



УДК 621.311+51.001

С.Е. Саух¹, **А.В. Борисенко**², доктора техн. наук,
Е.Н. Джигун¹, канд. техн. наук

¹ Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
e-mail: ssaukh@gmail.com);

² Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический ин-т»
(Украина, 03056, Киев, пр-т Победы, 37,
e-mail: andborys@ukr.net)

Модель сети магистральных линий электропередачи в задачах планирования развития электроэнергетических систем

Предложены алгоритмы формирования и идентификации параметров математической модели эквивалентной сети высоковольтных линий электропередачи, позволяющие существенно уменьшить число моделируемых линий и узлов и адекватно отразить в модели основные свойства существующей сети магистральных линий электропередачи.

Запропоновано алгоритми формування та ідентифікації параметрів математичної моделі еквівалентної мережі високовольтних ліній електропередачі, які забезпечують суттєве зменшення кількості модельних ліній та вузлів і дозволяють адекватно відобразити в моделі основні властивості існуючої мережі магистральних ліній електропередачі.

К л ю ч е в ы е с л о в а: магистральные линии электропередачи, эквивалентная сеть, модель межсистемных потоков электроэнергии, PTDF-матрица.

Математические модели электроэнергетических систем (ЭС) — основа решения задач планирования развития таких систем. В общем случае задачи планирования являются многокритериальными оптимизационными задачами большой размерности, в которых учтены общесистемные требования, режимные особенности функционирования отдельных электроэнергетических объектов, ресурсные ограничения, цели деятельности основных участников энергорынка [1—5].

Магистральная электрическая сеть оказывает определяющее влияние на процессы перераспределения и балансирования потоков электроэнергии во всем множестве узлов ее производства и потребления. Для адекватного отражения в моделях основных свойств магистральной электрической сети

© С.Е.Саух, А.В.Борисенко, Е.Н.Джигун, 2014

принимают во внимание ее топологию, а также величины проводимостей и граничные значения потоков мощности, передаваемых в различных тепловых условиях эксплуатации линий [6—11].

При определенных допущениях относительно периодичности и гладкости напряжений и токов в линиях электропередачи математическая модель сети представляется матрицей Ω чувствительности изменений потоков нагрузки линий $k \in K$ к изменениям несбалансированных потоков мощностей от генерации-потребления электроэнергии в узлах сети $i \in I$. Матрицу Ω размерности $K \times (I-1)$ рассчитывают методом потока нагрузок, основанным на законах Ома и Кирхгофа [7, 8].

Трудности формирования матрицы Ω связаны с большой размерностью сети. Например, для энергосистемы Украины число высоковольтных линий электропередачи напряжением 110 кВ и выше составляет приблизительно 10^3 , а число узлов соединения линий — приблизительно $3 \cdot 10^2$. Следовательно, матрица Ω такой сети содержит приблизительно $10^3 (3 \cdot 10^2)$ ненулевых элементов, рассчитываемых посредством выполнения операций умножения и обращения матриц специального вида [3, 12].

В задачах планирования развития ЭС совместное представление свойств сети для множества из L (обычно $L \geq 10^2$) характерных нагрузочных состояний приводит к существенному увеличению размерности решаемых оптимизационных задач до величин порядка $L \times K \times I$ [3, 12]. Вычислительные сложности решения оптимизационных задач такой размерности часто оказываются непреодолимыми. Поэтому актуальной является разработка алгоритма формирования эквивалентной сети линий электропередачи, которая состоит из существенно меньшего числа линий и узлов, но адекватно отражает основные свойства существующей сети магистральных линий электропередачи. Особенности применения таких алгоритмов покажем на примере решения задачи эквивалентирования сети магистральных линий электропередачи Украины.

Формирование эквивалентной сети магистральных линий электропередачи. В Украине к магистральным линиям электропередачи относятся сети напряжением 220 кВ и выше, по которым осуществляется передача электроэнергии между региональными ЭС внутри страны, а также между объединенной ЭС (ОЭС) Украины и ЭС соседних стран.

