УДК 681.3

Б. Б. Нестеренко, д-р техн. наук, **М. А. Новотарский**, канд. техн. наук
Ин-т математики НАН Украины
(Украина, 01601 Киев, 4, ГСП, ул. Терещенковская, 3,
тел. (044) 2340407; E-mail: model@imath.kiev.ua, novotar@yandex.ru)

Эквивалентное представление моделей сложных дискретных систем с помощью алгебры процессов

(Статью представил д-р техн наук А. Ф. Верлань)

Рассмотрена алгебра процессов, ориентированная на описание параллельных структур, функционирующих с использованием реальной рабочей нагрузки. Определены основные понятия поведенческой эквивалентности моделей, представленных маркированными системами с переходами. Дано определение и изложены основные свойства строгого взаимного подобия моделей. На основании полученных свойств разработаны прямой и ускоренный алгоритмы определения строгого взаимного подобия.

Розглянуто алгебру процесів, яка орієнтована на опис паралельних структур, що функціонують з використанням реального робочого навантаження. Визначено основні поняття поведінкової еквівалентності моделей, представлених маркованими системами з переходами. Дано визначення і викладено основні властивості строгої взаємної подібності моделей. На підставі отриманих властивостей розроблено прямий і прискорений алгоритми визначення строгої взаємної подібності.

Ключевые слова: алгебра процессов, поведенческая эквивалентность, строгое взаимное подобие.

В современном мире нас окружают дискретные системы, созданные вследствие развития новейших технологий. Под дискретными системами понимают системы, изменяющие свои состояния только в дискретные моменты времени под действием определенных событий. Типичными примерами таких систем являются гибкие производственные комплексы, телекоммуникационные системы, параллельные многопроцессорные системы и др. Усовершенствование технологий ведет к расширению функциональных возможностей дискретных систем и, соответственно, к усложнению их структуры и принципов работы. Все более актуальными становятся задачи оптимизации упомянутых систем как на этапе разработки, так и на этапе эксплуатации. Поэтому одной из главных задач теории моделирования можно считать поиск новых инструментов формального описания дискретных систем, обладающих компактностью и гибкостью представления взаимосвязей компонент сложных систем, а также простыми средствами задания алгоритмов функционирования этих компонент. Такие требования к формальному описанию позволяют рассматривать его как базовое средство для создания программных модулей, моделирующих работу сложных дискретных систем, что обеспечивает эквивалентность модели в формальном представлении и программном виде, а также дает возможность модифицировать формальное представление по результатам тестирования программной модели. Одним из важных свойств формального представления модели является масштабируемость. В случае, когда более сложная модель может быть представлена менее сложной при сохранении эквивалентности поведения, появляется возможность экономии ресурсов, необходимых для исследования свойств такой модели.

Расширение сферы применения моделей послужило стимулом к созданию большого числа формальных средств. Например, для определения, визуализации, проектирования и документирования программных систем используют унифицированный язык моделирования UML совместно с языком объектных ограничений OCL [1]. Эти языки также применяют при моделировании бизнес-процессов, системном проектировании и отображении организационных структур. С использованием таких понятий как класс, компонент, обобщение (generalization), объединение (aggregation) и поведение UML позволяет сконцентрироваться на проектировании или изучении архитектуры объекта, не вникая в особенности функционирования компонент и механизмы взаимодействия между ними.

Языки UML, ARIS [2] и другие языки объектного моделирования в силу своей универсальности не лишены ряда недостатков, среди которых можно отметить избыточность и неточную семантику. Именно эти недостатки часто становятся препятствием при попытке строгого определения эквивалентности модели и объекта моделирования.

Для преодоления данной проблемы используются низкоуровневые формальные средства, алгебры процессов, позволяющие строго обосновать эквивалентность выражений, исходя из отношений эквивалентности состояний и процессов как последовательностей этих состояний.

Алгебра процессов (процессное исчисление или теория процессов) — это метод формального описания сложных дискретных систем, обеспечивающий эквивалентное отображение их структуры и поведения [3, 4].

Популярность алгебр процессов объясняется удачным объединением формального подхода и возможности описания систем с помощью алгоритмических языков высокого уровня. В рамках формального описания объект моделирования рассматривается как система с активными компонентами, взаимодействующими между собой и с внешней средой в ходе эволюции. В роли активных компонент модели, отображающих соответствующие компоненты системы, выступают агенты или процессы.

Под процессами понимают некоторые логические структуры, описывающие объекты моделирования в виде последовательностей активностей, объединяемых с учетом причинно-следственных связей. Активность в алгебрах процессов описывает минимальное действие моделируемого компонента.

Следует различать два основных вида активностей: активности взаимодействия и вычислительные активности. Активности взаимодействия являются основными базовыми элементами инструментария высокоуровневого описания взаимодействия, передачи данных и синхронизации между множеством параллельных процессов. Вычислительные активности представляют наименьшие единицы ресурсов, используемых для преобразования информации внутри компонент. Совокупность упомянутых активностей составляет алфавит алгебры процессов:

$$Act = \Lambda \cup \Psi, \tag{1}$$

где Λ — множество активностей взаимодействия, Ψ — множество вычислительных активностей.

