T_2^2\omega^2}.$$

Формулу (1) удобно представить в виде

$$Z(p) = \frac{k_1 + k_2 p}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2} = \frac{k_1 + k_2 p}{1 + \dfrac{2\xi p}{\omega_0} + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}},$$

где

$$T = T_2 = \sqrt{\theta R_{ст0} C};$$

$$\xi = T_1/(2T) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\theta}{R_{ст0}C}} + \sqrt{\frac{C}{\theta R_{ст0}}} R_{дф0}\right)$$ — параметр демпфирования; $\omega_0 = 1/\sqrt{\theta R_{ст0} C}$ — частота собственных колебаний системы; $\alpha = \xi\omega_0$.

Для описания двухполюсника используем представление

$$Z(j\omega) = r(\omega) + jx(\omega),$$

где

$$r(\omega) = \mathrm{Re}\, Z(j\omega) = \frac{k_1(1 - T_2^2\omega^2) + k_2 T_1 \omega^2}{(1 - T_2^2)\omega^2 + T_1^2\omega^2};$$

$$x(\omega) = \mathrm{Im}\, Z(j\omega) = \frac{k_2\omega(1 - T_2^2\omega^2) - k_1 T_1 \omega}{(1 - T_2^2\omega^2) + T_1^2\omega^2}.$$

Данное операторное сопротивление имеет единственный нуль при $p = -R_{дф0}/R_{ст0}\theta$ и два полюса в точках с координатами

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} =$$
$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_{ст0}C} + \frac{R_{дф0}}{R_{ст0}\theta}\right) \pm$$
$$\pm j\sqrt{\frac{1}{\theta R_{ст0}C} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{R_{ст0}C} + \frac{R_{дф0}}{R_{ст0}\theta}\right)^2},$$

которые в зависимости от соотношения между ω_0 и α могут быть как комплексно-сопряженными, так и вещественными.

Семейство амплитудно- и фазочастотных характеристик контура с параметрами: θ = 1 мкс, $R_{ст0}$ = 1,25 Ом, $R_i = \infty$, $R_{дф0}$ = -0,49 Ом приведено на рис. 2.

Возникновение нарастающих собственных колебаний в электрической цепи с потерями (см. рис. 1, *а*) возможно лишь тогда, когда в составе цепи, помимо пассивных элементов *R*, *L*, *C*, содержатся активные, передающие в цепь часть энергии от внешних источников. Распространенной моделью такого активного элемента является резистор с отрицательным сопротивлением. Рассматриваемая цепь становится неустойчивой (будет самопроизвольно возбуждаться), если имеющееся в ней отрицательное сопротивление $R_{дф0} > R_{дф0\,кр}$ (условие самовозбуждения заключается в полной компенсации потерь в контуре).

Емкость *C* может быть выбрана такой, чтобы двухполюсник был демпфированным в желаемой полосе пропускания, что устраняет влияние резонансного пика. При выборе емкости *C*, обеспечивающей значение параметра демпфирования около 0,7, частота среза двухполюсника может быть сделана соответственно большой.

В данном случае двухполюсник представляет собой низкочастотную систему, полоса пропускания которой представляет собой диапазон частот от нуля до частоты среза ω_C. Отметим, что полосой частот двухполюсника, грубо говоря, является диапазон частот, в котором величина $Z(j\omega)$ близка 1. Точное значение частоты среза, конечно, в значительной степени зависит от числа ξ.

Дифференциальное уравнение данной цепи, составленное относительно напряжения $u(t)$ на входном сопротивлении контура, имеет вид

$$\theta R_{\text{ст}0} C \frac{d^2u}{dt^2} + (R_{\text{дф}0} C + \theta) \frac{du}{dt} + u = \\ = \theta R_{\text{ст}0} \frac{di}{dt} + R_{\text{дф}0} i. \qquad (2)$$

Варьируя величину C, можно изменять коэффициент при производной du/dt. Знак и значение этого коэффициента, как известно, определяют характер свободных колебаний в такой динамической системе.

Если в уравнении (2) $R_{\text{дф}0} < 0$, то за счет обратной связи возможна регенерация, т. е. частичная компенсация потерь в контуре.