Каждая региональная ЭС является подразделением Государственного предприятия «Национальная энергетическая компания «Укрэнерго», которое в границах своей территории (табл. 1) обеспечивает следующий комплекс мероприятий:

- эксплуатация сети высоковольтных линий электропередачи;
- ее централизованное управление для поддержания параллельной работы в составе ОЭС;

учет передаваемой и отпускаемой оптовым потребителям электроэнергии, в том числе по прямым договорам;

выполнение расчетов между региональными участниками оптового рынка электроэнергии;

выполнение других специфических функций.

Учитывая пространственную распределенность потребителей электроэнергии, региональные различия уровней потребительского спроса и концентрации генерирующих мощностей в различных регионах, в качестве узлов эквивалентной сети будем рассматривать региональные ЭС (рис. 1, см. вклейку).

Непосредственное определение местоположения и значений параметров линий эквивалентной сети не представляется возможным, поскольку на территории каждой региональной ЭС находится сеть линий электропередачи напряжением 110 кВ (154 кВ) и ниже, которая используется для передачи и распределения электроэнергии, производимой и потребляемой во множестве внутренних узлов данного региона. Сеть региональных и магистральных линий электропередачи Юго-Западной ЭС представлена на рис. 2 (см. вклейку).

Для представления высоковольтных линий электропередачи в эквивалентной сети предлагается заменить внутреннюю сеть каждой региональной ЭС соответствующим ей обобщенным узлом, а магистральные линии электропередачи, многие из которых после введения обобщенных узлов оказываются параллельно соединенными, рассматривать как линии эквивалентной сети. В результате эквивалентного представления магистральных линий электропередачи получим топологическое описание эквивалентной сети в том виде, в каком она представлена на рис. 1.

Таблица 1. Региональные ЭС Украины

Номер узла	Региональная ЭС	Территориальный охват региона по областям
1	Западная	Волынская, Закарпатская, Ивано-Франковская, Львовская, Ривненская
2	Центральная	Житомирская, Киевская, Черкасская, Черниговская
3	Северная	Сумская, Харьковская, Полтавская
4	Донбасская	Донецкая, Луганская
5	Юго-Западная	Винницкая, Хмельницкая, Тернопольская, Черновицкая
6	Днепровская	Днепропетровская, Запорожская, Кировоградская
7	Южная	Николаевская, Одесская, Херсонская
8	Крымская	АР Крым

Таким образом, алгоритм формирования эквивалентной сети магистральных линий электропередачи состоит из трех последовательно выполняемых шагов.

А л г о р и т м 1.

1. Разделение ЭС страны территориально на региональные ЭС с характерными уровнями потребительского спроса и концентрации генерирующих мощностей.

2. Замещение региональных ЭС обобщенными узлами посредством объединения внутренних узлов каждого региона без учета электрических связей между ними.

3. Объединение магистральных линий электропередачи ЭС с учетом возможного параллельного или последовательного их присоединения к образованным на шаге 2 обобщенным узлам.

Математическое описание сети линий электропередачи. Для математического описания сетей переменного тока обычно применяют упрощенный вариант метода полной нагрузки в виде соотношений, аналогичных используемым в теории цепей постоянного тока [6—11], при выполнении следующих условий:

углы сдвига фаз напряжений δ_i в узлах сети $i \in I$ отличаются на достаточно малую величину: $\sin(\delta_i - \delta_j) \approx \delta_i - \delta_j$, $\cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1$;

активное сопротивление R_k линии $k \in K$ является незначительным по сравнению с реактивным сопротивлением X_k : $R_k \ll X_k$;

графики напряжений — гладкие.

При этом поток мощности Y_k по линии k в направлении от узла i к узлу j определяется соотношением

$$Y_k = Y_{i-j} \approx \frac{\delta_{i-j}}{X_k}, \quad (1)$$

где $\delta_{i-j} = \delta_i - \delta_j$ — разность между углами сдвига фаз напряжений в узлах i и j , к которым подключена линия k .

Уравнения вида (1) для всего множества K линий рассматриваются совместно с множеством I балансовых уравнений потоков мощностей в узлах сети. При этом несбалансированный узловой поток мощности y_i в каждом узле $i \in I$ определяется разностью между объемами генерации и потребления электроэнергии.