Процесс, как логическая структура, всегда имеет начало, конец и текущее состояние. Например, процесс изготовления единицы продукции состоит из установления перечня комплектующих материалов, сборки изделия, его наладки и завершается проведением контрольного тестирования. После этого изделие может быть упаковано и отправлено на склад готовой продукции. Каждый из этих этапов процесса P с заданной степенью детализации может быть представлен одной или несколькими активностями:

$$P := a_1.a_2.a_3.nil, \tag{2}$$

где a_1 — активность установления перечня комплектующих материалов; a_2 — активность сборки изделия; a_3 — активность наладки и финального тестирования; nil — служебная активность, удаляющая ресурсы.

Активности отделяются одна от другой точкой и выполняются слева направо. Последней всегда стоит активность nil, предназначенная для освобождения ресурсов процесса. Выполненные активности процесса не отображаются, поэтому текущей всегда является крайняя левая активность. Из этого правила вытекает префиксная запись процесса $\varphi.P'$, суть которой состоит в том, что она представляет некоторый процесс P, выполняющий сначала вычислительную активность φ, а затем ведущий себя как процесс P'.

Предлагаемая алгебра процессов дополнительно включает следующие виды префиксных записей: $\langle\tau\rangle.P$, $\langle\tau \leftarrow t\rangle.P$, $a(x).P$, $\overline{a}(x).P$. Префиксная запись $\langle\tau\rangle.P$ представляет собой процесс, который должен быть сначала задержан на τ единиц модельного времени, а затем выполняться как процесс P. Если в ходе моделирования необходимо менять время задержки, то используют префиксную запись $\langle\tau \leftarrow t\rangle.P$, позволяющую установить время задержки τ, равное значению выражения t. Префиксная запись $a(x).P$ отображает ввод информации из внешней среды. Префиксная запись $\overline{a}(x).P$ задает вывод информации из активного процесса во внешнюю среду, затем данный процесс ведет себя как процесс P. Активности $a(x)$ и $\overline{a}(x)$ называют комплементарными активностями.

Рассматриваемая алгебра процессов позволяет также выполнять ряд групповых операций над активностями процесса. Основными из них являются переименование и сжатие. Операция переименования $P[K]$ обеспечивает переименование активностей процесса P в соответствии с множеством значений функции K, а операция сжатия $P \setminus A$ блокирует выполнение активностей, входящих во множество A. Эти операции позволяют модифицировать поведение процесса в ходе моделирования.

Иерархические свойства описания модели обеспечиваются введением операций клонирования, включения и сокрытия. Операция клонирования $k \times P$ порождает k идентичных процессов P, которые в ходе самостоятельного развития могут взаимодействовать между собой. Операция $C\{P\}$ задает конструкцию из процессов C и P, включающую процесс P в качестве субпроцесса процесса C. С помощью этой операции можно строить древовидные структуры процессов. Операция сокрытия $\varphi_P(C)$ позволяет скрывать выполнение субпроцесса P, входящего в главный процесс C, путем замены его некоторой вычислительной активностью φ.

Если с помощью алгебры процессов нужно описать поведение параллельной системы, то соответствующая модель будет содержать параллельные процессы. В данной ситуации актуальной становится задача определения правил взаимного сосуществования этих процессов. Такие функции выполняют операции выбора, параллельной композиции и взаимодействия. Если необходимо дать право дальнейшего развития только одному из группы параллельных процессов, то для выполнения этого действия актуальной является операция выбора.

В зависимости от критерия выбора будем рассматривать недетерминированный, управляемый и вероятностный выбор. Недетерминированный выбор $\sum\limits_{i \in I} P_i$ обеспечивает выбор одного из процессов P_i в момент времени, называемый моментом выбора. Управляемый выбор $\sum\limits_{i \in I} v_i!P_i$ введен для разрешения дальнейшего развития только тому процессу, для которого существует соответствующая логическая переменная $v_i = true$. Вероятностный выбор $\sum_{i \in I} w_i \# P_i$ для каждого из процессов P_i происходит с вероятностью w_i при условии, что $w_1 + ... + w_i + ... + w_I = 1$.

Операцию параллельной композиции $P| Q |...| C$ процессов P, Q и C используют в случаях, когда нет необходимости акцентировать внимание на характере взаимодействия между данными процессами, или когда такого взаимодействия не существует. Для более детальной спецификации взаимодействия определим, что между отдельным процессом и параллельной композицией процессов может происходить управляемая передача, синхронное взаимодействие или асинхронное взаимодействие.

Управляемой передачей от процесса P к параллельной композиции $P| Q |...| C$ будем называть операцию $P \triangleright Q| ...| C$, которая обеспечивает передачу информации от процесса P ко всем процессам параллельной композиции $Q| ...| C$ в момент свершения активности вывода в процессе P. Синхронное взаимодействие процесса P и параллельной композиции $Q| ...| C$ сводится к операции $P \leftrightarrow Q| ...| C$, обеспечивающей обмен информацией между процессом и параллельной композицией $Q| ...| C$ при условии одновременного выполнения комплементарных активностей в процессе P и в процессах упомянутой параллельной композиции. Асинхронное взаимодействие $P \triangleleft\triangleright Q| ...| C$ отличается от синхронного тем, что для приема или передачи информации не требуется ожидать момента возникновения комплементарных активностей.

