

---

УДК 621.365.6

**А. Д. Подольцев**, д-р техн. наук,  
**И. Н. Кучерявая**, канд. техн. наук  
Ин-т электродинамики НАН Украины  
(Украина, 03680, Киев-57, пр-т Победы 56,  
тел.: (044) 4542568, E-mail: podol@ied.org.ua)

## **Компьютерное моделирование электротепловых процессов в установке индукционного нагрева на двух пространственных уровнях**

Предложены математическая модель и методика расчета электромагнитных и тепловых процессов в установках индукционного нагрева, учитывающие неравномерность распределения плотности тока в витках индуктора. Проведен компьютерный расчет связанных электромагнитного и теплового процессов в индукционной установке для нагрева сыпучего материала, заполняющего объем стального реактора — емкости технологического назначения. Исследована динамика изменения температуры реактора и нагреваемого материала в интервале от 20 до 1000 °С при различных значениях частоты источника питания. Показана эффективность применения методики расчета электромагнитных процессов на двух пространственных уровнях при резком скин-эффекте в проводниках индуктора.

Запропоновано математичну модель та методику розрахунку електромагнітних та теплових процесів в установках індукційного нагріву, що враховують нерівномірність розподілу щільності струму у витках індуктора. Проведено комп'ютерний розрахунок зв'язаних електромагнітного і теплового процесів в індукційній установці для нагріву сыпучого матеріалу, який заповнює об'єм сталевого реактора — ємності технологічного призначення. Досліджено динаміку зміни температури реактора і матеріалу, що нагрівається, в інтервалі від 20 до 1000 °С при різних значеннях частоти джерела живлення. Показано ефективність застосування методики розрахунку електромагнітних процесів на двох просторових рівнях при різкому скин-ефекті в провідниках індуктора.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* многоуровневое моделирование, связанные электромагнитный и тепловой процессы, индукционный нагрев, эквивалентное сопротивление индуктора, резкий скин-эффект, точка Кюри.

Индукционный нагрев, как самый быстрый и экологически чистый метод бесконтактного нагрева токопроводящих материалов, применяется в различных технологических процессах [1], в том числе в машиностроении и металлообработке. Часто используется индукционный нагрев ферромагнитной стали на промышленной частоте. Высокочастотный нагрев (частота 1—10 кГц) применяется при закалке металлов для придания им прочности, сушке материалов и в других случаях.

Индукционный нагрев токопроводящих тел происходит в результате возбуждения в них электрических токов переменным электромагнитным полем, источником которого являются индукторы. В мощных установках индукционного нагрева используются многовитковые индукторы, выполненные из водоохлаждаемой медной трубки. Как правило, известно напряжение  $\dot{U}$ , приложенное к индуктору.

Для уточненного электромагнитного расчета индукционных нагревательных установок необходимо учитывать распределение поля и плотность тока в нагреваемом нагрузочном материале и в проводниках индуктора. При этом обеспечивается высокая точность расчета тепловых характеристик, необходимая на этапе проектирования таких систем. Определение поля в нагреваемой нагрузке и витках индуктора, как правило, выполняется численными методами, например методом конечных элементов, с учетом эффекта близости и скин-эффекта в витках. В полной мере такой подход может быть реализован при небольшом числе витков индуктора ( $w=1\div 5$  витков). Для теплового расчета существенное значение имеет тот факт, что в пределах глубины проникновения магнитного поля в проводнике выделяется основная часть энергии.

Электромагнитное поле круглых проводников с током, представляющих собой модель многовитковой катушки с большим числом витков, исследовано в работе [2]. Здесь рассмотрен высокочастотный режим с резким скин-эффектом в случае использования как массивных проводников, так и многожильного провода-литцендрата. В работе [3] предложен метод расчета сопротивления литцендратной обмотки индуктора при индукционном нагреве. Сопротивление находится с учетом распределения плотности тока и температуры в обмотке. Учет потерь на вихревые токи в витках индукторов высокочастотных устройств, основанный на анализе экспериментальных данных, выполнен в работе [4].

Решение полевой электромагнитной задачи для системы индукционного нагрева при большом числе витков индуктора ( $w\geq 10$ ) требует в общем случае применения достаточно мелкой расчетной сетки для покрытия сечения всех проводников и следовательно, учета в них эффекта близости и скин-эффекта. Дискретизация витков индуктора в этом случае сопряжена со значительными вычислительными трудностями и, как правило, в модели каждый отдельный виток оказывается слишком малым, чтобы корректно учесть неравномерность распределения плотности тока по его сечению при расчете всей системы в целом.

Одним из возможных подходов к упрощению решения задачи могло бы быть предварительное вычисление зависящих от частоты эквивалентных параметров индуктора (в предположении отсутствия нагрузки) и за-

тем использование найденных параметров в расчете всей установки. Однако в случае резкого скин-эффекта [2] применение такого подхода может оказаться неэффективным, поскольку параметры индуктора существенно зависят от значения результирующего поля, создаваемого токами, как в витках индуктора, так и в нагрузке.

Для задач такого класса предлагается использовать методику анализа электромагнитных процессов на двух различных пространственных уровнях. Применительно к задаче электростатики подобный подход описан в [5] и реализован с помощью методики последовательных подобластей. В работах [6—9] рассмотрены вопросы многоуровневого моделирования для решения задач механики. Методика, использованная в работе [5], позволяет учитывать распределения локального поля в малых областях по сравнению с размерами всей исследуемой системы. Вначале сложные части системы моделируются в их упрощенном виде. На следующем уровне выделяется подобласть, содержащая интересующий объект. В зависимости от сложности системы и степени детализации объектов в ее структуре может быть рассмотрено несколько последовательных (вложенных) подуровней. Например, в [8, 9] они называются макро-, мезо-, микро-, нано- и атомным уровнями. Аналогичное рассмотрение на разных уровнях и «крупным планом» отдельных элементов проводящих систем проведено в работах [2, 10] при расчете электромагнитных параметров многовитковых катушек.