В матрично-векторной форме соотношения между вектором \mathbf{Y} потоков мощностей в линиях, вектором \mathbf{y} несбалансированных узловых потоков мощностей и вектором $\boldsymbol{\delta}$ углов сдвига фаз напряжений в узлах сети имеют вид

$$\mathbf{Y} = (\Psi A) \boldsymbol{\delta}, \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = (A^T \Psi A) \boldsymbol{\delta}, \quad (3)$$

где A — $(K \times I)$ -матрица инцидентности сети; Ψ — $(K \times K)$ -диагональная матрица, ненулевые элементы которой $\psi_{k,k} = X_k / (X_k^2 + R_k^2)$ определяются значениями активных R_k и реактивных X_k сопротивлений линий. Следуя обобщенному экстремальному принципу действия в энергетической цепи [13], соотношения (2) и (3) необходимо дополнить выражением

$$\sum_{i \in I} \delta_i^2 \rightarrow \min. \quad (4)$$

Основанные на законах Ома и Кирхгофа, уравнения (2), (3) совместно с выражением (4) образуют математическое описание сети линий электропередачи.

Идентификация параметров линий электропередачи эквивалентной сети. Предложенный алгоритм формирования эквивалентной сети, требующий замещения сетей региональных ЭС обобщенными узлами, снижает адекватность представления физических свойств существующих сетей, так как не учитывает влияния провидимостей линий электропередачи региональных ЭС на распределение потоков электроэнергии. Поэтому проводимости магистральных линий электропередачи в эквивалентной сети следует корректировать, т.е. значения параметров $\psi_{k,k}$ для всех $k \in K$ необходимо искать в ограниченных областях значений вида

$$\psi_k^{\min} \leq \psi_{k,k} \leq \psi_k^{\max}, \quad (5)$$

где нижние граничные значения ψ_k^{\min} определяются непосредственно в процессе эквивалентирования существующих магистральных линий электропередачи, а верхние граничные значения ψ_k^{\max} устанавливаются равными максимальным значениям таких параметров, найденных для внутренних линий электропередачи соответствующих региональных ЭС. Полученные граничные значения величин ψ_k^{\min} , ψ_k^{\max} для высоковольтных линий электропередачи ОЭС Украины представлены в табл. 2.

Для поиска значений параметров $\psi_{k,k}$ эквивалентной сети использованы диспетчерские данные об обмене мощностями между региональными ЭС. Воспользовавшись этими данными для образования векторов \mathbf{Y}^* и \mathbf{y}^* , задачу поиска значений параметров $\psi_{k,k}$ можно свести к решению задачи поиска экстремума,

$$\frac{1}{I} \sum_{i \in I} (y_i^* - y_i)^2 + \frac{1}{K} \sum_{k \in K} (Y_k^* - Y_k)^2 \xrightarrow{\{\psi_{k,k}\}} \min,$$

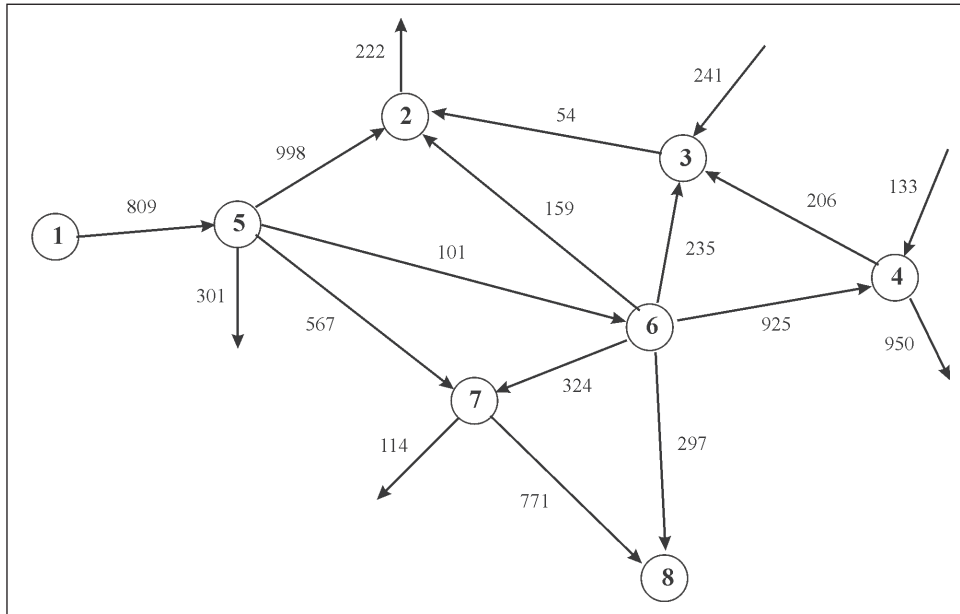


Рис. 3. Схема обмена мощностями (МВт) между региональными ЭС Украины по состоянию на 27 декабря 2006 года 17:00