Важной составляющей синтаксиса предлагаемой алгебры процессов являются также операции повторения активностей, входящих в состав процесса P. К таким операциям отнесем операции рекурсии и цикла. Операция рекурсии $\Re(X = P)$ обеспечивает повторение экземпляра процесса P присвоением его переменной X. Дополнительно введенная операция цикла $cycle[x](X = P)$ отличается от операции рекурсии тем, что число повторений известно до начала операции и определяется значением переменной цикла x.

Используя префиксную запись и описанные операции над процессами, можно задавать имитационную модель сложной дискретной системы в виде уравнений алгебры процессов. Эти уравнения позволяют описывать все множество сценариев имитационного моделирования, которые могут возникнуть в зависимости от ситуации, определяемой характером рабочей нагрузки. Такое описание имеет безусловные преимущества в гибкости, компактности и наглядности по сравнению с известными подходами. Однако в этом случае менее очевидными становятся вопросы эквивалентности описания модели и объекта моделирования. Поэтому необходимы дополнительные исследования условий возникновения данной эквивалентности.

Поведенческая эквивалентность. Важным вопросом в алгебре процессов является определение условий, при которых можно сказать, что один процесс демонстрирует эквивалентное поведение по отношению к другому процессу. Для определения этих условий введено понятие поведенческой эквивалентности, основанное на эквивалентном отношении состояний. Под состоянием системы будем понимать совокупность значений параметров, установленных в результате свершения активности.

Определение 1. Пусть P — процесс, а бинарное отношение R на P представляет собой множество $P \times P$ с состояниями $(p, q) \in R$ или pRq. Тогда эквивалентным отношением R на P будем называть бинарное отношение, соответствующее таким условиям:

R должно быть рефлексивным, т. е. pRp, qRq при $p,\ q \in P$;

R должно быть симметричным, т. е. из pRq следует qRp при $p,\ q \in P$;

R должно быть транзитивным, т. е. из pRq и qRz следует pRz при $p, q, z \in P$.

Условие рефлексивности бинарного отношения обеспечивает внутреннюю непротиворечивость процессов, эквивалентно отображающих внутренне непротиворечивые процессы. Условие транзитивности сохраняет эквивалентность во время пошаговой реализации модели в соответствии с ее описанием. Если описание задано в виде фрагментов системы, то на основании свойства транзитивности эквивалентное отношение совокупности таких фрагментов будет эквивалентно исходному описанию. Для того чтобы объект моделирования и его описание были взаимно подобными, необходимо также выполнение принципа симметричности.

Известно много определений поведенческой эквивалентности [5], актуальность которых зависит от цели моделирования. Их используют как для анализа параллельных систем, так и для отображения аспектов поведения компонентов систем. Простейший вид поведенческой эквивалентности может быть сведен к сравнению последовательностей активностей, входящих в состав сравниваемых процессов. Такие последовательности называют трассами или протоколами активностей [6].

Для формального определения поведенческой эквивалентности представим модель в виде маркированной системы с переходами: $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} \mid a \in A\})$, где Π — множество процессов, A — множество активностей и $\xrightarrow{a}$ — множество переходов при $\xrightarrow{a} \subseteq \Pi \times A \times \Pi$. В данном случае описание процесса Π представлено последовательностью состояний системы на момент начала выполнения активностей, принадлежащих множеству активностей A.

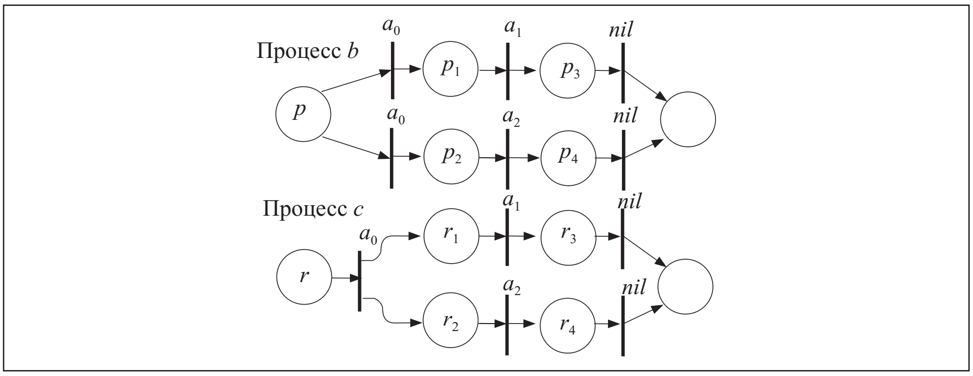

Рис. 1. Недетерминированные модели с одинаковыми трассами

Обозначим через U множество последовательностей, элементами которых являются активности $a_i \in A$ при $1 \le i \le n$, $|A| = n$. Если в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ существует последовательность активностей $u = a_1 ... a_n \in U$, $U \subseteq \Pi$, которая ведет к существованию перехода $q \xrightarrow{u} q'$ при условии, что существует последовательность переходов $q_i \xrightarrow{a_{i+1}} q_{i+1}$, где $0 \le i \le n-1$, $q = q_0$, $q' = q_n$, то u будем называть трассой для состояния q.

Определение 2. Пусть в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ множества $S\,(p)$ и $S\,(q)$ являются множествами всех допустимых трасс для состояний p и q. Тогда для данных состояний существует:

строгая поведенческая эквивалентность $p \equiv q$ при условии, что $S\,(p) = S\,(q)$ и $A \subseteq Act$;

слабая поведенческая эквивалентность $p \cong q$ при условии, что $S\,(p) = S\,(q)$ и $A \subseteq \Lambda$.