Метод многоуровневого моделирования используется также в механике [8] при изучении структурных изменений, происходящих на микро- и нанотехнологическом уровнях, при создании новых материалов и сплавов, исследовании сложных процессов износа и разрушения материалов. С применением многоуровневого подхода в работе [7] учтены структурные особенности и изучены электромагнитные процессы в композиционных материалах, а в работе [6] проанализированы гистерезисные явления в магнитах с учетом магнитной анизотропии, сдвоенных границ и микроструктурных изменений в материале. При этом в рамках каждого рассматриваемого уровня выделяется и изучается представительный элемент объема.

Столь широкое применение метода многоуровневого моделирования обусловлено рядом достоинств. На каждом уровне моделирования определяются реальные физические величины и явления, которые затем используются в моделях следующего уровня. При этом моделируются взаимосвязанные эффекты и процессы, исключается эмпирика и подбор параметров, достигается большая точность и эффективность расчета.

В данной работе метод многоуровневого моделирования используется для исследования электромагнитных и тепловых процессов в установке

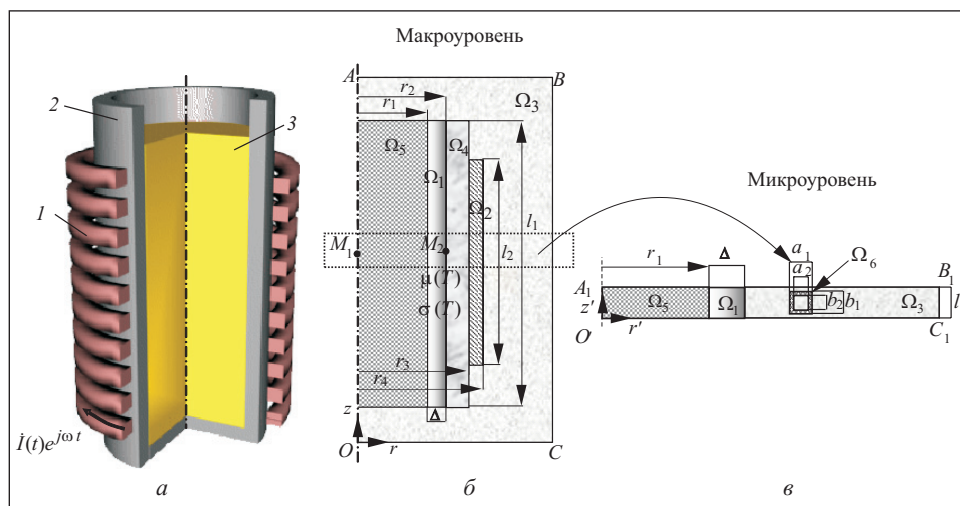


Рис. 1. Общий вид индукционной установки (а), расчетные области решения электро-тепловой задачи на макроуровне (б) и электромагнитной задачи на микроуровне (в): 1 — многовитковый индуктор; 2 — реактор в виде тонкостенной стальной трубы; 3 — нагреваемый сыпучий материал;  $\Omega_1$  — стенка реактора;  $\Omega_2$  — индуктор;  $\Omega_3$  — окружающая воздушная среда;  $\Omega_4$  — тепловая изоляция;  $\Omega_5$  — сыпучий материал;  $\Omega_6$  — виток индуктора

индукционного нагрева. В традиционном понимании метода предполагается последовательное использование вложенных уровней. В данном случае при рассмотрении двух геометрических иерархий одной индукционной системы предусмотрен обратный переход от последующей к предыдущей модели с итерационным уточнением основного параметра системы — эквивалентного сопротивления индуктора.

Таким образом, для исследуемой индукционной установки выделяются два пространственных уровня. На одном — макроуровне — рассматривается электромагнитный процесс в объеме всей установки, на другом — микроуровне — решается задача в объеме единичного витка индуктора. В результате решения электромагнитной задачи на микроуровне определяется эквивалентное сопротивление индуктора, которое затем в качестве заданного параметра используется для расчета значения тока в индукторе на макроуровне. Задачи, в которых электромагнитный процесс рассматривается на двух пространственных уровнях, решаются совместно методом последовательных приближений, причем решение на микроуровне уточняет решение задачи на макроуровне.

**Математическая модель электротепловой задачи на двух пространственных уровнях.** Исследуемая установка индукционного нагрева

схематически показана на рис. 1, а. Она содержит многовитковый водоохлаждаемый индуктор цилиндрической формы 1, охватывающий реактор 2, который выполнен на основе тонкостенной стальной трубы цилиндрической формы. Сыпучий материал 3 (например, песок), предназначенный для нагрева, заполняет объем реактора и представляет собой непроводящую и немагнитную среду. Индуктор подключен к источнику переменного напряжения заданной частоты. Ток в индукторе неизвестен и подлежит определению в ходе решения полевой задачи.