Таблица 2. Граничные параметры линий эквивалентной сети ОЭС Украины

k	Узел входа	Узел выхода	ψ_k^{\min}	ψ_k^{\max}
1	1	5	0,138311	0,3980
2	5	2	0,071533	0,1745
3	5	6	0,022972	0,1745
4	5	7	0,038936	0,4228
5	3	2	0,032461	0,1650
6	6	2	0,024515	0,1650
7	4	3	0,054793	0,3616
8	6	3	0,086585	0,3616
9	6	4	0,091559	0,5053
10	6	8	0,015038	0,1227
11	6	7	0,185022	0,4228
12	7	8	0,077576	0,2648

при выполнении условий (2)—(5). Очевидно, такая двухкритериальная задача может быть сведена к однокритериальной уравновешиванием составных выражений с помощью весового коэффициента α . В результате задача идентификации параметров $\psi_{k,k}$ линий электропередачи эквивалентной сети принимает вид задачи квадратичной оптимизации при условиях (2), (3), (5):

$$\frac{1}{I} \sum_{i \in I} (y_i^* - y_i)^2 + \frac{1}{K} \sum_{k \in K} (Y_k^* - Y_k)^2 + \frac{\alpha}{I} \sum_{i \in I} \delta_i^2 \xrightarrow{\{\psi_{k,k}\}} \min. \quad (6)$$

Пример. Используя фактические данные об обмене мощностями между региональными ЭС Украины (рис. 3), сформируем векторы

$$\mathbf{Y}^* = |809 \ 998 \ 101 \ 567 \ 54 \ 159 \ 206 \ 235 \ 925 \ 297 \ 324 \ 771|^T,$$

$$\mathbf{y}^* = |809 \ -1211 \ -387 \ -719 \ 857 \ 1839 \ -120 \ -1068|^T$$

и подставим значения их элементов в функциональное выражение (6). Составив матрицу инцидентности эквивалентной сети магистральных линий электропередачи

$A =$	Линия – узел	1	2	3	4	5	6	7	8
	1–5	1	0	0	0	-1	0	0	0
	5–2	0	-1	0	0	1	0	0	0
	5–6	0	0	0	0	1	-1	0	0
	5–7	0	0	0	0	1	0	-1	0
	3–2	0	-1	1	0	0	0	0	0
	6–2	0	-1	0	0	0	1	0	0
	4–3	0	0	-1	1	0	0	0	0
	6–3	0	0	-1	0	0	1	0	0
	6–4	0	0	0	-1	0	1	0	0
	6–8	0	0	0	0	0	1	0	-1
	6–7	0	0	0	0	0	1	-1	0
	7–8	0	0	0	0	0	0	1	-1

и решив оптимизационную задачу (6) при $a = 10^{-6}$ и условиях (2), (3), (5), найдем искомые векторы:

$$\text{diag}(\Psi) = \begin{pmatrix} 0,398000 \\ 0,175000 \\ 0,075550 \\ 0,269563 \\ 0,032461 \\ 0,036281 \\ 0,232994 \\ 0,086585 \\ 0,505300 \\ 0,080753 \\ 0,422800 \\ 0,264800 \end{pmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 808,986 \\ 997,936 \\ 101,024 \\ 567,014 \\ 54,107 \\ 158,972 \\ 206,019 \\ 235,064 \\ 925,008 \\ 297,001 \\ 323,983 \\ 770,995 \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 808,986 \\ -1211,015 \\ -386,976 \\ -718,989 \\ 856,988 \\ 1839,004 \\ -120,002 \\ -1067,996 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\delta} = \begin{pmatrix} 4452,845 \\ -3298,616 \\ -1631,803 \\ -747,578 \\ 2420,217 \\ 1083,035 \\ 316,756 \\ -2594,857 \end{pmatrix}.$$

Здесь значения мощностей приведены в мегаваттах, а углы сдвига фаз узловых напряжений — в микро радианах.