Поскольку состояние является базовым элементом маркированной системы с переходами, понятие поведенческой эквивалентности может быть распространено на всю систему.

Упомянутое определение эквивалентности поведения может быть использовано только для сравнения моделей систем, представленных детерминированными операторами, т. е. такими, которые не содержат неопределенностей. Проблема состоит в том, что наличие одинаковых трасс в недетерминированных моделях не гарантирует эквивалентного поведения. Например, пусть развитие процессов $b := a_0.a_1.nil + a_0.a_2.nil$ и $c := a_0.(a_1.nil + a_2.nil)$ начинается с состояний p и r, как показано на рис. 1. Тогда модели, описываемые процессами b и c, имеют одинаковые трассы: $S\,(p) = S\,(r) = \{a_0.a_1.nil\} \cup \{a_0.a_2.nil\}$. Однако для процесса b после активности a_0 всегда выполняется четко определенная активность, в то время как для процесса c происходит недетерминированный выбор следующей активности. Поэтому возникает необходимость уточнить понятие эквивалентности.

Строгое взаимное подобие. Взаимное подобие, основанное не только на требовании эквивалентности трасс, но и на достижении одинаковых активностей после выполнения текущих активностей, впервые было предложено в [7]. В случае взаимного подобия с разветвлением для эквивалентности соответствующих процессов добавляется условие прохождения одинаковых промежуточных активностей. Преимущество применения взаимного подобия состоит в возможности ссылки на определение подобия, исходя из общей теории систем, и построения доказательства на основе этого определения.

Определение 3. Пусть в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ существует отношение $R \subseteq \Pi \times \Pi$ и процессы $P, Q \subseteq \Pi$ с допустимыми состояниями $p, p' \in P, q, q' \in Q$ при $(p, q) \in R$. Тогда, если для произвольной активности a для каждого перехода $p \xrightarrow{a} p'$ существует состояние q' такое, что $q \xrightarrow{a} q'$ при $(p', q') \in R$, а для каждого перехода $q \xrightarrow{a} q'$ существует состояние p' такое, что $p \xrightarrow{a} p'$ при $(p', q') \in R$, то отношение R будем называть строгим взаимным подобием, если $a \in Act$. Состояния p и q будем называть строго взаимно подобными $p \sim q$, если существует отношение R, которое содержит (p, q) при $a \in Act$.

Докажем основные свойства строгого взаимного подобия для маркированной системы с переходами, основываясь на положениях общей теории систем.

Теорема 1. В маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ строгое взаимное подобие является эквивалентным отношением.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть множество процессов Π маркированной системы с переходами содержит процессы $P, Q \subseteq \Pi$, каждый из которых включает состояния $p, p' \in P$ и $q, q' \in Q$. Для того чтобы состояния $p \sim q$ соответствовали эквивалентному отношению на R, $(p, q) \in R$, необходимо, в соответствии с определением 1, доказать его рефлексивность, симметричность и транзитивность. Исходя из определения 3, введем замену p' на p и q' на q. Тогда получим систему, в которой существует активность a, являющаяся причиной тождественных переходов между состояниями, а именно: $p \xrightarrow{a} p$ и $q \xrightarrow{a} q$. Очевидно, что в такой системе подмножествами множества R будут бинарные отношения: $I_p = \{(p, p) | \, p \in P\}, I_q = \{(q, q) | \, q \in Q\}$.

Поскольку $I_p, I_q \subseteq R$ являются отношениями идентичности, они рефлексивны. Для симметричности $p \sim q$ необходимо доказать, что существует $q \sim p$. Исходя из условия строгого взаимного подобия $(p, q) \in R$. Тогда

$R^{-1} = \{(q, p) | (p, q) \in R\}$. Очевидно, что R^{-1} также является отношением взаимного подобия. Отсюда $p \sim q$ и $q \sim p$ взаимно симметричны.

Если строгое взаимное подобие транзитивно, то строгие взаимные подобия состояний $p \sim q$ и $q \sim z$ предопределяют $p \sim z$. Согласно условию $p \sim q$, поэтому соответственно $(p, q) \in R'$, поскольку $q \sim z$, $(q, z) \in R''$. Рассмотрим бинарное отношение $R = \{(p, z) | (p, q) \in R'(q, z) \in R''\}$ для некоторого q. Поскольку R' и R'' — отношения строгого взаимного подобия, R также является отношением строгого взаимного подобия. Отсюда вытекает, что строгое взаимное подобие транзитивно. Теорема доказана.

Теорема 2. Наибольшим строгим взаимным подобием будем называть объединение всех допустимых отношений взаимного подобия. Тогда в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ строгое взаимное подобие является наибольшим строгим взаимным подобием.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим, как и в предшествующем случае, процессы $P, Q \subseteq \Pi$, каждый из которых включает состояния $p, p' \in P$ и $q, q' \in Q$. Исходя из условия теоремы, $\sim = \bigcup\{R\}$, где R — отношение взаимного подобия. Итак, необходимо доказать, что $\bigcup\{R\}$ также является отношением взаимного подобия. Для этого должны выполняться следующие условия:

если $(p, q) \in \bigcup\{R\}$ и $p \xrightarrow{a} p'$, то существует состояние q' такое, что $q \xrightarrow{a} q'$ при $(p', q') \in \bigcup\{R\}$;

если $(p, q) \in \bigcup\{R\}$ и $q \xrightarrow{a} q'$, то существует состояние p' такое, что $p \xrightarrow{a} p'$ при $(p', q') \in \bigcup\{R\}$.