Для упрощения решения электротепловой задачи учитывается, что воздействие электромагнитного поля представляет собой «быстрый» динамический процесс (период изменения тока в индукторе при частоте, например, 50 Гц составляет 20 мс), в то время как процесс нагрева — это «медленный» инерционный процесс (время нагрева приблизительно 1800 с). Такое различие временных масштабов позволяет рассматривать электромагнитную задачу в частотной области для комплексных величин — векторного магнитного потенциала  $\dot{A}_\varphi(r, z, j\omega, t)$  и тока в индукторе  $\dot{I}(j\omega, t)$ , амплитудные значения которых являются медленно изменяющимися функциями времени  $t$ , а тепловую задачу решать как нестационарную во временной области относительно температуры  $T(r, z, t)$ . Учитывая осевую симметрию активных элементов индукционной установки, обе задачи формулируются как двумерные в цилиндрической системе координат  $rOz$  (на макроуровне).

**Рассмотрение процессов на макроуровне.** Связанные электромагнитный и тепловой процессы в индукционной установке описываются следующей системой дифференциальных и алгебраических уравнений относительно неизвестных величин  $\dot{\mathbf{A}} = (0, \dot{A}_\varphi, 0), \dot{I}, T$ :

1. Уравнения для векторного потенциала:

$$j\omega\sigma(T)\dot{\mathbf{A}} + \nabla \times ((\mu_0\mu(T))^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = 0 \text{ в области } \Omega_1;$$

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \nabla \times \dot{\mathbf{A}}) = \begin{cases} \dot{I}w/S & \text{в области } \Omega_2, \\ 0 & \text{в области } \Omega_3. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\sigma(T)$  и  $\mu(T)$  — электропроводность и относительная магнитная проницаемость материала стального реактора;  $\omega$  — угловая частота;  $w$  — число витков в индукторе;  $S$  — площадь поперечного сечения индуктора;  $\Omega_1$  —  $\Omega_3$  — подобласти, показанные на рис. 1, б. Предполагается, что электромагнитные характеристики сыпучего материала незначительно отличаются от характеристик воздуха.

2. Уравнение баланса напряжений, из которого определяется ток в цепи индуктора  $\dot{I}(j\omega, t)$ :

$$\dot{U} = \dot{I}R_{AC} + j\omega\dot{\Psi}, \quad (2)$$

где  $\dot{U}$  — заданное напряжение сети;  $\dot{\Psi}$  — потокосцепление индуктора,  $\dot{\Psi} = \frac{w}{S_s} \int 2\pi r \dot{A}_\phi dS$ ;  $R_{AC}$  — активное сопротивление индуктора, неизвестное и

медленно меняющееся во времени (для его определения далее будет рассмотрена дополнительная полевая задача на микроуровне).

Температурные зависимости параметров материала реактора выбраны следующие [11]:

$$\sigma(T) = \frac{1}{\rho_0(1 + \alpha(T - T_0))}, \quad (3)$$

$$\mu(T) = \begin{cases} 1 + (\mu_r - 1)(1 - (T - T_0)/T_K)^2, & T_0 \leq T \leq T_K, \\ 1, & T > T_K, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\rho_0$  — удельное сопротивление материала реактора при начальной температуре  $T_0$ ;  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления;  $\mu_r$  — относительная магнитная проницаемость реактора при начальной температуре;  $T_K$  — температура точки магнитных превращений — температура Кюри. Следует заметить, что поскольку при наличии большого зазора между индуктором и реактором электромагнитный процесс в стали соответствует ненасыщенному участку кривой намагничивания, нелинейная зависимость  $\mu_r$  от напряженности магнитного поля не учитывалась.

В качестве граничных условий для электромагнитной задачи были заданы условия симметрии относительно оси  $OA$  (см. рис. 1, б) и условие магнитной изоляции на внешних границах:  $\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{H}} = 0$ , где  $\dot{\mathbf{H}}$  — напряженность магнитного поля;  $\mathbf{n}$  — единичный вектор внешней нормали.

3. Уравнение теплопроводности:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \lambda \nabla T = \begin{cases} Q & \text{в области } \Omega_1, \\ 0 & \text{в областях } \Omega_3 - \Omega_5. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $\rho$ ,  $c_p$  и  $\lambda$  — плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность материала соответствующей среды (средние значения в исследуемом температурном интервале);  $Q$  — средняя за период удельная мощность источника теплоты, обуславливающая индукционный нагрев стенок реактора наведенными токами,

$$Q = \frac{\dot{J}_\phi \dot{J}_\phi^*}{\sigma} = \omega^2 \sigma (\dot{A}_\phi A_\phi^*),$$

где  $\dot{J}_\phi$  — действующее значение плотности наведенного тока,  $\dot{J}_\phi = -j\omega\sigma\dot{A}_\phi$ ;  $A_\phi^*$  — комплексно-сопряженное значение магнитного потенциала. В

области индуктора  $\Omega_2$ , учитывая использование на практике системы водяного охлаждения, температура была принята постоянной и равной  $70^\circ\text{C}$ .

Для тепловой задачи принято граничное условие Неймана  $\partial T / \partial r = 0$  на оси симметрии (граница  $OA$ ), а на внешних границах расчетной области  $ABCO$  (рис. 1, б) задана температура окружающей среды  $T = T_0$ . Поскольку передача теплоты конвекцией и излучением весьма незначительна по сравнению с ее передачей за счет теплопроводности, этими процессами пренебрегли.

Связанные задачи расчета электромагнитного (1), (2) и теплового (5) полей с учетом приведенных граничных условий и начальных условий вида  $T|_{t=0} = T_0$ ,  $\dot{A}_\varphi|_{t=0} = 0$  решались совместно методом конечных элементов с использованием программы Femlab 2.3 [12].

