УДК 517.933+531.01

М. В. Шамолин, д-р физ.-мат. наук
Ин-т механики Московского государственного
университета им. Ломоносова
(Россия, 119899, Москва, Мичуринский пр., д. 1,
тел. (495) 9395143, E-mail: shamolin@imec.msu.ru)

Диагностика неисправностей в одной системе непрямого управления*

(Статью представил д-р техн. наук А.Ф. Верлань)

Рассмотрен модельный пример диагностики неисправностей в системе непрямого управления объектом, движение которого описывается нелинейными обыкновенными дифференциальными уравнениями третьего порядка. Эта система впервые изучена Б.В. Булгаковым. В использованном алгоритме диагностирования выбрана сфера контроля, когда каждой неисправной системе ставится в соответствие некоторая постоянная величина, и с ней по определенным правилам осуществляется сравнение чисел, полученных в процессе интегрирования уравнений и характеризующих функциональное состояние системы.

Розглянуто модельний приклад діагностики несправностей у системі непрямого управління об'єктом, рух якого описується нелінійними звичайними диференціальними рівняннями третього порядку. Цю систему вперше вивчено Б.В. Булгаковим. У використаному алгоритмі діагностування обрано сферу контролю, коли кожній несправній системі ставиться у відповідність якась постійна величина, і з нею за визначеними правилами виконується порівнювання чисел, отриманих у процесі інтегрування рівнянь і характерних для функціонального стану системи.

Ключевые слова: задача дифференциальной диагностики, система непрямого управления, диагностирование, сфера контроля.

Задача дифференциальной диагностики функционального состояния объектов управления, в решение которой значительный вклад внес И. Т. Борисенок [4, 7—13], может быть сведена к двум самостоятельным последовательно решаемым задачам: задаче контроля, т.е. установлению критерия наличия неисправности в системе, и задаче диагностирования, т.е. поиску происшедшей неисправности [1—8]. Критерием наличия неисправности в системе может быть выход траектории объекта на некоторую заранее выбранную поверхность. Неисправность может произойти в любой заранее неизвестный

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 08-01-00231-а).

момент времени движения объекта в любой точке внутри данной поверхности контроля [9—11].

Исходной информацией при решении задачи контроля является математическая модель движения рассматриваемого объекта, ограниченная область ее начальных условий и априорный список математических моделей движения объекта с той или иной возможной неисправностью. По этой информации может быть выбрана поверхность контроля [12, 13].

Задача диагностирования может быть решена путем последующего слежения за траекторией объекта после ее выхода на поверхность контроля. При этом необходимо, чтобы процесс диагностики совершался во время движения объекта, был осуществлен в течение весьма краткого интервала времени, например за полупериод или за четвертую часть периода быстрых колебаний объекта, и не требовал дополнительного приборного обеспечения. Эти обстоятельства иногда не позволяют использовать довольно громоздкие алгоритмы теории идентификации и приводят к необходимости построения алгоритмов непрерывной экспресс-диагностики.

Рассмотрим управляемую динамическую систему, движение которой может быть описано обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$x' = f_0(x,t),\ x(t_0) = x^0 \in S^0,\ \ t_0 \le t \le T_0, \tag{1}$$

где x — n-мерный фазовый вектор системы; $f_0(x,t)$ — непрерывная вектор-функция; S^0 — известная с центром в начале координат и радиуса R^0 сфера начальных значений; T_0 — конечное время.

Предположим, что тривиальное решение системы (1) асимптотически устойчиво и описывает желаемое движение, которое обеспечивается во времени в рассматриваемой области пространства системой управления (СУ) посредством функции $u(t)$. Структура СУ (управление $u(t)$) и соответствующие параметры выбираем, исходя из цели управления и условий устойчивости системы (1), полученных, например, с помощью некоторой функции Ляпунова $v(x,t) > 0$. Систему (1), удовлетворяющую перечисленным условиям, обычно называют исправной [3, 4, 14, 15].