Пусть $(p, q) \in \bigcup\{R\}$, тогда существует такое отношение взаимного подобия R, что $(p, q) \in R$. Поскольку R — отношение взаимного подобия и $p \xrightarrow{a} p'$, существует состояние q' такое, что $q \xrightarrow{a} q'$ при $(p', q') \in R$. Соответственно свойствам симметричности для $q \xrightarrow{a} q'$ существует состояние p' такое, что $p \xrightarrow{a} p'$ при $(p', q') \in R$. Но пара состояний $(p', q') \in \bigcup\{R\}$, т. е. строгое взаимное подобие, включает все отношения взаимного подобия и является наибольшим строгим взаимным подобием. Теорема доказана.

Теорема 3. В маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$, включающей процессы $P, Q \subseteq \Pi$ с допустимыми состояниями $p, p' \in P$ и $q, q' \in Q$, для произвольной активности a два состояния $p \sim q$ тогда и только тогда, когда для перехода $p \xrightarrow{a} p'$ существует переход $q \xrightarrow{a} q'$ такой, что $p' \sim q'$, а для перехода $q \xrightarrow{a} q'$ существует переход $p \xrightarrow{a} p'$ такой, что $p' \sim q'$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Поскольку, в соответствии с определением трасс для состояний в маркированных системах с переходами, для каждого перехода $p \xrightarrow{a} p'$ существует состояние q' такое, что $q \xrightarrow{a} q'$ при

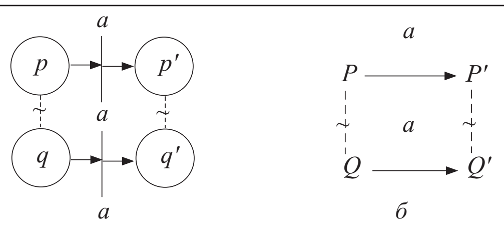

Рис. 2. Строгое взаимное подобие состояний p и q (*а*) и процессов P и Q (*б*)

$(p', q') \in R$, для произвольной активности a существуют два состояния $p \sim q$ при условии, что для перехода $p \xrightarrow{a} p'$ существует переход $q \xrightarrow{a} q'$ такой, что $p' \sim q'$. Аналогично, если для каждого перехода $q \xrightarrow{a} q'$ существует состояние p' такое, что $p \xrightarrow{a} p'$ при $(p', q') \in R$, для произвольной активности a существуют два состояния $p \sim q$ при условии, что для перехода $q \xrightarrow{a} q'$ существует переход $p \xrightarrow{a} p'$ такой, что $p' \sim q'$.

Итак, прямое утверждение данной теоремы непосредственно вытекает из определения строгого взаимного подобия. Для доказательства обратного утверждения необходимо показать, что строгое взаимное подобие $p \sim q$ содержит отношение (p, q). Доказательство упомянутого факта базируется на конструктивном подходе к формированию множества R отношений взаимного подобия. Для доказательства $p \sim q$ прежде всего необходимо включить во множество R отношение (p, q), поскольку для того чтобы прямое доказательство было корректным, каждому переходу $p \xrightarrow{a} p'$ из состояния p должен соответствовать переход $q \xrightarrow{a} q'$ из состояния q для некоторого состояния q' такого, что $(p', q') \in R$. Сформируем сначала множество R путем объединения всех отношений взаимного подобия в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$. Поскольку в соответствии с теоремой 2 строгое взаимное подобие является наибольшим взаимным подобием, $R = (p, q) \cup R$. Следовательно, множество отношений R содержит элемент (p, q). Теорема доказана.

Опираясь на теорему 2, можно сделать вывод о том, что в ходе эволюции строго взаимно подобные системы остаются строго взаимно подобными. На этом факте базируется определение строго взаимно подобных процессов.

Графическое изображение строгого взаимного подобия состояний p и q показано на рис. 2, *а*.

Определение 4. Два процесса, P и Q, называют строго взаимно подобными и обозначают $P \sim Q$ только при условии, если для произвольной активности a существует отношение строгого взаимного подобия R такое, что процессы P и Q строго взаимно подобны, т. е. PRQ (рис. 2, *б*).

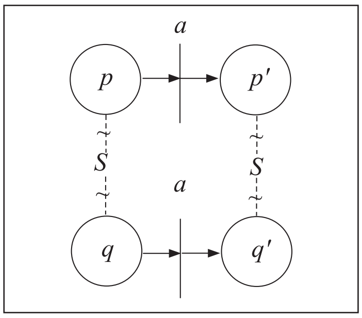

Рис. 3. Квазистрогое взаимное подобие состояний p и q

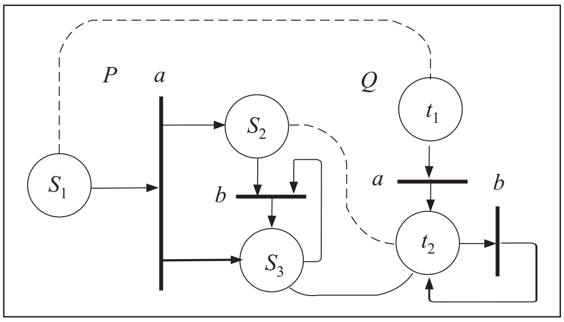

Рис. 4. Графическое представление эквивалентных моделей

Мы рассмотрели определение классического строгого взаимного подобия и его свойства. Согласно определению 3 особенность данного вида эквивалентности состоит в том, что она выполняется для всех без исключения сравниваемых состояний. Но на практике иногда важно рассматривать строгое взаимное подобие только подмножеств процессов, если, например, известно, что остальные процессы сравниваемых систем соответствуют условиям строгого взаимного подобия.