**Электромагнитная задача на микроуровне.** Для уточненного расчета электромагнитного процесса в витках индуктора индукционной установки (см. рис. 1, б) решается дополнительная полевая задача на микроуровне в окрестности одного центрального витка индуктора. При этом предполагается, что значения параметров этого витка приближаются к значениям параметров индуктора в целом. Расчетная область, содержащая единичный виток в центре индуктора (см. рис. 1, в), включает такие подобласти:  $\Omega_1$  — стенка реактора;  $\Omega_3$  — окружающая среда (воздух);  $\Omega_5$  — сыпучий материал;  $\Omega_6$  — виток индуктора.

Электромагнитный процесс на микроуровне описывается следующей системой дифференциальных уравнений в цилиндрической системе координат  $r'O'z'$  для векторного потенциала  $\dot{\mathbf{A}}' = (0, \dot{A}'_\varphi, 0)$ :

$$\begin{aligned} j\omega\sigma(T)\dot{\mathbf{A}}' + \nabla' \times ((\mu_0\mu(T))^{-1} \nabla' \times \dot{\mathbf{A}}') &= 0 \text{ в области } \Omega_1; \\ j\omega\sigma_B \dot{\mathbf{A}}' + \nabla' \times (\mu_0^{-1} \nabla' \times \dot{\mathbf{A}}') &= \sigma_B \dot{U}_B / (2\pi r) \text{ в области } \Omega_6; \\ \nabla' \times (\mu_0^{-1} \nabla' \times \dot{\mathbf{A}}') &= 0 \text{ в областях } \Omega_3, \Omega_5 \end{aligned} \quad (6)$$

и интегральным выражением для неизвестного напряжения на витке  $\dot{U}_B$

$$\dot{I} = \sigma_B \int_{S_B} (-j\omega \dot{A}'_\varphi + \dot{U}_B / (2\pi r')) dS_B, \quad (7)$$

где  $S_B$  — площадь поперечного сечения единичного витка индуктора;  $\sigma_B$  — электропроводность материала витка (меди); ток в витке  $\dot{I}$  равен току в цепи индуктора, определяемому из уравнения (2).

Следует заметить, что в модели (6) также учтено изменение электропроводности  $\sigma(T)$  и магнитной проницаемости  $\mu(T)$  материала реактора (стали) при его нагреве согласно выражениям соответственно (3) и (4).

Начальные и граничные условия в локальной области  $O_1A_1B_1C_1$  (см. рис. 1, в) выбираются в соответствии с решением электромагнитной задачи на макроуровне, в частности задавались условие симметрии относительно оси  $O_1A_1$  и условие магнитной изоляции ( $\mathbf{n}\dot{\mathbf{H}}=0$ ) на остальных границах.

При решении электромагнитной задачи на микроуровне (6) находится распределение плотности тока по сечению единичного витка индуктора  $\mathbf{J}' = -j\omega\sigma_{\text{в}}\dot{A}'_{\varphi} + \sigma_{\text{в}}\dot{U}_{\text{в}} / (2\pi r')$  и затем рассчитывается мощность джоулевых потерь по формуле

$$P_{\text{Дж}} = \frac{1}{\sigma_{\text{в}}} \int_S |\mathbf{J}'|^2 2\pi r' dS. \quad (8)$$

С учетом (8) эквивалентное сопротивление индуктора, имеющего число витков  $w$ , находим в виде

$$R_{AC} = wP_{\text{Дж}} / (II^*). \quad (9)$$

Значение сопротивления, определяемое в каждый момент времени по формуле (9), используется в выражении (2) для решения электромагнитной задачи на макроуровне.

**Решение электротепловой задачи на двух пространственных уровнях.** Численная реализация модели. Нелинейные электромагнитные задачи (1), (2) и (6), (7), а также нестационарная тепловая задача (5) решались численно, как связанные задачи, методом конечных элементов с использованием пакета моделирования Femlab 2.3 [12]. Решение задачи на микроуровне (в объеме одного витка) обеспечивало определение эквивалентного сопротивления индуктора, которое затем использовалось в задаче на макроуровне для расчета тока в индукторе и других зависящих от тока характеристик нагрева.

В электромагнитных расчетах с повышением частоты питающего напряжения в области стенок реактора для учета скин-эффекта была задана более мелкая сетка. Оценку правильности выбора конечно-элементного представления сплошной среды также проводили путем расчета на более мелкой сетке — число элементов увеличивалось приблизительно вдвое. При этом значения температуры в характерных точках системы изменялись не более чем на 2 %.

*Исходные данные для модельных расчетов.* Электротепловые процессы в индукционной системе зависят от геометрии, свойств системы, параметров индуктора и частоты питающего напряжения.

Рассмотрим случаи, когда исследуемая индукционная установка работает на промышленной частоте  $f=50$  Гц, а также на частотах  $f=400$  и  $f=$



= 1000 Гц. Размеры расчетной области  $OABC$  (см. рис. 1, б): внешний радиус и высота соответственно равны 0,35 м и 1,2 м. Время нагрева составляет  $t_k = 30$  мин. Температура окружающей среды  $T_0 = 20$  °С.

Параметры реактора следующие: длина  $l_1 = 0,9$  м; внутренний и наружный радиусы соответственно  $r_1 = 0,1$  м,  $r_2 = 0,136$  м; толщина стенки  $\Delta = 36$  мм; значение зазора между реактором и индуктором  $r_3 - r_2 = 0,04$  м.

Электро- и теплофизические характеристики стального реактора: сопротивление при начальной температуре  $T_0 = 20$  °С —  $\rho_0 = 0,098 \cdot 10^{-6}$  Ом·м; температурный коэффициент сопротивления  $\alpha = 0,0065$  К<sup>-1</sup>; плотность  $\rho = 7900$  кг/м<sup>3</sup>; теплопроводность  $\lambda = 71$  Вт/(м·К); теплоемкость материала  $c_p = 460$  Дж/(кг·К). Температура Кюри для стали принята  $T_K = 993$  К, что учитывалось при расчете магнитной проницаемости стального реактора  $\mu(T)$  по формуле (4).