Пусть в СУ движением данного объекта может произойти l неисправностей. Формально определим неисправность следующим образом. Априори известно, что в некоторый случайный момент времени t правая часть системы (1) изменяется каким-либо из l способов. При этом система (1) заменяется одной из систем следующего вида:

$$x' = f_j(x,t),\ x(t_0) = x^0 \in S^0,\ \ t_0 \le t < T_0,\ \ j = 1, ..., l\,. \tag{2}$$

Фазовая траектория системы (1) после возникновения неисправности непрерывно продолжается некоторой траекторией одной из систем вида (2).

Предположим, что наблюдение за некоторыми компонентами фазового вектора (данные компоненты, как известно, образуют вектор контроля $y(t)$ [9—13], размерность которого m, очевидно, не превзойдет размерности n фазового вектора $x(t)$), дает возможность судить о том, что система вида (2) исправна или что в этой системе произошла неисправность. Задачу контроля сформулируем так.

В фазовом пространстве вектора контроля $y(t)$ требуется построить сферу S_R радиуса R такую, чтобы фазовые траектории вектора контроля при интегрировании системы (1) с начальными условиями из некоторой выбранной сферы S^0 в течение времени $t < T_0 - t_0$ лежали внутри сферы S_R, а траектории систем вида (2) пересекались со сферой S_R.

Пусть фазовая траектория системы (1) находится в малой окрестности начала координат, а неисправности таковы, что они доставляют неустойчивость тривиального решения системы (1) [16—18]. В некоторый случайный момент времени происходит неисправность, т.е. непрерывный переход на траекторию одной из систем вида (2), которая выходит из окрестности начала координат.

В этом случае, проводя розыгрыш начальных условий x^0 из ограниченного множества S^0 и с этими начальными условиями интегрируя систему (1) на интервале времени $[t_0, T_0]$, можно построить m ансамблей фазовых портретов координат вектора контроля $y(t)$. За сферу контроля S_R можно выбрать сферу, охватывающую объем ансамблей.

Изложенный подход позволяет решать задачу контроля и в случае, когда среди систем вида (2) имеются устойчивые системы (т.е. системы, тривиальное решение которых асимптотически устойчиво). Траектории $y(t)$ таких систем, выходящие из сферы S^0, также должны пересекать сферу S_R.

Рассмотрим сферу контроля S_R и квадратичную форму $(y, y') = 0$. Этим уравнением для каждой из систем вида (2) определяется объем траекторий вектора контроля. Границу этого объема изнутри будем аппроксимировать некоторой конической поверхностью, пересечение которой со сферой S_R обозначим через S_R^j, $j = 1, \ldots, l$. Фазовые траектории вектора контроля $y(t)$, полученные интегрированием j-й системы вида (2) с начальными условиями из сферы $S^0 (R^0 < R)$, будут выходить из сферы S_R через множество S_R^j. Те множества S_R^j, которые не пересекаются с другими траекториями вектора контроля, определяют номер неисправности. В противном случае j-я гипотеза отбрасывается сразу (см. также [7, 8, 12, 13]).

Таким образом, уже при решении задачи контроля можно уменьшить список систем вида (2) и даже диагностировать некоторые неисправности.

Далее в качестве модельного примера рассмотрим систему с непрямым управлением, которая впервые изучена Б. В. Булгаковым [19]:

$$T^2\eta'' + U\eta' + k\eta = T^2\xi,\ \xi' = \varphi(\sigma),\ \sigma = a\,\eta + E\,\eta' + G^2\eta'' - \frac{1}{l}\xi\,. \qquad (3)$$

Здесь T^2 — постоянная, характеризующая инерционность объекта управления; $U>0$ и $k>0$ — его естественное демпфирование и восстанавливающая сила; a, E, G^2, l — постоянные параметры системы управления. Величина $\varphi(\sigma)$ принадлежит классу так называемых допустимых функций и удовлетворяет условиям $\varphi(\sigma)=0$ при $\sigma=0$ и $\sigma\varphi(\sigma)>0$ при $\sigma\neq 0$. Устойчивость системы (3) изучена также в работах [20, 21].