Определение 5. Пусть в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ существует отношение $S \subseteq \Pi \times \Pi$ и процессы $P, Q \subseteq \Pi$ с допустимыми состояниями $p, p' \in P, q, q' \in Q$ при $(p, q) \in S$. Тогда, если для произвольной активности a для каждого перехода $p \xrightarrow{a} p'$ существует состояние q' такое, что $q \xrightarrow{a} q'$ при $p' \sim S \sim q'$, а для каждого перехода $q \xrightarrow{a} q'$ существует состояние p' такое, что $p \xrightarrow{a} p'$ при $p' \sim S \sim q'$, то отношение S будем называть квазистрогим взаимным подобием, если $a \in Act$.

Графическое изображение квазистрогого взаимного подобия состояний p и q показано на рис. 3. Соотношение между строгим взаимным подобием и квазистрогим взаимным подобием определим следующей теоремой.

Теорема 4. Если в маркированной системе с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} | \, a \in A\})$ отношение S — это отношение квазистрогого взаимного подобия, то полное объединение всех возможных отношений квазистрогого взаимного подобия со строгим взаимным подобием $(\sim \cup S)$ является отношением строгого взаимного подобия и $S \subseteq \sim$.

Доказательство. Пусть в маркированной системе с переходами существуют процессы $P, Q \subseteq \Pi$ с допустимыми состояниями $p, p' \in P$ и $q, q' \in Q$. Обозначим $K = (\sim \cup S)$ и рассмотрим pKq, где $(p, q) \in K$. Из условия pKq очевидно, что $p \sim q$ и pSq. Отношение $p \sim q$ является эквивалентным отношением по условию. Для доказательства эквивалентности pSq необходимо показать, что это отношение, в соответствии с определением 1, является рефлексивным, симметричным и транзитивным.

В соответствии с определением 5 введем замену p' на p и q' на q. Если существует общая активность a, то она является причиной тождественных переходов $p \xrightarrow{a} p$ и $q \xrightarrow{a} q$. Поэтому в заданной системе подмножество I множества S содержит бинарные отношения $I = \{(p, p), (q, q)\}$. Поскольку $I \subseteq S$ содержит элементы отношения идентичности, они являются рефлексивными.

Симметричность квазистрогого взаимного подобия, т. е. эквивалентность отношений pSq и qSp вытекает из симметричности определения 5. Строгое доказательство данного факта аналогично приведенному в теореме 1.

Транзитивность строгого взаимного подобия состояний pSq предполагает наличие состояния z такого, что $pSzSq$. Пусть существует переход $p \xrightarrow{a} p'$. Тогда согласно определению 5 для некоторого z существует переход $z \xrightarrow{a} z'$ и $p'S\,z'$, поскольку pSz. Аналогично, если существует переход $z \xrightarrow{a} z'$, то для некоторого q справедливо наличие перехода $q \xrightarrow{a} q'$ и $z'Sq'$ при условии zSq. Отсюда $p'Sq'$ при pSq. Следовательно, K является отношением строгого взаимного подобия. Но $S \subseteq K$, поэтому $S \subseteq \sim$. Теорема доказана.

Прямой алгоритм определения строгого взаимного подобия моделей состоит в непосредственном применении определения 3 ко всем состояниям, образующим бинарные отношения. Рассмотрим маркированную систему с переходами $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} \mid a \in A\})$, которая включает процессы $P, Q \subseteq \Pi$ с допустимыми состояниями $\{s_1, s_2, s_3\} \subseteq P$ и $\{t_1, t_2\} \subseteq Q$ на множестве активностей $A = \{a, b\}$, и множества переходов:

$$\xrightarrow{a} = \{(s_1, s_2), (s_1, s_3), (t_1, t_2)\}, \xrightarrow{b} = \{(s_2, s_3), (s_3, s_3), (t_2, t_2)\}.$$

Пример графического представления данной системы моделей, представленных процессами P и Q, показан на рис. 4.

Определим строгое взаимное подобие состояний $s_1 \sim t_1$, задав бинарное отношение $R = \{(s_1, t_1), (s_2, t_2), (s_3, t_2)\}$. Нужно доказать, что R является отношением строгого взаимного подобия, т. е. соответствует условию определения 3. С этой целью для каждой пары состояний, входящей в отношение R, необходимо исследовать все возможные переходы первого состояния и определить, совпадают ли они с соответствующими переходами второго состояния. Совпадение переходов следует понимать как тот факт, что они происходят под действием одной и той же активности. Дальнейшие шаги алгоритма состоят в последовательной проверке всех элементов отношения R.

Элемент $(s_1, t_1) \in R$.