Параметры многовиткового индуктора: размеры поперечного сечения 0,02 м × 0,7 м; наружный радиус  $r_4 = 0,196$  м. Обмотка индуктора — медная, число витков в обмотке  $w = 36$ . Сопротивление индуктора для всех значений частоты  $f$  на первой итерации решения электромагнитной задачи принято  $R_{AC} = 1,1$ ,  $R_{DC} = 6,8$  мОм, где  $R_{DC}$  — сопротивление индуктора на постоянном токе. Затем это значение уточнялось. В результате было найдено  $R_{AC} / R_{DC} = 1,09; 2,27; 3,59$  соответственно для частот  $f = 50; 400; 1000$  Гц. Действующее напряжение источника питания принято  $U = 110; 280; 470$  В при частоте соответственно  $f = 50; 400; 1000$  Гц. Выбор различных значений  $U$  связан с условием достижения температуры нагреваемого материала выше 1000 °С в течение заданного времени  $t_k$ .

Геометрия единичного массивного витка индуктора (см. рис. 1, в):  $a_1 = 16$  мм,  $a_2 = 8,4$  мм,  $b_1 = 18$  мм,  $b_2 = 10,4$  мм. Зазор между витками 3 мм. Ширина расчетной области для микрозадачи  $l_3 = 21$  мм, остальные размеры ( $r_1$ ,  $\Delta$ , длина отрезка  $O_1C_1$ ) соответствуют размерам макрозадачи (см. рис. 1, б).

В качестве нагреваемого материала, находящегося внутри реактора, выбран песок с такими теплофизическими параметрами:  $\rho = 1320$  кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda = 0,44$  Вт/(м·К);  $c_p = 720$  Дж/(кг·К).

*Расчетные характеристики индукционного нагрева.* Процесс преобразования энергии и нагрева в исследуемой индукционной установке характеризуется следующими величинами:

действующий ток в индукторе  $I(t)$  (рис. 2);

активная мощность, рассеиваемая в индукторе  $P_{и}(t) = I^2 R_{AC}$  (рис. 3);

электрический КПД установки (рис. 4, а), определяемый по формуле  $\eta = P_p(t) / P(t)$ , где  $P_p(t) = P(t) - P_{и}(t)$  — активная мощность, выделяемая в

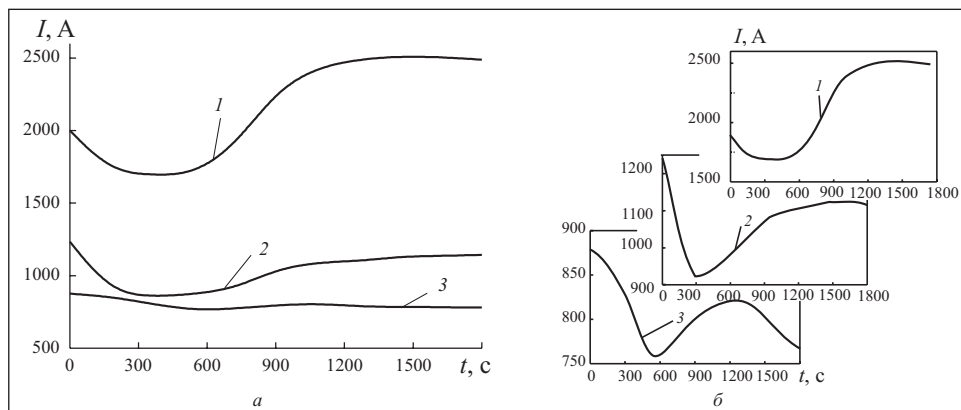


Рис. 2. Изменение во времени действующего значения тока  $I$  в цепи индуктора при различной частоте питающего напряжения: 1 —  $f=50$  Гц; 2 —  $f=400$  Гц; 3 —  $f=1000$  Гц

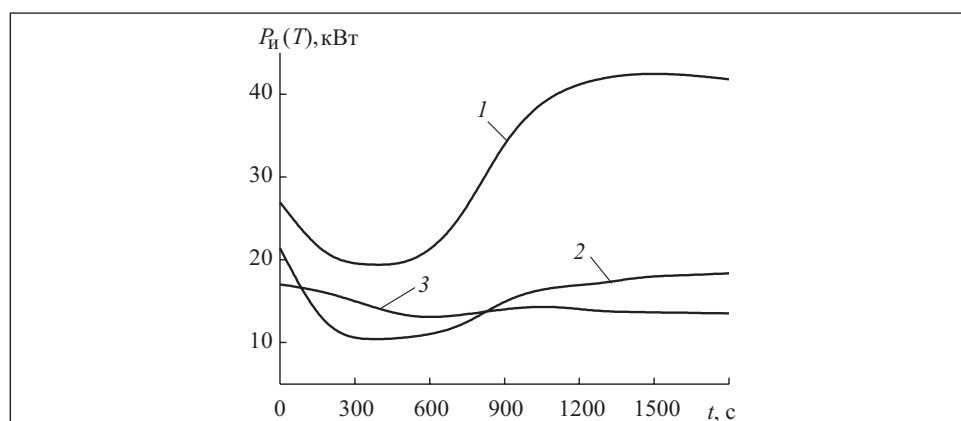


Рис. 3. Изменение во времени мощности, рассеиваемой в индукторе, при различных значениях частоты напряжения: 1 —  $f=50$  Гц; 2 —  $f=400$  Гц; 3 —  $f=1000$  Гц

реакторе;  $P(t) = \text{Re}(\dot{U} I^*)$  — активная мощность, потребляемая всей установкой [13];

коэффициент мощности (рис. 4, б)  $\cos\varphi = P(t)/S(t)$ , где  $S(t)$  — полная мощность установки, определяемая с учетом активной и реактивной мощностей согласно [13];

изменяющаяся во времени температура  $T$  нагреваемого материала и стенки реактора в характерных точках (рис. 5).