Сопоставив найденные с помощью модели эквивалентной сети значения векторов \mathbf{Y} и \mathbf{y} с соответствующими диспетчерскими данными, представленными в виде векторов \mathbf{Y}^* и \mathbf{y}^* , видим, что разработанная математическая модель эквивалентной сети адекватно отражает свойства существующей сети магистральных линий электропередачи ОЭС Украины.

Таким образом, алгоритм идентификации параметров линий эквивалентной сети состоит из трех последовательно выполняемых шагов.

А л г о р и т м 2.

1. Вычисление параметров ψ_k^{\min} для всех линий $k \in K$ по значениям активных и реактивных сопротивлений магистральных линий электропередачи, объединенных в параллельные или последовательные группы линий в результате формирования эквивалентной сети.

2. Оценка параметров ψ_k^{\max} для всех линий $k \in K$ по значениям активных и реактивных сопротивлений внутренних высоковольтных линий электропередачи региональных ЭС.

3. Определение параметров $\psi_{k,k}$ для всех линий $k \in K$ эквивалентной сети посредством решения задачи квадратичного программирования с учетом критерия (6) и условий (2), (3), (5).

Матрица передачи и распределения потоков электроэнергии. В задачах планирования развития ЭС модель сети магистральных линий электропередачи в виде системы уравнений (2), (3) и выражения (4) представляется равнозначным соотношением [1—5, 7—12] $\mathbf{Y} = \Omega \mathbf{y}$, содержа-

щим PTDF (Power Transfer Distribution Factors) — матрицу передачи и распределения потоков электроэнергии вида

$$\Omega = \{\Psi \bar{A} (\bar{A}^T \Psi \bar{A})^{-1}, \mathbf{0}\}, \quad (7)$$

где \bar{A} — $K \times (I-1)$ матрица, образованная из матрицы инцидентности A удалением в ней произвольно выбираемого столбца с номером h , что соответствует выбору номера базового узла (узла-хаба) эквивалентной сети, в котором значение фазового угла сдвига напряжения наиболее близко к нулю; Ψ — оператор объединения $K \times (I-1)$ матрицы $\Psi \bar{A} (\bar{A}^T \Psi \bar{A})^{-1}$ и нулевого вектор-столбца $\mathbf{0}$, результатом действия которого является образование $K \times I$ матрицы Ω с нулевым h -м столбцом. В приведенном выше примере базовым является узел 7. Поэтому PTDF-матрица ОЭС Украины имеет следующий вид:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,178215 & -0,55497 & -0,30056 & -0,20042 & 0,178215 & -0,1405 & 0 & -0,02478 \\ 0,169417 & 0,050761 & -0,06238 & -0,10691 & 0,169417 & -0,13356 & 0 & -0,02356 \\ 0,652368 & 0,504208 & 0,362936 & 0,307331 & 0,652368 & 0,274055 & 0 & 0,048343 \\ -0,11778 & -0,29411 & 0,329594 & 0,181485 & -0,11778 & 0,09285 & 0 & 0,016379 \\ -0,06044 & -0,15092 & -0,02904 & 0,018936 & -0,06044 & 0,047645 & 0 & 0,008405 \\ -0,07825 & -0,1954 & -0,4454 & 0,246229 & -0,07825 & 0,061687 & 0 & 0,010882 \\ -0,03953 & -0,09871 & -0,22501 & -0,06474 & -0,03953 & 0,031163 & 0 & 0,005497 \\ -0,07825 & -0,1954 & -0,4454 & -0,75377 & -0,07825 & 0,061687 & 0 & 0,010882 \\ 0,087176 & 0,124331 & 0,159758 & 0,173702 & 0,087176 & 0,182047 & 0 & -0,14429 \\ 0,260456 & 0,371461 & 0,477307 & 0,518967 & 0,260456 & 0,543899 & 0 & 0,095944 \\ -0,08718 & -0,12433 & -0,15976 & -0,1737 & -0,08718 & -0,18205 & 0 & -0,85571 \end{pmatrix}.$$

Математическая модель эквивалентной сети в задачах планирования развития ЭС используется для учета ограничений на объемы потоков электроэнергии по линиям электропередачи. Такие ограничения представляются системой неравенств вида

$$\left| \sum_{i \in I} \Omega_{ki} Y_i \right| \leq Y_k^{\max}(t), \quad k \in K,$$

где $Y_k^{\max}(t)$ — максимально допустимая нагрузка линии электропередачи, зависящая от температуры окружающей среды t .