1. Переходы из состояния s_1:

$$s_1 \xrightarrow{a} s_2 \text{ соответствует } t_1 \xrightarrow{a} t_2 \text{ при } (s_2, t_2) \in R;$$

$$s_1 \xrightarrow{a} s_3 \text{ соответствует } t_1 \xrightarrow{a} t_2 \text{ при } (s_3, t_2) \in R.$$

2. Переходы из состояния t_1:

$$t_1 \xrightarrow{a} t_2 \text{ соответствует } s_1 \xrightarrow{a} s_2 \text{ при } (s_2,\, t_2) \in R;$$

$$t_1 \xrightarrow{a} t_2 \text{ соответствует } s_1 \xrightarrow{a} s_3 \text{ при } (s_3,\, t_2) \in R.$$

Элемент $(s_2,\, t_2) \in R$.
1. Переходы из состояния s_2:

$$s_2 \xrightarrow{b} s_3 \text{ соответствует } t_2 \xrightarrow{b} t_2 \text{ при } (s_3,\, t_2) \in R.$$

2. Переходы из состояния t_2:

$$t_2 \xrightarrow{b} t_2 \text{ соответствует } s_2 \xrightarrow{b} s_3 \text{ при } (s_3,\, t_2) \in R.$$

Элемент $(s_3,\, t_2) \in R$.
1. Переходы из состояния s_3.

$$s_3 \xrightarrow{b} s_3 \text{ соответствует } t_2 \xrightarrow{b} t_2 \text{ при } (s_3,\, t_2) \in R.$$

2. Переходы из состояния t_2:

$$t_2 \xrightarrow{b} t_2 \text{ соответствует } s_3 \xrightarrow{b} s_3 \text{ при } (s_3,\, t_2) \in R.$$

Следовательно, R является отношением строгого взаимного подобия, т. е. $s_1 \sim t_1$. Аналогично может быть доказано строгое взаимное подобие $s_2 \sim t_2$ и $s_3 \sim t_2$. Для этого необходимо определить соответствующие бинарные отношения. В первом случае $R = \{(s_2,\, t_2),\, (s_3,\, t_2)\}$, а во втором — $R = \{s_3,\, t_2\}$. Проверка соответствия переходов дает возможность убедиться в том, что упомянутые состояния являются строго взаимно подобными.

Такой подход к определению строгого взаимного подобия достаточно громоздкий, поскольку число проверок возрастает пропорционально 2^{n^2}, где n — число состояний, подлежащих проверке. Его практическое применение возможно только на небольших моделях. Поэтому актуальным является поиск алгоритмов, позволяющих сократить число проверок.

Ускоренный алгоритм определения строгого взаимного подобия. Альтернативным подходом к установлению строгого взаимного подобия является поиск хотя бы одной пары состояний $s \not\sim t$, противоречащей условию строгого взаимного подобия моделей. Такой поиск может быть проведен в виде последовательного алгоритма (рис. 5), с помощью которого сначала необходимо доказать, что $s \not\sim t$. Если этот факт не доказан, то следующий шаг состоит в доказательстве $s \sim t$.

Пусть $(\Pi, A, \{\xrightarrow{a} \mid a \in A\})$ — маркированная система с переходами, включающая процессы P, $Q \subseteq \Pi$ с допустимыми состояниями $\{s_i\}_{i=1}^{n} \subseteq P$ и $\{t_i\}_{i=1}^{m} \subseteq Q$ при $n, m \in N$, где N — множество натуральных чисел.