Будем считать, что в задаче (3) параметры T^2, U, k не изменяются в процессе движения, а параметры a, E, G^2, l в процессе движения могут претерпевать изменения. Сначала необходимо найти условия асимптотической устойчивости тривиального решения системы (3) в пространстве ее параметров.

Достаточные условия устойчивости. Уравнения (3) запишем в следующей форме ($\eta = x_1$, $\eta' = x_1' = x_2$):

$$x' = Ax + b\xi\,,\ \xi' = \varphi(\sigma),\ \sigma = C^* x - \rho\xi\,. \qquad (4)$$

Здесь

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix},\ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{pmatrix};$$

$$a_1 = \frac{U}{T^2} > 0,\quad a_2 = \frac{k}{T^2} > 0,\quad \rho = \frac{1}{l} - G^2;$$

$$\gamma_1 = E - U\frac{G^2}{T^2},\quad \gamma_2 = a - k\frac{G^2}{T^2};$$

звездочкой обозначено транспонирование. Матрица A в (4) является «устойчивой», поскольку корни ее характеристического уравнения $\det(A-\lambda E) = \lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$ имеют отрицательные действительные части (E — единичная матрица).

Приведем уравнения (4) к виду ($x' = \zeta$)

$$\zeta' = A\zeta + b\varphi(\sigma),\ \sigma' = C^*\zeta - \rho\varphi(\sigma)\,. \qquad (5)$$

При этом для невырожденности преобразования координат

$$\zeta = Ax + b\xi,\ \sigma = C^* x - \rho\xi \qquad (6)$$

необходимо и достаточно, чтобы определитель

$$\begin{vmatrix} A & b \\ C^* & -\rho \end{vmatrix} \neq 0 \tag{7}$$

был отличен от нуля. Поскольку $|A| = a^2 \neq 0$, из (7) получаем условие

$$\rho \neq -C^* A^{-1} b = \frac{\gamma^2}{a_2} \quad \text{или} \quad a \neq \frac{1}{l}\frac{k}{T^2}. \tag{8}$$

Задача состоит в определении такой области значений параметров регулятора, при которых гарантируется асимптотическая устойчивость тривиального решения системы (5).

Функцию Ляпунова запишем в форме Лурье—Постникова [22, 23]:

$$V = \zeta^* B\zeta + \int_0^\sigma \varphi(\sigma)\, d\sigma.$$

В силу уравнений (5) справедливо следующее:

$$-V|^*_{(5)} = (\zeta^* \quad \varphi)\begin{pmatrix} C & d \\ d^* & \rho \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \zeta \\ \varphi \end{pmatrix}, \tag{9}$$

где

$$-C = A^* B = BA\,, \; -d = Bb + \frac{1}{2}C\,. \tag{10}$$

Пусть

$$B = \begin{pmatrix} p_0 & q_0 \\ q_0 & r_0 \end{pmatrix}, \; C = \begin{pmatrix} p & q \\ q & r \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что если выполнены неравенства

$$p > 0, \; r - q^2 > 0\,, \tag{11}$$

то матрица C положительно определена. Из второго неравенства (11) следует, что

$$r > 0\,. \tag{12}$$

Из первого равенства (10) находим

$$p = 2a_2 q_0, \; q = a_1 q_0 + a_2 r_0 - p_0, \; r = 2(a_1 r_0 - q_0)\,. \tag{13}$$

Определитель системы (13) относительно неизвестных p_0, q_0, r_0 равен $4a_1 a_2 > 0$, поэтому данная система имеет единственное решение:

$$p_0 = \frac{1}{2}\frac{a_1^2 + a_2}{a_1 a_2}\, p - q + \frac{1}{2}\frac{a_2}{a_1} r, \; q_0 = \frac{1}{2}\frac{1}{a_2}\, p, \; r_0 = \frac{1}{2}\frac{1}{a_1 a_2}\, p + \frac{1}{2}\frac{1}{a_1} r. \tag{14}$$

