
УДК 621.317

Е.Н. Безвесильная, д-р техн. наук
Национальный технический университет Украины «КПИ»
(Украина, 03056, Киев-56, проспект Победы, 37,
тел. (044) 2360926, e-mail: bezvesilna@mail.ru),

А.В. Коваль, канд. техн. наук
Житомирский государственный технологический университет
(Украина, 10005, Житомир, ул. Черняховского, 103,
тел. (093) 7720888, e-mail: koval.anton@gmail.com)

Цифровое моделирование и анализ выходного сигнала двухгироскопного гравиметра под действием внешних возмущений на летательном аппарате

Проведено исследование влияния внешних возмущений на точность измерений ускорения силы тяжести двухгироскопным гравиметром на летательном аппарате. Исследована зависимость систематической погрешности выходного сигнала двухгироскопного гравиметра от изменения курса летательного аппарата.

Проведено дослідження впливу зовнішніх збурень на точність вимірювань прискорення сили тяжіння двогіроскопним гравіметром на літальному апараті. Досліджено залежність систематичної похибки вихідного сигналу двогіроскопного гравіметра від зміни курсу літального апарату.

Ключевые слова: гравиметр, ускорение силы тяжести, систематическая погрешность.

Все параметры, математически описывающие работу двухгироскопного гравиметра (ДГ) авиационной гравиметрической системы (АГС), можно представить в виде блоков (рис. 1).

В первом блоке содержится необходимая информация о движении летательного аппарата (ЛА), а именно: текущие значения горизонтальной скорости $v(t)$, горизонтального ускорения \dot{v} , курса $k(t)$; курсовая угловая скорость \dot{k} ; высота полета $h(t)$; вертикальная скорость \dot{h} ; долгота $\lambda(t)$ и широта $\varphi(t)$. Эти параметры считаются известными. В общем случае получение информации о движении ЛА — сложная проблема, рассмотренная в работе [1].

Во втором блоке заданы параметры внешних возмущений: w и $\tilde{\omega}$ — амплитуда и частота вибросмещений; $\tilde{\varepsilon}_1$, $\tilde{\varepsilon}_2$ — смещение фаз проекций