**Анализ результатов компьютерного моделирования.** Динамика изменения электрического тока в цепи индуктора при различной частоте источника питания представлена на рис. 2, на котором справа показано,

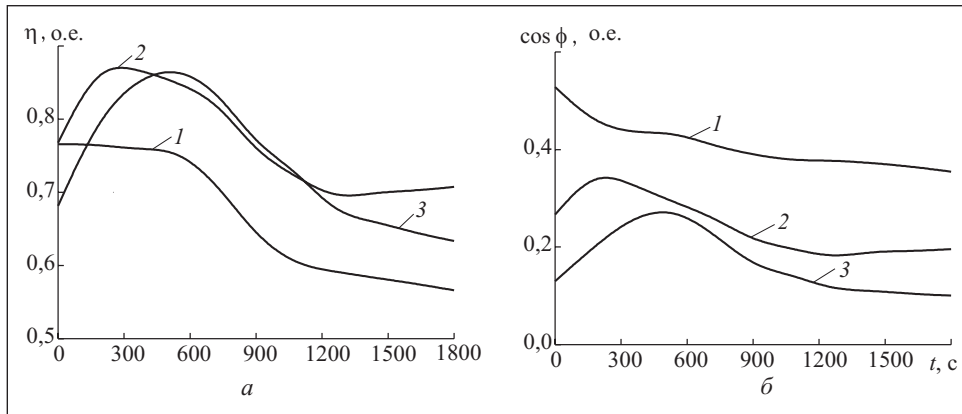


Рис. 4. Временные зависимости кпд установки (а) и коэффициента мощности (б) при различной частоте напряжения: 1 —  $f=50$  Гц; 2 —  $f=400$  Гц; 3 —  $f=1000$  Гц

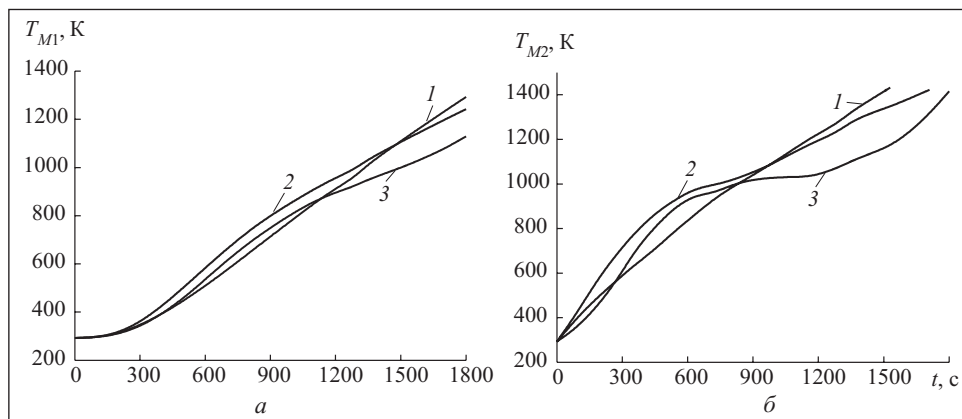


Рис. 5. Изменение во времени температуры (а) нагреваемого материала (в точке  $M_1$  на рис. 1, б) и температуры (б) стенки реактора (в точке  $M_2$  на рис. 1, б) при различной частоте: 1 —  $f=50$  Гц; 2 —  $f=400$  Гц; 3 —  $f=1000$  Гц

что характер изменения тока при различной частоте остается приблизительно одинаковым. На начальном интервале нагрева ток в индукторе уменьшается, поскольку происходит нагрев стенок реактора и уменьшается их электропроводность. Дальнейшее возрастание тока вызвано потерей магнитных свойств стенок реактора при нагреве выше температуры Кюри. Более детальное объяснение причин такого изменения тока приведено в работе [14].

Энергетические характеристики рассматриваемой установки показаны на рис. 3 и 4. Характер изменения мощности, рассеиваемой в индук-

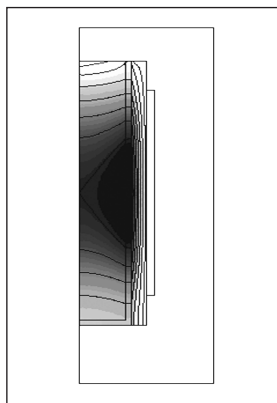


Рис. 6. Изолинии температурного поля в нагреваемой емкости при  $f = 50$  Гц в момент времени  $t = 1800$  с ( $T_{\max} = 1584$  К)

торе, идентичен характеру изменения тока в индукторе (см. рис. 2). Некоторое отличие заключается лишь в том, что рассеиваемая мощность на начальном интервале при  $f = 1000$  Гц оказывается выше, чем при  $f = 400$  Гц, так как несмотря на то, что ток при  $f = 1000$  Гц меньше, чем при  $f = 400$  Гц, эквивалентное сопротивление индуктора при  $f = 1000$  Гц выше. При переходе к более высокой частоте по сравнению с промышленной кпд установки в целом возрастает, что подтверждается графиками на рис. 4, а. В то же время, значение  $\cos\varphi$  уменьшается вследствие увеличения реактивного сопротивления установки, прямо пропорционального частоте (рис. 4, б).