Используем далее модификацию Лурье. На выбор параметров системы (5) наложим ограничение, положив $d = 0$. Тогда в соответствии с (10), учитывая (14), получаем два соотношения:

$$p + a_2\gamma_2 = 0, \;\; p + ra_2 + a_1a_2\gamma_1 = 0\,. \qquad (15)$$

Из первого равенства (15), в силу первого условия (11), следует, что $\gamma_2 < 0$, а из второго равенства (15), в соответствии с неравенством (12), заключаем, что и $\gamma_1 < 0$. Исключая p из (15), с учетом неравенства (12) получаем $\gamma_2 > a_1\gamma_1$. Таким образом, имеем три условия устойчивости параметров системы (3):

$$\gamma_1 < 0, \;\; \gamma_2 < 0, \;\; \gamma_2 > a_1\gamma_1. \qquad (16)$$

К этим условиям необходимо добавить условие, вытекающее непосредственно из (9):

$$\rho > d^* C^{-1} d = 0\,. \qquad (17)$$

Неравенства (16) и (17) являются достаточными условиями асимптотической устойчивости тривиального решения рассматриваемой системы. Запишем их в виде исходных обозначений:

$$E < U\frac{G^2}{T^2}; \;\; 0 < k\frac{G^2}{T^2} - a < \frac{U}{T^2}\left(U\frac{G^2}{T^2} - E\right); \;\; G^2 < \frac{1}{l}\,. \qquad (18)$$

Рассмотрим пространство параметров a, E, G^2. В этом пространстве условия (18) задают область $\overline{Y}$, целиком принадлежащую области Y, и соответствуют асимптотической устойчивости тривиального решения исходной системы. Область $\overline{Y}$ ограничена следующими плоскостями:

$$G^2 = \frac{ET^2}{U}; \quad G^2 = \frac{aT^2}{k};$$

$$G^2 = \frac{1}{l}; \;\; G^2 = T^2\frac{a - \dfrac{EU}{T^2}}{k - \dfrac{U^2}{T^2}}.$$

Условие (8) невырожденности преобразования (6) удовлетворяется во всех внутренних точках этой области. Номинальные значения $\overline{a}$, $\overline{E}$, $\overline{G^2}$ параметров a, E, G^2 выбираем внутри области $\overline{Y}$.

Рассмотрим численный пример и алгоритмы решения задачи диагностики [5, 15].

Исправная система. Пусть параметры объекта управления рассматриваемой системы (3) имеют значения

$$T = 1,\ U = 0{,}4,\ k = 1, \tag{19}$$

а параметры a, E, G^2 СУ объектом — номинальные значения из области $\overline{Y}$:

$$\overline{a} = 0{,}5\,,\ \overline{E} = 0{,}2,\ \overline{G^2} = 0{,}5\,. \tag{20}$$

Кроме того, будем считать, что «параметр обратной связи» удовлетворяет условию

$$l = 1. \tag{21}$$

Тривиальное решение системы (3) с параметрами (19)—(21) асимптотически устойчиво. Эту систему и будем считать исправной.

В качестве замкнутой области начальных условий H выберем шар внутри сферы S_r радиуса r:

$$H : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le r^2. \tag{22}$$

Если выбрать $r = 0{,}7$, то любая траектория системы (3) с параметрами (19)—(21) и начальными условиями из области (22) за конечное время вернется в H и не выйдет оттуда, т.е. будет лежать в области притяжения начала координат.