© Е.Н. Безвесильная, А.В. Коваль, 2013

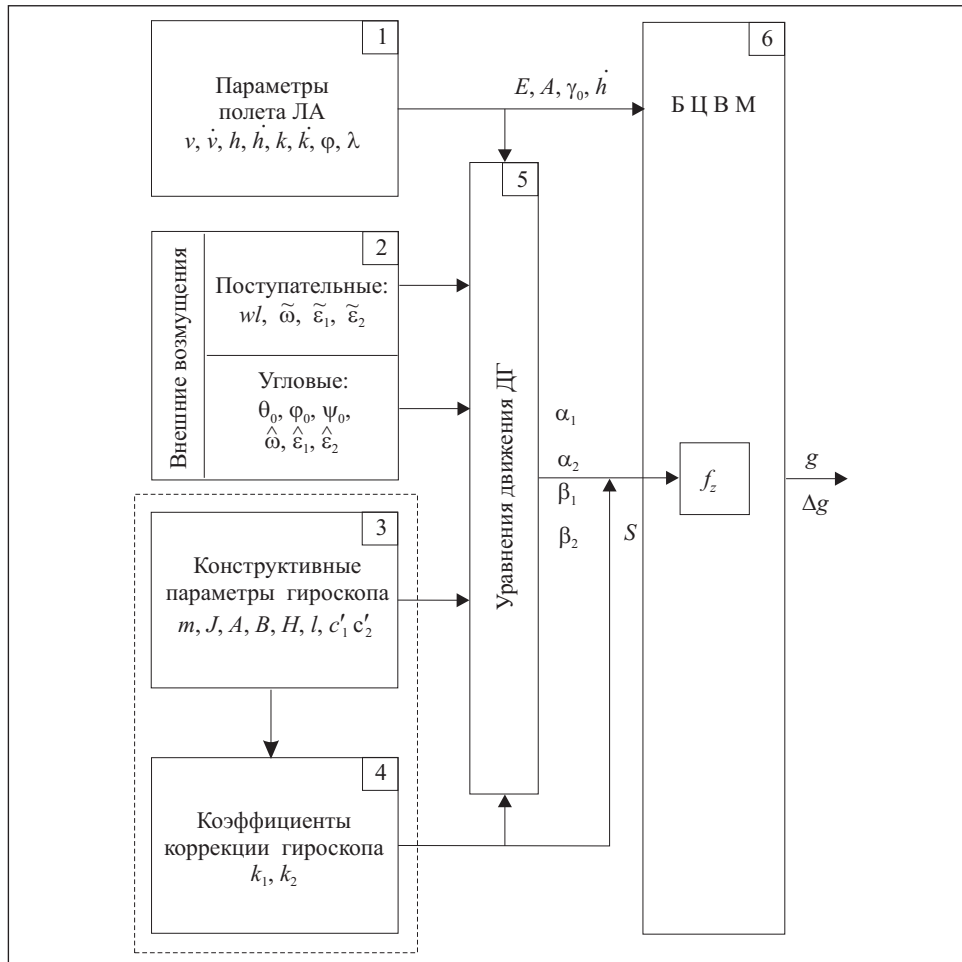


Рис. 1. Структурная схема математической модели ДГ: γ_0 — справочное значение ускорения силы тяжести; БЦВМ — бортовая цифровая вычислительная машина

вибросмещений на оси опорной системы координат; $\theta_0, \varphi_0, \psi_0$ — амплитуды угловых колебаний ЛА; $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2$ — смещение фаз проекций ускорений на оси опорной системы координат, действующих на прибор. Очевидно, что конкретные значения параметров возмущений определяются типом ЛА и условиями его полета.

Третий блок содержит основные конструктивные параметры ДГ: m — масса ротора гиromотора; J, A, B — моменты инерции гироскопа; H — кинетический момент ротора; l — смещение центра тяжести гиromотора; c'_1, c'_2 — коэффициенты вязкого трения. Модель позволяет исследовать влияние основных конструктивных параметров в широком диапазоне их

значений на точность и стабильность работы прибора, определять оптимальные режимы его работы.

В четвертом блоке находятся важные коэффициенты коррекции каналов измерения прибора k_1, k_2 , с помощью которых, можно повышать точность измерений.

В пятом блоке размещен алгоритм решения уравнений движения ДГ под действием имеющихся внешних возмущений с точностью $\sim 10^{-7}$ мГл и формирование выходных сигналов ДГ $\alpha_1(t), \alpha_2(t), \beta_1(t), \beta_2(t)$ для дальнейшей обработки БЦВМ.

В шестом блоке вычисляется значение удельной силы тяжести

$$f_z = \bar{f}_{z\Sigma} = \bar{f}_{z1} + \bar{f}_{z2} = \frac{1}{2s} \left[\frac{\alpha_1(t_2) - \alpha_1(t_1) + \alpha_2(t_2) - \alpha_2(t_1)}{t_2 - t_1} \right],$$

где $s = ml/k_2$ — передаточный коэффициент; учитываются поправки Этвеша E на высоту A , вертикальную скорость \dot{h} и определяются ускорение силы тяжести (УСТ) g и аномалия УСТ Δg .

