УДК 681.3: 681.51

В. А. Федорчук, канд. техн. наук
Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
тел. (044) 4243541, E-mail: fedva@ukr.net),
Ю. Д. Бойко,
Черкасский государственный технологический университет
(Украина, 18006, Черкассы, б-р Шевченко, 460,
тел. (0472) 43-74-67, E-mail: yuri.boyko@gmail.com)

Учет инерционности каналов управления при натурном моделировании динамических объектов

Предложен алгоритм восстановления непрерывных входных сигналов в инерционных каналах управления базового и моделируемого объектов по известному взаимному отображению их выходных сигналов.

Запропоновано алгоритм відновлення неперервних вхідних сигналів в інерційних каналах керування базового об'єкту і об'єкту, що моделюється, за відомим взаємним відображенням їхніх вихідних сигналів.

Ключевые слова: моделирование, инерционность, управление.

Для решения задачи обеспечения динамического подобия подвижных объектов разработан алгоритм отображения режимов динамики моделируемого и базового объектов при условии безынерционности каналов управления [1, 2]. Снимем это ограничение, приняв в качестве моделей связи входных и выходных переменных всех каналов управления инерционные звенья:

$$\tau_g \frac{du_g}{dt} + u_g = x_g(t), \; g = \{s, b\}. \tag{1}$$

Здесь u_s и u_b — векторы управлений моделируемого и базового объектов; τ_g — диагональная матрица постоянных времени каналов; x_g — вектор-функция управляющих сигналов, поступающих на органы управления. Для рассматриваемого в [1, 2] примера постоянные времени $\tau_1, ..., \tau_4, \tau_s$ имеют значения порядка секунд, а $\tau_e, \tau_d, \tau_a, \tau_z$ — порядка десятых долей секунды [3].

Управления u_g ограничены по величине и скорости нарастания. Области их определения имеют вид

$$R_{u_g} = [u_{g\,\min}, u_{g\,\max}],\ R_{du_g/(dt)} = \left[\frac{du_g}{dt}\min,\ \frac{du_g}{dt}\max\right]. \tag{2}$$

Как и в [1, 2], допускаемые в этих областях управления u_g будем строить в виде трапециевидных добавок к балансировочным значениям. Однако в связи с инерционностью управлений u_g алгоритм отображения $u_s \leftrightarrow u_b$ должен быть дополнен отображением $x_s \leftrightarrow x_b$. Эту подзадачу существенно упрощает тот факт, что выходные сигналы каналов управления имеют кусочно-линейную форму. Таким образом, требуемые значения u_g, du_g/dt для реализации задачи, обратной по отношению к (1), известны, и получение отображения $u_g \to x_g$ было бы тривиальным, если бы можно было реализовать разрывы входных функций x_g в моменты t_J, соответствующие изломам управлений u_g (точкам, в которых производные du_g/dt терпят разрыв). Требование непрерывности сигналов x_g приводит к смягчению критичности режимов в окрестностях моментов излома управлений. При этом минимальное отклонение от критического режима достигается при кусочно-линейном сигнале в интервале $[t_{J-1}, t_{J+1}]$, содержащем момент t_J излома управления. Остается найти отображение $u_g(t_J) \leftrightarrow x_g(t_J)$.

Стандартное дифференциальное уравнение первого порядка

$$dy/dt + p(t)\,y = q(t)$$

с непрерывными функциями $p(t)$, $q(t)$ и его решение

$$y = \left(y_0 + \int_{t_0}^{t} q(x)\, e^{\int_{t_0}^{x} p(x)dx}\, dx\right) e^{-\int_{t_0}^{x} p(x)dx}$$

для каждой компоненты u управлений u_g запишем в виде

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{x}{\tau} = q(t), \tag{3}$$

$$u = \left(u_{ts} + \int_{ts}^{t} q(\xi)\, e^{\frac{\xi - ts}{\tau}}\, d\xi\right) e^{-\frac{t-ts}{\tau}}, \tag{4}$$

где опущены индексы компонент u, постоянных времени τ и компонент q).