Выбор сферы контроля S_R. При выборе сферы контроля S_R радиуса R использована идея метода статистических испытаний [13, 24, 25]. Выбор точки в пространстве параметров осуществлен так. Параметры a , E, G^2 приняты независимыми нормально распределенными случайными величинами с математическими ожиданиями $\overline{a}$, $\overline{E}, G^2$ и дисперсиями $\sigma_a^2 = 0{,}03$, $\sigma_E^2 = 0{,}005$ и $\sigma_{G^2}^2 = 0{,}03$, обеспечивающими близкую к единице вероятность попадания в область $\overline{\overline{Y}} \subset \overline{Y}$, имеющую следующие параметры:

$$\overline{\overline{Y}} : \overline{a} \pm 3\sigma_a,\ \overline{E} \pm 3\sigma_E,\ \overline{G^2} \pm 3\sigma_{G^2}. \tag{23}$$

Для выбора точки в области H начальных условий будем полагать, что при любых фиксированных параметрах из только что построенной области $\overline{\overline{Y}}$ область H начальных условий целиком погружена в область притяжения начала координат. В этом случае любая траектория, начинающаяся из области H, за конечное время вернется в H и уже не выйдет оттуда. Обозначим через X_H область фазового пространства, заполненную траекториями системы, начинающимися в области H. Для отыскания границ множества X_H достаточно рассмотреть только те траектории, которые начинаются со сферы S_r, а в качестве поверхности контроля выбрать сферу S_R, охватывающую множество X_H.

Начальные условия считаем независимыми и равномерно распределенными по следующей сфере:

$$S_r : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0{,}7^2. \tag{24}$$

Точку в пространстве параметров $\overline{\overline{\overline{Y}}}$ (23) и точку в пространстве начальных условий на сфере S_r (24) выбираем независимо одну от другой. В качестве сферы S_R выбрана сфера радиуса $R = 1$, целиком содержащая множество X_H из более чем 600 траекторий.

Неисправные системы. Рассмотрим три неисправные системы вида (3) с параметрами, приведенными в табл. 1, где 1 — неисправен датчик угловой скорости, 2 — неисправен прибор, вырабатывающий сигнал, пропорциональный угловому ускорению, 3 — оборвана обратная связь в исполнительном органе. Все описанные неисправности имеют различную физическую природу и различные размерности, т.е. являются невырожденными. Все эти неисправности создают неустойчивость тривиального решения рассматриваемой системы. Интегрирование уравнений системы (3) с параметрами, соответствующими неисправным системам, начиналось из точек, равномерно распределенных на сфере S_r радиуса $r = 0{,}7$.

Выбор констант M_j. Каждая система уравнений (3) с параметрами a, E, G^2, l, соответствующими неисправным системам типа 1—3 (см. табл. 1), проинтегрирована 450 раз. Всякий раз после выхода фазовой траектории в момент времени τ_0 на сферу S_R радиуса $R = 1$ на интервале времени $[\tau_0, \tau_0 + \tau]$, где $\tau = 0{,}2$ с, для различных $N = 1, 3, 5$ осуществлен подсчет чисел:

$$S_j = \sum_{i=1}^{N} ((x_{ij1} - x_{ig1})^2 + (x_{ij2} - x_{ig2})^2 + (\xi_{ij} - \xi_{ig})^2). \tag{25}$$

Максимальное из 450 чисел S_j (j = 1, 2, 3), полученных для каждой неисправной системы типа 1—3 (см. табл. 1) при $N = 1, 3, 5$, выбрано в качестве константы $M_j = \max S_j$ (табл. 2). Из табл. 2 видно, что с возрастанием значения N величина константы M_j уменьшается. Таким образом, каждой неисправной системе соответствует определенное число M_j.

Таблица 1

Неисправность системы (3)	a	E	G^2	$1/l$
1	0,5	1,5	0,5	1
2	0,5	0,2	1,5	1
3	0,5	0,2	0,5	0

Подсчет $\overline{K_j}, \overline{\sigma_j}, K_j$ и выбор N. С начальными условиями, равномерно распределенными на сфере S_r, интегрируем одну из неисправных систем при $j=1,2,3$. После выхода фазовой траектории на сферу S_R на интервале времени $[\tau_0, \tau_0+\tau]$ при определенном $N=1,3,5$ осуществляем подсчет трех сумм S_j и сравниваем их с соответствующими значениями M_j, которые ранее были определены для данных N и j. Количество величин S_j, удовлетворяющих неравенству $S_j \le M_j$, обозначим через $K_j^k(x_0^i)$. Интегрирование уравнений определенной неисправной системы с различными начальными условиями повторяем $k=50$ раз и таким образом получаем следующие величины [4]:

$$\overline{K_j} = \frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50} K_j^k(x_0^i), \ \overline{\sigma_j} = \left[\frac{1}{50}\sum_{i=1}^{50}(\overline{K_j} - K_j^k(x_0^i))^2\right]^{1/2}, \ K_j = \overline{K_j} \pm \frac{\overline{\sigma_j}}{\sqrt{50}}.$$