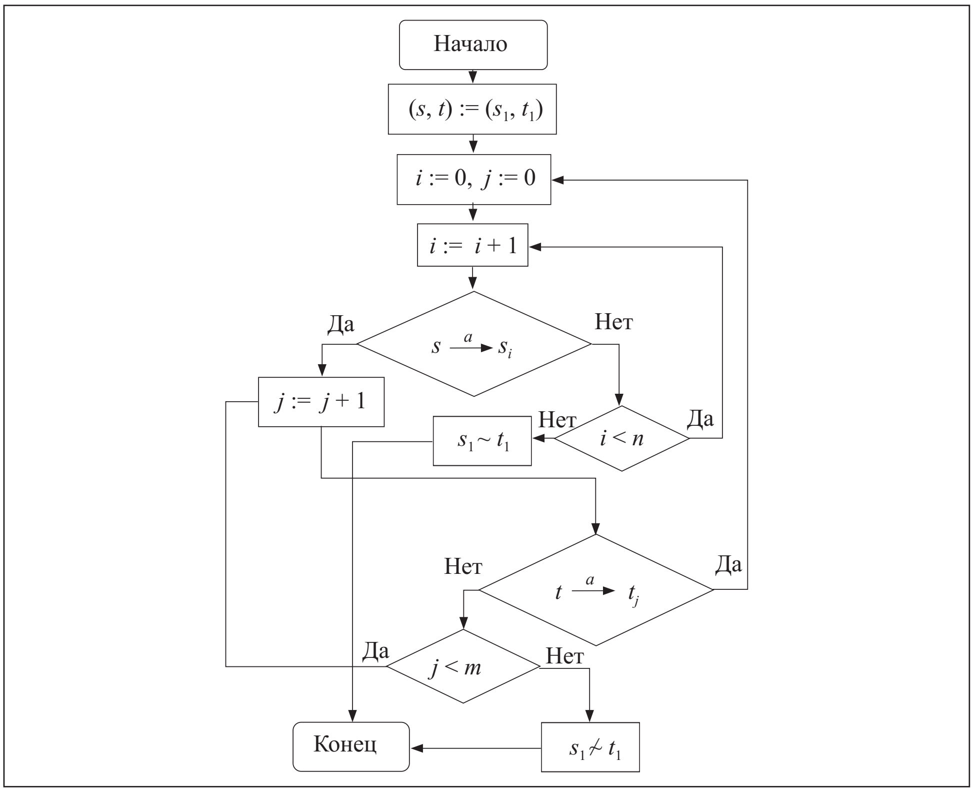

Рис. 5. Блок-схема алгоритма определения строгого взаимного подобия

Система также включает множество активностей $A=\{a_k\}_{k=1}^{z}$, $z \in N$, и множество переходов $\xrightarrow{a} \subseteq \Pi \times \Pi$, $a \in A$. Тогда ускоренный алгоритм определения строгого взаимного подобия начинается с рассмотрения первой пары состояний $(s_1, t_1) \in \Pi \times \Pi$, которая всегда является первой текущей парой состояний.

Обозначим произвольную текущую пару состояний (s, t) и зададим последовательность шагов ее обработки:

1. Выполнить переход $s \xrightarrow{a} s_i$ из состояния s в некоторое произвольное состояние $s_i \in \Pi, 1 \le i \le n$.

2. При условии, что переход $s \xrightarrow{a} s_i$ успешно выполнен, выполнить переход $t \xrightarrow{a} t_j$ из состояния t в некоторое произвольное состояние $t_j \in \Pi, 1 \le j \le m$.

3. При условии, что успешно выполнены переходы $s \xrightarrow{a} s_i$ и $t \xrightarrow{a} t_j$, установить новую текущую пару состояний $(s,\ t) := (s_i, t_j)$.

Алгоритм может иметь несколько вариантов развития в зависимости от выбора перехода, который происходит на первом шаге обработки текущей пары состояний. Функционирование алгоритма продолжается, пока не будет достигнута максимально возможная последовательность пар состояний, начиная с начальной пары (s_1, t_1). Алгоритм останавливается при невозможности выполнения перехода на первом или на втором шаге обработки текущей пары состояний. Если независимо от стратегии выбора перехода алгоритм останавливается на первом этапе обработки текущей пары состояний, то считают, что $s_1 \sim t_1$, а в случае остановки на втором шаге — $s_1 \nsim t_1$. Если всегда возможно выполнение перехода как на первом, так и на втором шаге, считают, что состояния s_1 и t_1 являются строго взаимно подобными.

Выводы. Возрастающая сложность дискретных систем требует непрерывного совершенствования формальных средств их описания. Одним из современных средств такого описания являются алгебры процессов. Дальнейшее развитие алгебр процессов направлено на повышение адекватности представления объектов моделирования путем расширения синтаксических конструкций и семантических правил. Предложенная алгебра процессов создана для моделирования сложных дискретных вычислительных систем, ориентированных на реализацию параллельных алгоритмов с реальной рабочей нагрузкой. Такой характер рабочей нагрузки требует особого внимания к эквивалентности представления объекта моделирования. На основе общей теории систем найдены подходы к определению поведенческой эквивалентности, заданы условия существования строгого взаимного подобия и определены его основные свойства.

Изложенные теоретические исследования позволили создать ускоренный алгоритм проверки строгого взаимного подобия как между системой и ее моделью, так и между различными моделями данной системы.

The process algebra is considered which is on the parallel structure orientated description. The structures function with real working load. The basic concepts are determined for behavioral equivalence of models submitted by labeled transition systems. Definition is formed and the basic properties are stated for strong mutual model similarity. The direct and accelerated algorithms are developed for determination of strong mutual similarity on the basis of the received properties.

1. *Буч Г., Якобсон А., Рамбо Дж.* UML. Классика CS. — СПб. : Питер, 2006. — 736 с.
2. *Ильин В. В.* Моделирование бизнес-процессов. Практическое использование ARIS. — М. : Изд. дом «Вильямс» , 2006. — 176 с.
3. *Хоар Ч.* Взаимодействующие последовательные процессы. — М. : Мир, 1989. — 264 с.
4. *Bergstra J. A., Middelburg C. A., Stefanescu Ch.* Network algebra for asynchronous dataflow // International Journal of Computer Mathematics. — 1997. — Vol. 65. — P. 57—88.

5. *De Nicola R.* Extensional Equivalence for Transition Systems // Acta Informatica.— 1987. — Vol. 24, № 2 .— P. 211—237.
6. *Main M.* Trace, failure and testing equivalences for communicating processes // International Journal of Parallel Programming. — 1987. — Vol. 16, № 5.— P. 383—400.
7. *Milner R.* Communication and Concurrency. —N. Y. : Prentice Hall, 1995. — 272 p.

Поступила 11.04.07;
после доработки 13.09.07

НЕСТЕРЕНКО Борис Борисович, д-р техн. наук, зам. директора Ин-та математики НАН Украины. В 1965 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — разработка параллельных методов и исследование нелинейных процессов.

НОВОТАРСКИЙ Михаил Анатольевич, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та математики НАН Украины. В 1979 г. окончил Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — разработка и исследование формальных средств описания параллельных процессов.