Найдем условия самовозбуждения схемы (см. рис. 1, *а*), исследуя характеристическое уравнение этой системы с внутренней обратной связью. Отметим, что если, например $Y_{\text{отр}} = S_{\text{дф}} < 0$ ($S_{\text{дф}}$ — дифференциальная крутизна ВАХ дуги) — отрицательная активная проводимость, вносимая электрической дугой, то условие самовозбуждения системы заключается в компенсации потерь контура.

Это означает, что в стационарном режиме энергия, рассеиваемая в контуре за период собственных колебаний, в точности равна энергии, которая поступает в контур от внешних источников за данный отрезок времени. Такой механизм самовозбуждения получил название внутренней обратной связи [3, 5, 7]. Колебательной системой здесь служит RLC-контур, элементом обратной связи — $Y_{\text{отр}}$ (активный элемент).

Корни γ_1 и γ_2 характеристического уравнения (2) имеют вещественные части

$$\operatorname{Re}\gamma_{1,2} = -\frac{R_{\text{дф}0} C + \theta}{2\theta R_{\text{ст}0} C}.$$

Система переходит в неустойчивый режим, когда величина $\operatorname{Re}\gamma_{1,2}$ обращается в нуль. При этом поскольку $(1 - R_{\text{дф}0}/R_{\text{ст}0}) > 0$, то имеем незатухающие гармонические собственные колебания вида

$$u_{\text{соб}}(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

где A, φ определяются начальными значениями $u(t_0)$ и $\dot{u}(t_0)$.

Если емкость конденсатора C достигает критического значения $C_{\text{кр}} = -\theta S_{\text{дф}}$, то характеристическое уравнение приобретает вид

$$d^2u/dt^2 + \omega_0^2 u = 0, \qquad (3)$$

где $\omega_0 = \omega_C \sqrt{1 - \frac{R_{\text{дф}0}}{R_{\text{ст}0}}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R_{\text{дф}0}}{R_{\text{ст}0}}}$ — частота собственных колебаний.

Отсюда находим критическое значение отрицательного сопротивления:

$$R_{\text{дф}0\ \text{кр}} = -\theta/C.$$

Из последнего выражения видно, что чем меньше емкость конденсатора C, тем больше отрицательное активное сопротивление, необходимое для самовозбуждения контура.

Для цепи рис. 1, *а* с параметрами $C = 1{,}0$ мкФ, $\theta = 10$ мкс $R_{\text{дф}0\text{кр}} = -10{,}0$ Ом. Если $R_{\text{дф}0} = -2{,}0$ Ом, то $C_{\text{кр}} = 5$ мкФ.

Очевидно, что электрическая дуга с параллельной емкостью горит устойчиво, пока выполняется условие $\theta > -CR_{\text{дф}0}$.

Диссипативные свойства колебательной системы можно охарактеризовать с помощью коэффициента затухания контура α, относительного демпфирования $\xi = \alpha/\omega_0$ (безразмерный параметр), а также коэффициента потерь энергии в системе $\eta = 2\alpha/\omega_0$. Рассеяние энергии можно оценить и с помощью коэффициента поглощения ψ, связанного простой приближенной зависимостью с другой характеристикой процесса диссипации энергии в системе — логарифмическим декрементом колебаний δ: $\psi = 2\delta = 4\pi\alpha/\omega_0 = 4\pi \ln A_1/A_2$, где A_1, A_2 — амплитуды двух соседних колебаний относительно установившегося значения. При малом демпфировании ($\delta^2 << 6$) $\eta = \delta/\pi = \psi/2\pi$, а при больших значениях δ можно использовать приближенную формулу из работы [7]: $\eta = 2\delta/\sqrt{4\pi^2 + \delta^2} \approx \delta(1 - 0{,}0127\delta^2)/\pi$, погрешность которой не превышает 1 % при $\delta \le 3$.