Для рассматриваемой системы уравнений (3) с неисправностями 1—3 (см. табл. 2) при произвольных начальных условиях на сфере S_r и $k=50$, $N=1,3,5$ получено значение $K_j=1$ с ошибкой в вычислении, не превышающей 2 %. Поэтому достаточно выбрать $N=1$.

Таким образом, при одном измерении, исключая измерение начальных условий в момент выхода фазовой траектории системы на сферу S_R, алгоритм диагностирования позволяет точно определять указанные неисправности.

Реализация алгоритма восстановления. Используем найденные параметры алгоритма восстановления S_R, M_j, N для обнаружения возникшей неисправности и восстановления системы (3). В результате математического эксперимента по восстановлению системы (3) при неисправном датчике угловой скорости, т.е. с параметрами неисправности 1, установлено, что неисправность возникает в окрестности начала координат (0; 0,01) и фазовая точка перемещается по некоторой фазовой траектории T.

Согласно алгоритму поиска неисправности процесс восстановления осуществляется следующим образом. В момент τ_0 фазовая траектория неисправной системы встречается со сферой S_R. На интервале $[\tau_0, \tau]$ происходит поиск неисправности (формируются суммы S_j, которые сравни-

Таблица 2

M_j	$N=1$	$N=3$	$N=5$
M_1	$0{,}50124 \cdot 10^{-4}$	$0{,}74702 \cdot 10^{-8}$	$0{,}43220 \cdot 10^{-9}$
M_2	$0{,}11825 \cdot 10^{-6}$	$0{,}14546 \cdot 10^{-10}$	$0{,}24749 \cdot 10^{-11}$
M_3	$0{,}12751 \cdot 10^{-6}$	$0{,}22850 \cdot 10^{-10}$	$0{,}13614 \cdot 10^{-10}$

ваются с соответствующими константами M_j; $N=1$). В момент $\tau=0{,}2$ с происходит обнаружение неисправности и подключение исправной системы. После этого фазовая точка по некоторой фазовой траектории $T2$ возвращается в окрестность начала координат.

В случае, когда в СУ (3) доступна измерению только одна фазовая координата, $x_1=\eta$, а функционал диагностирования (25) имеет вид

$$S_j=\sum_{i=1}^{N}(x_{ij1}-x_{ig1})^2,\quad j=1,\,2,\,3,$$

получаем результат, аналогичный изложенному выше.

The paper deals with a model example of troubles diagnosis in the system of indirect control of the object which motion is described by the third order nonlinear common differential equation. The system was studied for the first time by B.V. Bulgakov. A sphere of control was chosen in the used diagnosis algorithm when a certain constant value is put in correspondence to each faulty system, and the numbers obtained in the process of equations integration and characterizing a functional state of the system are compared with this value following certain rules.