Используя справочные данные о максимально допустимых длительных нагрузках магистральных линий электропередачи ОЭС Украины для

дискретного множества температур $\{-5, 0, 20, 40\}^{\circ}\text{C}$, можно оценить соответствующие нагрузки линий эквивалентной сети и аппроксимировать их полиномами вида $Y_k^{\max}(t) = a_{k_0} + a_{k_1}t + a_{k_2}t^2$, где $-5 \leq t \leq 40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Полученные значения коэффициентов полиномов приведены в табл. 3.

Программные средства решения задач моделирования эквивалентной сети. Для решения задачи идентификации параметров линий электропередачи, т.е. для минимизации квадратичного функционала (6) при условиях (2), (3), (5), а также для вычисления PTDF-матрицы по формуле (7) в среде GUI Linux разработано специальное программное приложение, написанное на языке C++ с использованием инструментов среды программирования Qt версии 4. Для удобства работы с приложением в нем реализованы три оконных интерфейса:

ввода исходных числовых данных с конструированием и графической визуализацией сети;

решения вычислительных задач;

обзора и сохранения полученных результатов.

В алгоритме 2 использована возможность адекватного представления задачи идентификации в виде смешанной задачи дополненности с последующим применением для ее решения негладкого неточного метода Ньютона [12].

Лежащая в основе алгоритма вычисления PTDF-матрицы операция обращения $(I - 1) \times (I - 1)$ матрицы $B = \bar{A}^T \Psi \bar{A}$ реализована посредством ее CR-фак-

Таблица 3. Коэффициенты полиномиальных функций $Y_k^{\max}(t)$, $k \in K$

k	a_{k_0}	a_{k_1}	a_{k_2}
1	8497,70	-59,824	-0,3557
2	8543,70	-60,178	-0,3575
3	582,68	-4,0988	-0,0244
4	3906,50	-27,505	-0,1633
5	1540,00	-10,613	-0,0713
6	866,63	-3,989	-0,0237
7	1260,80	-8,8812	-0,0527
8	1166,30	-8,2192	-0,0488
9	10870	76,299	-0,4586
10	582,68	-4,0988	-0,0244
11	8419,10	-58,48	-0,3764
12	1540,00	-10,613	-0,0713

торизации [14] с последующим применением C и R факторных матриц к решению систем уравнений вида $B \mathbf{b}_i = \mathbf{1}_i$ для всех $i \in (I-1)$, где искомые векторы \mathbf{b}_i являются i -ми столбцами матрицы B^{-1} , а векторы $\mathbf{1}_i$ имеют нулевые значения всех элементов, кроме i -х, которые равны единице.

Выводы

Предложенные алгоритмы формирования эквивалентной сети и идентификации ее параметров обеспечивают получение адекватного математического описания существующих сетей магистральных линий электропередачи. Такое описание пригодно для решения множества задач планирования развития ЭС, поскольку позволяет существенно уменьшить размерность PTDF-матриц. Так, размерность PTDF-матрицы эквивалентной сети ОЭС Украины удалось уменьшить до 12×8 , что существенно меньше приведенной выше размерности PTDF-матрицы для существующей сети высоковольтных линий электропередачи. При этом достигнута высокая точность моделирования объемов перетока электроэнергии между региональными ЭС Украины.