При $C > C_{\text{кр}}$ контур становится неустойчивым. Введя параметр

$$\alpha = \frac{1}{2}[-\theta/(LC) - R_{\text{дф}0}/L]\left(1 - \frac{R_{\text{дф}0}}{R_{\text{ст}0}}\right) > 0,$$

получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2u}{dt^2} - 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0,$$

решение которого описывает гармонические колебания с экспоненциально нарастающей во времени амплитудой

$$u(t) = Ae^{\alpha t} \cos\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}\, t + Be^{\alpha t} \sin\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}\, t,$$

где A, B — постоянные, зависящие от начальных условий.

Если $\alpha << \omega_0$, то в соответствии с (3) частота заполнения автоколебаний, возникающих в линейном режиме, близка частоте собственных колебаний контура.

Обращаясь к эквивалентной схеме замещения (см. рис. 1, *б*), видим, что ток с комплексной амплитудой $\dot{I}_m$, поступающий от источника тока, протекает по сопротивлению

$$Z_{\text{экв}}(j\omega) = Z(j\omega)R_i \,/\, [Z(j\omega) + R_i] =$$

$$= \frac{p\theta R_{\text{ст}0} + R_{\text{дф}0}}{p^2\theta R_{\text{ст}0}C + p[R_{\text{дф}0}C + \theta(1 + R_{\text{ст}0} \,/\, R_i)] + R_{\text{дф}0} \,/\, R_i + 1}.$$

Несложные преобразования показывают, что

$$Z_{\text{экв}}(j\xi) = \frac{\text{рез.экв}}{+\ \xi_{\text{экв}}}, \qquad (4)$$

где $R_{\text{рез.экв}} = R_{\text{рез}}/(1 + R_{\text{рез}})/R_i$ — эквивалентное сопротивление контура при резонансе с учетом разрядного сопротивления R_i; $\xi_{\text{экв}} = \xi_0 \,/\, (1 + R_{\text{рез}}) \,/\, R_i))$ — эквивалентная обобщенная расстройка; ξ_0 — безразмерная обобщенная расстройка при $R_i = \infty$.

Можно считать, что влияние R_i состоит в том, что добротность колебательной системы уменьшается и становится равной эквивалентной добротности

$$Q_{\text{экв}} = \frac{Q}{1 + R_{\text{рез}} \,/\, R_i}.$$

Согласно последней формуле для ослабления действия $-R_{\text{рез}}$ на колебательную систему следует уменьшать резонансное сопротивление $R_{\text{рез}}$, применяя параллельное включение R_i.

Рассмотрим параллельный колебательный контур с параметрами $\theta = 1$ мкс, $R_{\text{ст}0} = 1{,}25$ Ом, $R_{\text{дф}0} = -0{,}49$ Ом, $C = C_{\text{кр}} = 2{,}041$ мкФ, настроенный на частоту $f_{\text{рез}}$. Частота собственных колебаний в контуре

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\theta R_{\text{ст}0}C}}\sqrt{1 - R_{\text{дф}0} \,/\, R_{\text{ст}0} - \frac{C}{\theta}R^2_{\text{дф}0} \,/\, R_{\text{ст}0}} =$$

$$= 0{,}626 \cdot 10^6 \ \ (\text{с}^{-1});$$

$$f_0 = 99{,}7 \cdot 10^3 \text{ Гц} \approx 100 \text{ кГц}.$$

Резонансное сопротивление колебательной системы

$$R_{\text{рез}} = \frac{R_{\text{дф}0}[(\theta\omega_0)^2 R^2_{\text{ст}0} \,/\, R^2_{\text{дф}0} + 1]}{(\theta\omega_0)^2 R_{\text{ст}0} \,/\, R_{\text{дф}0} + 1} = -10{,}66 \text{ (кОм)}.$$

Эквивалентное сопротивление контура при резонансе с учетом шунтирующего действия R_i ($R_i = 10$ кОм)

$$R_{\text{рез.экв}} = 161{,}52 \text{ кОм}.$$

При настройке контура в резонанс $\xi_{\text{экв}} = 0$, поэтому из (4) следует, что резонансный коэффициент передачи контура

$$K_{\text{рез}} = R_{\text{рез.экв}}.$$

Очевидно, что в данной цепи роль шунтирующего резистора R выполняет активное резонансное сопротивление контура $R_{\text{рез}}$ без учета внутреннего сопротивления источника и демпфирующего резистора (вносимого сопротивления R_i).