1. *Пархоменко П. П., Сагомонян Е. С.* Основы технической диагностики. — М. : Энергия, 1981. — 320 с.
2. *Карибский В. В., Пархоменко П. П., Сагомонян Е. С., Халчев В. Ф.* Основы технической диагностики. Кн. 1. — М. : Энергия, 1976. — 312 с.
3. *Мироновский Л. А.* Функциональное диагностирование динамических систем // Автоматика и телемеханика. — 1980. — № 3. — С. 96—121.
4. *Борисенок И. Т.* К вопросу о дифференциальной теории восстановления. Некоторые вопросы управления и устойчивости механических систем // Научн. тр. № 22 Ин-та механики МГУ им. М. В. Ломоносова. — М. : Изд-во МГУ, 1973. — С. 101—108.
5. *Беляков В. И., Борисенок И. Т.* Об одном способе построения поверхности контроля в задаче диагностирования // Сб. тематических статей «Некоторые задачи динамики управляемого твердого тела». — М. : Изд-во МГУ, 1982. — С. 13—18.
6. *Окунев Ю. М., Парусников Н. А.* Структурные и алгоритмические аспекты моделирования для задач управления. — М. : Изд-во МГУ, 1983. — С. 1—132.
7. *Shamolin M. V.* Foundations of Differential and Topological Diagnostics // Journal of Mathemetical Sciences. — 2003. — Vol. 114, No. 1. — P. 976—1024.
8. *Шамолин М. В.* Некоторые задачи дифференциальной и топологической диагностики. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Экзамен, 2007. — 320 с.
9. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Алгоритмы решения задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. матем. конф. «Еругинские чтения III». Брест, 14-16.05.1996. — Брест : БГУ, 1996. — С. 102.
10. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Существование и единственность решения общей задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. 5 Межд. совещ.-сем. «Инженерно-физические проблемы новой техники». Москва, 19-22.5.1998. — М. : Изд-во МГТУ, 1998. — С. 6—7.
11. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Существование решения общей задачи дифференциальной диагностики // Тез. докл. Конф., посвящ. 40-летию Ин-та механики МГУ. 22—26 ноября 1999 г. — М. : Изд-во МГУ, 1999. — С. 259—260.

12. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Решение задачи дифференциальной диагностики // Фундаментальная и прикладная математика. — 1999. — **5**, Вып. 3. — С. 775—790.
13. *Борисенок И. Т., Шамолин М. В.* Решение задачи дифференциальной диагностики методом статистических испытаний // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. — Механика. — 2001. — № 1. — С. 29—31.
14. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления. — М. : Мир, 1975. — 683 с.
15. *Беляков В. И., Борисенок И. Т., Самсонов В. А.* Об одном алгоритме непрерывной экспресс-диагностики // Автоматика и телемеханика. — 1982. — № 3. — С. 113—116.
16. *Барбашин Е. А.* Введение в теорию устойчивости. — М. : Наука, 1967. — 223 с.
17. *Чикин М. Г.* Системы с фазовыми ограничениями // Автоматика и телемеханика. — 1987. № 10. — С. 38—46.
18. *Жуков В. П.* О достаточных и необходимых условиях асимптотической устойчивости нелинейных динамических систем // Там же. — 1994. — № 3. — С. 24—36.
19. *Булгаков Б. В.* Колебания. — М. : Гостехиздат, 1954. — 892 с.
20. *Летов А. М.* Устойчивость нелинейных регулируемых систем. — М. : Физматгиз, 1962. — 483 с.
21. *Левшец С.* Устойчивость нелинейных систем автоматического регулирования. — М. : Мир, 1967. — 411 с.
22. *Богатырев А. В., Пятницкий Е. С.* Построение кусочно-квадратичных функций Ляпунова для нелинейных систем управления // Автоматика и телемеханика. — 1987. — № 10. — С. 30—38.
23. *Благодатских В. И., Филиппов А. Ф.* Дифференциальные включения и оптимальное управление // Тр. МИАН СССР. Сб. обзорных статей «Топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, динамические системы». Ч. 2. Т. 169. — К 50-летию МИАН СССР. — М. : Наука, 1985. — С. 194—252.
24. *Чистяков В. П.* Курс теории вероятностей. — М. : Наука, 1987. — 412 с.
25. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. — М. : Наука, 1963. — 400 с.

Поступила 09.12.08

ШАМОЛИН Максим Владимирович, д-р физ.-мат. наук, профессор, вед. науч. сотр. Ин-та механики МГУ им. М. В. Ломоносова. В 1988 г. окончил Московский госуниверситет. Область научных исследований — классическая механика, дифференциальная и топологическая диагностика, качественная теория динамических систем, алгебраическая и дифференциальная топология, геометрия.