Таким образом, на интервале $[t_{J-1}, t_{J+1}]$ входные сигналы $q(t)$ имеют вид

$$q = b_0 + b_1(t - t_s),\ \frac{dq}{dt} = b_1,\ \frac{d^2q}{dt^2} = 0. \tag{5}$$

При этом на интервале $[t_{J-1}, t_J]$

$$b_0 = q_{J-1},\ b_1 = \frac{q_J - q_{J-1}}{t_J - t_{J-1}},$$

а на интервале $[t_J, t_{J+1}]$

$$b_0 = q_J,\ b_1 = \frac{q_{J+1} - q_J}{t_{J+1} - t_J}.$$

Интеграл в (4) для q, определяемого выражением (5), принимает значение

$$I = \int_{t_s}^{t} q(\xi)\, e^{\frac{\xi - t_s}{\tau}}\, d\xi = \tau \left\{ e^{\frac{t-t_s}{\tau}} [b_0 + b_1(t - t_s - \tau)] - (b_0 + b_1\tau) \right\}.$$

Обозначив $\gamma_t = e^{t - t_s/\tau}$, решение (4) запишем в виде

$$u = u_{t_s} ... \gamma_t + \tau\,(b_0(1-\gamma_t) + b_1(t - t_s - \tau\,(1-\gamma_t))). \tag{6}$$

Из (6) для моментов t_J, t_{J+1} получаем соотношения

$$u_J = u_{J-1}\gamma_J + \tau \left[q_{J-1}(1-\gamma_J) + \frac{q_J - q_{J-1}}{t_J - t_{J-1}} (t_J - t_{J-1} - \tau\,(1-\gamma_J)) \right], \tag{7}$$

$$u_{J+1} = u_J\gamma_{J+1} + \tau \left[q_J(1-\gamma_{J+1}) + \frac{q_{J+1} - q_J}{t_{J+1} - t_J} (t_{J+1} - t_J - \tau\,(1-\gamma_{J+1})) \right]. \tag{8}$$

После подстановки (7) в (8) находим искомое значение входного сигнала q_J в точке излома t_J:

$$q_J = \frac{\dfrac{u_{J+1} - \gamma_J\gamma_{J+1}u_{J-1}}{\tau} + c_{J-1}q_{J-1} + c_{J+1}q_{J+1}}{c_J}, \tag{9}$$

где

$$c_{J-1} = \left(\tau \frac{1-\gamma_J}{t_J - t_{J-1}} - \gamma_J \right)\gamma_{J+1},\ c_J = \tau \left(\frac{1-\gamma_{J+1}}{t_{J+1} - t_J} - \gamma_{J+1} \frac{1-\gamma_J}{t_J - t_{J-1}} \right),$$

$$c_{J+1} = 1 - \tau \frac{1-\gamma_{J+1}}{t_{J+1} - t_J}.$$

Таким образом, в моменты t_J, соответствующие разрывам производных du_g / dt управлений, полученных отображением $u_s \leftrightarrow u_b$ без учета инерционности каналов управления, искомое отображение непрерывных входных и выходных сигналов с учетом инерционности каналов управления имеет вид

$$x(t_J) = q(t_J)\tau \leftrightarrow u(t_J), \tag{10}$$

где $q(t_J)$ и $u(t_J)$ вычисляются по (9) и (7).

В точках t_c непрерывности производных du_g / dt управлений, полученных отображением $u_s \leftrightarrow u_b$ без учета инерционности каналов управления, по-прежнему остается

$$x(t_c) = \tau \frac{du(t_c)}{dt} + u(t_c). \tag{11}$$

Соотношения (7) — (11) определяют искомое отображение $x_s \leftrightarrow x_b$ непрерывных законов управления моделируемым и базовым объектами с учетом инерционности каналов управления. Аналогично можно построить отображение управлений при связях входных и выходных переменных каналов управления, определяемых дифференциальными уравнениями выше первого порядка.

The algorithm of continuous input signals restoration in the inertia control channels is offered for base and modeled objects by the known mutual reflection of their output signals.

1. *Верлань А. Ф., Владимиров В. М.* Алгоритм взаимного отображения управлений моделируемого и базового объектов для обеспечения заданной точности их динамического подобия // Зб. наук. праць Ін-ту проблем моделювання в енергетиці НАН України. — Львів : вид-во СВІТ, 1998. — Вип. 3. — С. 110—114.
2. *Владимиров В. М.* Оценка возможности натурного моделирования критических режимов динамики объектов на их подвижных имитаторах. // Там же. — Черкаси: вид-во ІУБ, 1998. — Вип. 6. — С. 169—180.
3. *Верлань А. Ф., Ефимов И. Е., Шаталов В. Н.* Методы обеспечения подобия подвижных тренажеров летательных аппаратов. — Киев, 1977. — 65 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т электродинамики; 128).

Поступила 03.12.07

ФЕДОРЧУК Владимир Анатольевич, канд. техн. наук, докторант Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1984 г. окончил Каменец-Подольский государственный педагогический ин-т. Область научных исследований — математическое моделирование управляемых электромеханических систем.

БОЙКО Юрий Давидович, специалист «Gelonor Jnc.», Менло Парк, США. В 1985 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — компьютерные средства моделирования и управления.