Если $R_{\text{рез}} < 0$ — активная составляющая входного сопротивления контура при резонансе, а $1/R_i > 0$ — параллельно включенная проводимость, вносимая источником тока и демпфирующим резистором, то условие обеспечения устойчивости и отсутствия самораскачивания (стабилизации и демпфирования) примет вид

$$-R_i/R_{\text{рез}} < 1.$$

Если это условие выполняется, то демпфирование, отраженное в основном уравнении малых колебаний членом с положительным коэффициентом, приводит к затуханию колебаний. Рассматриваемая система будет самопроизвольно возбуждаться, если имеющееся в ней отрицательное сопротивление меньше вносимого сопротивления $-R_{\text{рез}} < R_{i\text{вн}}$. Отметим, что вызываемые неустойчивостью перенапряжения оказывают воздействие на установку в целом.

Пример результатов расчета приведен на рис. 3. При этом основные условия с $\theta = 1$ мкс, $R_{\text{дф}0} = -0{,}49$ Ом; $C = 2{,}041$ мкФ выбирали так, чтобы могли возникать неустойчивости. Следует отметить, что возникающая неустойчивость приводит к колебаниям как напряжения, так и тока дуги.

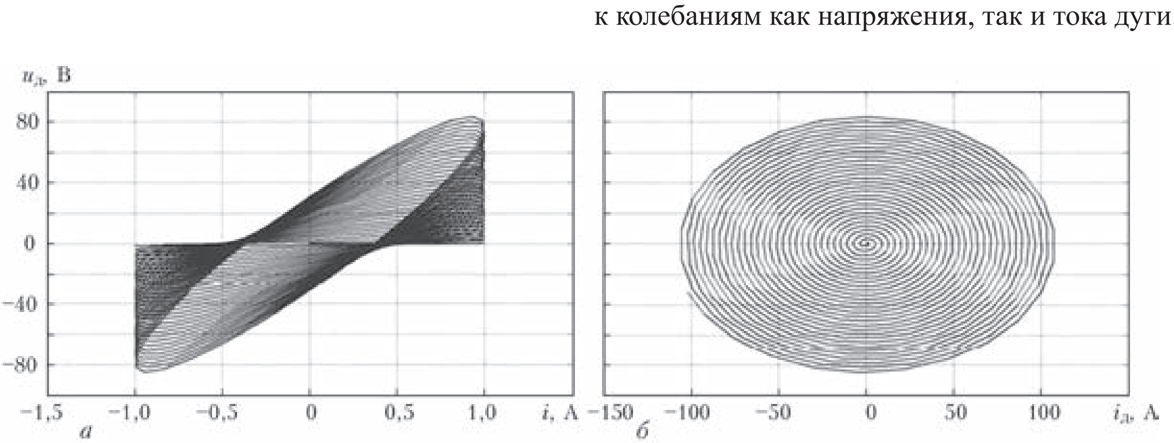

Рис. 3. u–i-Диаграммы: $а$ — $u_{\text{д}} = f(i)$; $б$ — $u_{\text{д}} = f(i_{\text{д}})$