Динамика нагрева стенок реактора и сыпучего материала, заполняющего его внутренний объем, показана на рис. 5. При низкой частоте реактор и материал нагреваются до заданной температуры (1200—1400 К) несколько быстрее.

Характерная картина распределения температурного поля  $T$  при частоте  $f = 50$  Гц в момент времени  $t = 1800$  с показана на рис. 6. Максимальная температура реализуется в центральной части стенки реактора. Наиболее нагретый материал находится в зоне, прилегающей к стенке.

Распределение плотности тока по сечению единичного витка индуктора и вдоль его центральной линии при частоте  $f = 400$  Гц, показанное на рис. 7, свидетельствует о существовании скин-эффекта и эффекта близости. Концентрация тока в приповерхностных зонах витка, обращенных к стальному реактору, с возрастанием частоты проявляется в большей степени.

С целью сравнения сопротивлений выполнен расчет индуктора, зависящего от частоты эквивалентного сопротивления, для двух случаев: без учета реактора  $R_{AC}^{(0)}$  и при наличии стального реактора  $R_{AC}$ .

Изменение эквивалентного сопротивления индуктора  $R_{AC}^{(0)}$  от частоты без наличия реактора показано на рис. 8, из которого видно, что значительное проявление скин-эффекта наблюдается при  $f \geq 400$  Гц, когда  $R_{AC}^{(0)} \approx 1,8R_{DC}$ , где  $R_{DC}$  — сопротивление индуктора при постоянном токе.

Временные зависимости эквивалентного сопротивления индуктора при наличии реактора показаны на рис. 9, из которого следует, что, во-первых, эквивалентное сопротивление индуктора незначительно изменяется во времени, и, во-вторых, с возрастанием частоты влияние магнитного поля, источником которого являются токи в стенках реактора, на

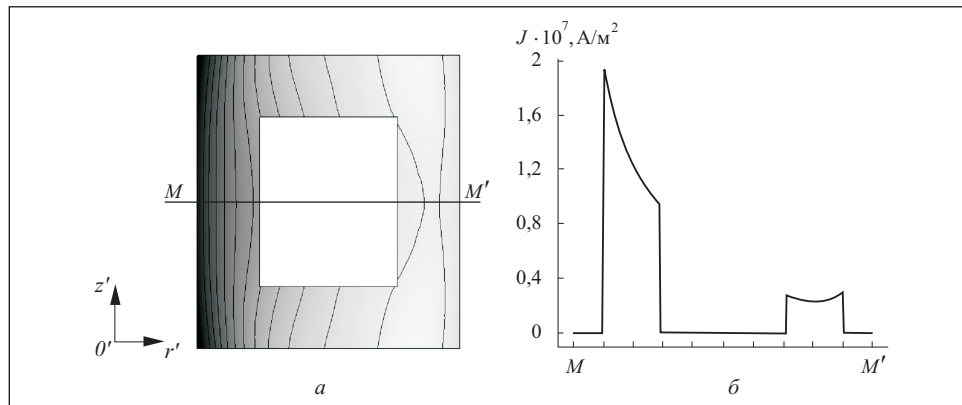


Рис. 7. Картина распределения плотности тока в сечении витка индуктора (а) и плотность тока вдоль центральной линии  $MM'$  (б) при частоте  $f=400$  Гц в момент времени  $t=1260$  с

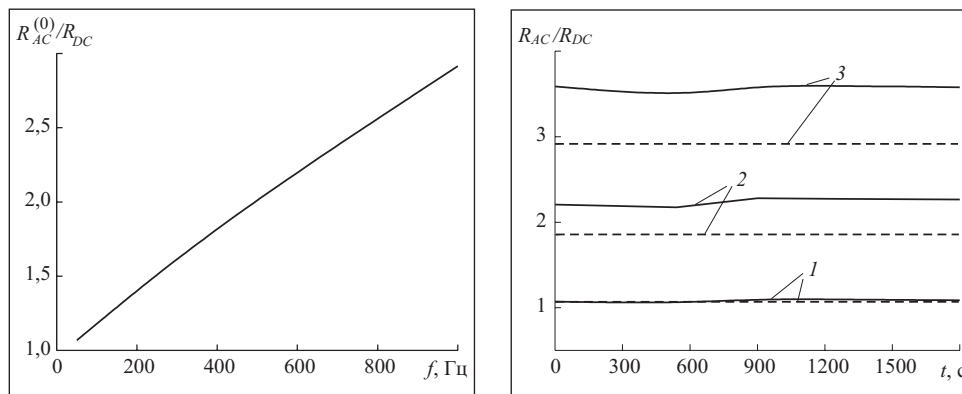


Рис. 8. Зависимость эквивалентного сопротивления индуктора от частоты без учета реактора (в долях от  $R_{DC}$ )

Рис. 9. Изменение во времени эквивалентного сопротивления индуктора при наличии реактора (сплошные кривые) и в случае его отсутствия (штриховые кривые) для различных значений частоты: 1 —  $f=50$  Гц; 2 —  $f=400$  Гц; 3 —  $f=1000$  Гц

эквивалентное сопротивление индуктора увеличивается, что является проявлением эффекта близости. Сравнивая значения эквивалентного сопротивления индуктора без реактора  $R_{AC}^{(0)}$  (штриховые линии) и индуктора с реактором  $R_{AC}$  (сплошные линии), видим, что при  $f > 400$  Гц, когда толщина скин-слоя в медном витке  $\delta \leq 3,7$  мм,  $R_{AC} \geq 1,22 R_{AC}^{(0)}$ . Это значит, что для данной установки при рабочей частоте  $f \geq 400$  Гц целесообразно решать электротепловую задачу по предложенной методике на двух пространственных уровнях. При низкой частоте ( $f < 400$  Гц) эквивалентное сопротивление индуктора может быть рассчитано для индуктора без реак-

тора и затем использовано при решении электротепловой задачи только на макроуровне. В этом случае ошибка в определении  $R_{AC}$  не превысит 20 % точного значения.