Algorithms of formation and parameter identification of a mathematical model of the equivalent network of high-voltage transmission lines have been proposed. These algorithms provide a significant reduction in the number of model lines and nodes and allow the model to adequately reflect the basic properties of the network of trunk lines.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Веселов Ф.В., Курилов А.Е., Хоршев А.А.* Построение и использование моделей линейного программирования в задачах исследования энергетики // Сб. тр. конф. «Моделирование-2006». — Киев: ИПМЭ им. Г.Е. Пухова НАН Украины. — 2006. — С. 147—152.
2. *Воропай Н.И., Труфанов В.В.* Математическое моделирование электроэнергетических систем в современных условиях // Электричество. — 2002, №10. — С. 6—12.
3. *Борисенко А.В., Саух С.Є.* Рівноважна модель вводу генеруючих потужностей в умовах недосконалої конкуренції // Новини енергетики. — 2009. — № 11. — С. 36—39; №12. — С. 23—39.
4. *Костюковский Б.А., Шульженко С.В., Гольденберг І.Я., Власов С.В.* Методи та засоби дослідження перспектив розвитку електроенергетики в умовах впровадження ринкових відносин // Проблеми загальної енергетики. — 2002. — № 2. — С. 6—13.
5. *Hobbs B.F., Metzler C.B., Pang J.S.* Strategic gaming analysis for electric power system: an MPEC approach // IEEE Transactions on Power Systems. — 2000. — Vol. 15, № 2. — P. 638—645.
6. *Poletti C.* The economics of electricity markets: theory and policy. — Edward Elgar Publishing. — Northampton, Massachusetts. — 2013. — 240 p.
7. *Biggar D.* The economic theory of electricity transmission. —2003. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.ergo.ee.unsw.edu.au/Egy_MktWkshp/accc_biggar_paper.pdf

8. *Purchala K., Meeus L., Van Dommelen D., Belmans R.* Usefulness of DC power flow for active power flow analysis // IEEE Power Engineering Society General Meeting. — 2005.— Vol. 1. — 6 p. [Электронный ресурс] . — Режим доступа: http://www.esat.kuleuven.be/electa/publications/_Hlt390410574_Hlt390410575_Hlt3904105760_Hlt3904105770BM_1_BM_2_BM_3_BM_4_fulltexts/pub_1456.pdf
9. *Cheng Xu.* PTDF-based power system equivalents // IEEE Transactions on Power Systems. — 2005. — Vol. 20, № 4. — P. 1868—1876.
10. *Duthaler C., Kurzidem M., Emery M., Andersson G.* Analysis of the Use of PTDF in the UCTE Transmission Grid // 16th Power Systems Computation Conference. — Glasgow, 2008. 6 p. [Электронный ресурс] . — Режим доступа: http://infoscience.epfl.ch/record/153995/files/0807_PSCC_PTDF-Duthaler.pdf
11. *Chong Suk Song, Chang Hyun Park, Minhan Yoon, Gilsoo Jang.* Implementation of PTDFs and LODFs for Power System Security // Journal of International Council on Electrical Engineering. — 2011. — Vol. 1, № 1. — P. 49—53.
12. *Саух С.Е.* Методы компьютерного моделирования конкурентного равновесия на рынках электроэнергии // Электрон. моделирование.— 2013. — **35**, №5. — С. 11—26.
13. *Саух С.Е.* Математическое моделирование энергетических цепей // Там же. — 2011. — **33**, № 3. — С. 3—12.
14. *Саух С.Е.* Метод CR-факторизации матриц большой размерности // Там же. — 2007. — **29**, № 6. — С. 3—22.

Поступила 16.06.14

САУХ Сергей Евгеньевич, д-р техн. наук, гл. науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1978 г. окончил Киевский ин-т инженеров гражданской авиации. Область научных исследований — численные операторные методы решения дифференциальных уравнений, декомпозиционные и итерационные методы решения линейных систем большой мерности, математическое моделирование технологических процессов в энергетике и газотранспортных системах, экономико-математические методы моделирования финансовых и макроэкономических процессов.

БОРИСЕНКО Андрей Владимирович, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., зав. кафедрой тепло-энергетических установок тепловых и атомных электростанций Национального технического университета Украины «Киевский политехнический ин-т», который окончил в 1994 г. Область научных исследований — технико-экономическая оптимизация характеристик и режимов работы энергогенерирующего оборудования.

ДЖИГУН Елена Николаевна, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1982 г. окончила Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — численные операторные методы решения дифференциальных уравнений, декомпозиционные и итерационные методы решения линейных систем большой мерности, математическое моделирование технологических процессов в энергетике и газотранспортных системах, экономико-математические методы моделирования финансовых и макроэкономических процессов.