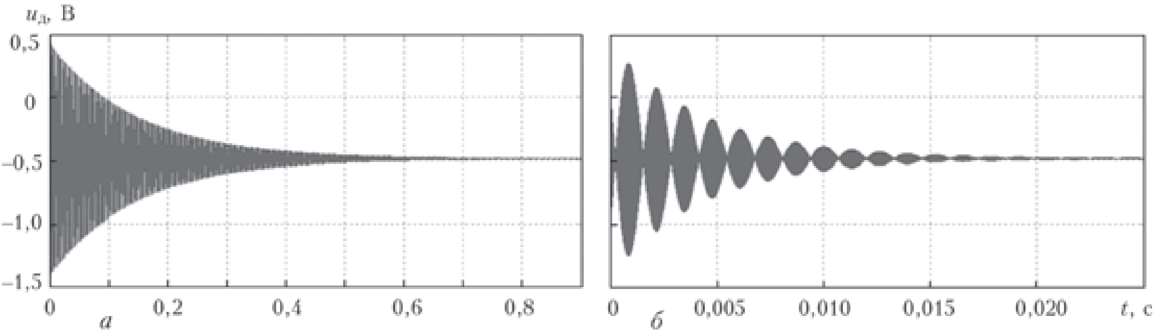

Рис. 4. Отклик цепи на функцию включения R_i = 10 (*а*) и 1 (*б*) кОм

В *u*–*i*-диаграмме (см. рис. 3, *б*) спиральная форма характеристики показывает, что напряжение и ток дуги сдвинуты по фазе относительно друг друга.

Полезно сравнить переходные характеристики контура, полученные при различных значениях $R_i/R_{рез}$ (рис. 4). Если R_i = 10 кОм, то имеем собственные колебания с отрицательным затуханием (рис. 4, *а*).

Наконец, в общем случае переходная характеристика системы (рис. 4, *б*) представляет собой квазигармоническое затухающее колебание с биениями.

Влияние R_i в зависимости от отношения $R_i/|R_{рез}|$ проявляется в скорости снижения во времени тока и напряжения дуги. При значениях отношения $R_i/|R_{рез}|$ приблизительно от 0,95 до 0,5 оно вызывает сильное затухание колебаний напряжения (тока) по сравнению со случаем $R_i = \infty$. Если же, напротив, сделать это отношение еще меньше, то колебания, хотя и продолжают затухать, но относительное изменение уже не является таким большим. Кроме того, с уменьшением $R_i/|R_{рез}|$ появляются биения.

Таким образом, для практических нужд сопротивление R_i для резистивного демпфирования должно составлять приблизительно $R_i \approx |R_{рез}|$.

Выводы

1. В электрической цепи с электрической дугой возможно возникновение колебаний. Установившаяся амплитуда колебаний определяется видом нелинейной характеристики электрической дуги, входящей в контур.

2. Найденные частотные характеристики входного сопротивления цепи позволяют определять области неустойчивости системы с комплексной линейной или нелинейной нагрузкой.

3. В контуре, имеющем только резистивное демпфирование при $-R_i/R_{рез} \approx 1$, колебания затухают достаточно медленно.

4. Емкость конденсатора *С* может быть выбрана такой, чтобы двухполюсник был демпфированным в желаемой полосе пропускания.

1. *Верещаго Е. Н.*, *Костюченко В. И.* Физико-математическая модель цепи питания плазмотрона // Свароч. пр-во. – 2013. – № 2. – С. 19–25.
2. *Гладков Э. А.* Управление процессами и оборудованием при сварке. – М.: Академия, 2006. – 430 с.
3. *Демирчян К. С.*, *Нейман Л. Р.* Теоретические основы электротехники: Т. 2. Теория линейных электрических цепей. – СПб.: Питер, 2003. – 576 с.
4. *Дюргеров Н. Г.*, *Сагиров Х. Н.* Устойчивость системы саморегулирования дуги при механизированной и автоматической сварке // Свароч. пр-во. – 2009. – № 2. – С. 13–14.
5. *Лоос А. В.*, *Лукутин А. В.*, *Сараев Ю. Н.* Источники питания для импульсных технологических процессов. – Томск: Изд-во Томск. политехн. ин-та, 1998. – 160 с.
6. *Сидорец В. Н.*, *Пентегов И. В.* Детерминированный хаос в нелинейных цепях с электрической дугой. – Киев: Международная ассоциация «Сварка», 2013. – 272 с.
7. *Схемотехника* инверторных источников питания для дуговой нагрузки: Учеб. пособие / Е. Н. Верещаго, В. Ф. Квасницкий, Л. Н. Мирошниченко, И. В. Пентегов. – Николаев: Нац. ун-т кораблестроения им. Адмирала Макарова, 2000. – 283 с.
8. *Цыбулькин Г. А.* К вопросу об устойчивости процесса дуговой сварки плавящимся электродом // Автомат. сварка. – 2002. – № 5. – С. 17–19.

Поступила в редакцию 30.05.2014