Расчетные зависимости на рис. 7—9 отражают результаты решения полевой задачи (6), (7) на микроуровне.

**Выводы.** В основу описанной методики уточненного расчета электромагнитных процессов в устройствах индукционного нагрева с учетом неравномерного распределения плотности тока в витках индуктора положено компьютерное моделирование электромагнитных процессов на двух пространственных уровнях: в объеме всей установки (макроуровне) и в единичном массивном витке индуктора (микроуровне). Предложенный подход позволяет определять зависящее от частоты и изменяющееся во времени эквивалентное сопротивление многовиткового индуктора с учетом скин-эффекта и эффекта близости в массивных витках, а также значение тока в индукторе при заданном напряжении.

Разработанную расчетную методику целесообразно применять в случае резкого скин-эффекта в витках индуктора (для исследуемой установки при  $f \geq 400$  Гц). Использование данной методики позволяет осуществлять выбор оптимальных значений рабочей частоты, числа витков и размеров водоохлаждаемой медной трубки индуктора.

A mathematical model and computation technique of electromagnetic and thermal processes in induction heating plants is presented. The nonuniformity of current density distribution in inductor turns is taken here into account. Computational estimate of combined electromagnetic and thermal processes is made in induction plant for heating loose material that fills the internal space of steel reactor - the tank of technological purpose. The dynamics of temperature change of reactor and heated material is investigated within 20 — 1000 °C at various values of power source frequency 50, 400 and 1000 Hz. The calculation technique may be effectively used for electromagnetic processes at two space levels at sharp skin effect in inductor conductors.

1. Rudnev V., Loveless D., Cook R., Black M. Handbook of induction heating. — Marcel Dekker, Inc., 2003. — 778 p.
2. Podoltsev A. D., Kucheryavaya I. N., Lebedev B. B. Analysis of effective resistance and eddy-current losses in multi-turn winding of high-frequency magnetic components //IEEE Trans. on Magnetics. — 2003. — Vol. 39, No. 1. — P. 539—548.
3. Acero J., Hernandez P. J., Burdio J. M., Alonso R., Barragan L. A. Simple resistance calculation in litz-wire planar windings for induction cooking appliances //Ibid. — 2005. — Vol. 41, No. 4. — P. 1280—1287.
4. Pleite J., Prieto R., Asensi R., Cobos J. A., Olias E. Obtaining a frequency-dependent and distributed-effects model of magnetic components from actual measurements// Ibid. — 1999. — Vol. 36, No. 6. — P. 4490—4502.
5. Lee J. H., Chung Y. K., Kwak H. R., Park I. H. Local electric field analysis for evaluation of charge transfer system using sequential subwindow technique// Ibid. — 2004. — Vol. 40, No. 2. — P. 679—682.

6. *Antropov V. P., Belashchenko K. D.* Multiscale modeling of hysteretic phenomena in magnets (invited)//J. of Applied Physics. — 2003. — Vol. 93, No. 10. — P. 6438—6443.
7. *Подольцев А. Д., Кучерявая И. Н.* Элементы теории и численного расчета электромагнитных процессов в проводящих средах. — Киев : Изд. Ин-та электродинамики НАН Украины, 1999. — 363 с.
8. *Ghoniem N. M., Busso E. P., Kioussis N., Huang H.* Multiscale modeling of nanomechanics and micromechanics: an overview//Philosophical Magazine. — 2003. — Vol. 83, No 31—34. — P. 3475—3528.
9. *Weinan E., Engquist B., Huang Z.* Heterogeneous multiscale method: a general methodology for multiscale modeling//Physical Review. — 2003. — В 67, 092101. — P. 1—4.
10. *Chitarin G., Guarnieri M., Stella A.* Transient behaviour of thick-walled axisymmetric windings: a lumped parameters approach//IEEE Trans. on Magnetics. — 1988. — Vol. 24, No. 1. — P. 205—208.
11. *Немков В. С., Демидович В. Б.* Теория и расчет устройств индукционного нагрева. — Л. : Энергоатомиздат, 1988. — 280 с.
12. *FEMLAB User's Guide and Introduction.* — FEMLAB 2.3. — COMSOL, Inc., 1994—2002. — 436 p.
13. *Атабеков Г. И.* Основы теории цепей. — М. : Энергия, 1969. — 424 с.
14. *Подольцев А. Д., Кучерявая И. Н.* Компьютерное моделирование электромагнитных и тепловых процессов при индукционном нагреве стального реактора с сыпучим материалом//Технічна електродинаміка. — 2005. — № 3. — С. 3—11.

Поступила 27.03.06

*ПОДОЛЬЦЕВ Александр Дмитриевич, д-р техн. наук, вед. науч. сотр. Ин-та электродинамики НАН Украины. В 1974 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — моделирование процессов в проводящих и диэлектрических средах со сложной структурой, а также в биологических системах.*

*КУЧЕРЯВАЯ Ирина Николаевна, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та электродинамики НАН Украины. В 1982 г. окончила Киевский государственный университет им. Т.Г.Шевченко. Область научных исследований — математическое моделирование и расчет электротепловых процессов в электротехнических и технологических установках.*