Исследование работы ДГ осуществляется в системе Mathcad [2] с помощью уравнений, имеющих вид для первого гироскопа [3]

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 = & -\frac{k_1 c'_2}{\Delta} \beta_1 - \frac{H k_2}{\Delta} \alpha_1 + \frac{mlH}{\Delta} [g_z + w_z + (w_x \alpha_1 - w_y) \beta_1] + \frac{H}{\Delta} [B(\dot{\omega}_x + \dot{\omega}_y \alpha_1) - \\ & - H(\omega_z - \omega_y \beta_1 - \omega_3 \sin \varphi) - c'_2(\omega_x + \omega_y \alpha_1 + \omega_3 \cos \varphi)] - \frac{c'_2 A}{\Delta} \dot{\omega}_z, \\ \dot{\beta}_1 = & -\frac{k_1 H}{\Delta} \beta_1 + \frac{c'_1 k_2}{\Delta} \alpha_1 - \frac{mlc'_1}{\Delta} [g + w_z + (w_x \alpha_1 - w_y) \beta_1] - \frac{c'_1 B}{\Delta} (\dot{\omega}_x + \dot{\omega}_y \alpha_1) + \\ & + \frac{H}{\Delta} [c'_1(\omega_z - \omega_y \beta_1 + \omega_3 \sin \varphi) - H(\omega_x + \omega_y \alpha_1 + \omega_3 \cos \varphi) - A \dot{\omega}_z], \end{aligned}$$

для второго гироскопа

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_2 = & -\frac{k_1 c'_2}{\Delta} \beta_2 + \frac{H k_2}{\Delta} \alpha_2 - \frac{mlH}{\Delta} [g_z + w_z + (w_x \alpha_2 - w_y) \beta_2] - \frac{H}{\Delta} [B(\dot{\omega}_x + \dot{\omega}_y \alpha_2) + \\ & + H(\omega_z - \omega_y \beta_2 - \omega_3 \sin \varphi) - c'_2(\omega_x + \omega_y \alpha_2 + \omega_3 \cos \varphi)] - \frac{c'_2 A}{\Delta} \dot{\omega}_z, \\ \dot{\beta}_2 = & -\frac{k_1 H}{\Delta} \beta_2 + \frac{c'_1 k_2}{\Delta} \alpha_2 - \frac{mlc'_1}{\Delta} [g + w_z + (w_x \alpha_2 - w_y) \beta_2] - \frac{c'_1 B}{\Delta} [B(\dot{\omega}_x + \dot{\omega}_y \alpha_2) - \\ & - \frac{H}{\Delta} [c'_1(\omega_z - \omega_y \beta_2 + \omega_3 \sin \varphi) + H(\omega_x + \omega_y \alpha_2 + \omega_3 \cos \varphi) - A \dot{\omega}_z], \end{aligned}$$

Здесь $\Delta = H^2 + c_1'c_2'$; $k_2 = 2H\xi\omega_0 - k_1$; α и β — углы поворота внешней рамки относительно объекта и кожуха гироскопа относительно внешней рамки; ξ — коэффициент демпфирования; ω_0 — частота собственных колебаний прибора; w_x, w_y, w_z — проекции ускорения поступательного движения ЛА на оси Ox, Oy, Oz опорной системы координат $xOyz$, связанной с ЛА; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции угловой скорости объекта на оси, связанные с ним; g_z — вертикальная составляющая УСТ, действующей на гироскоп; ω_3 — угловая скорость вращения Земли.

Моделирование выходных сигналов $\alpha_1(t), \alpha_2(t)$ ДГ проводилось на отрезке времени наблюдения $t=300$ с при таких значениях параметров полета ЛА: скорость — $v=150$ м/с, высота — $h=5000$ м, вертикальная скорость — $\dot{h}=10$ м/с, курс ЛА 0, 30, 60, ..., 320 град для следующих амплитуд вынужденных колебаний при $\omega = 7,5$ Гц: $w_a = w_b = 3$ м/с², $\xi = 0,15$; $w_a = 10$ м/с², $w_b = 3$ м/с², $\xi = 0,45$; $w_a = 3$ м/с², $w_b = 10$ м/с², $\xi = 0,705$; $w_a = 15$ м/с², $w_b = 3$ м/с², $\xi = 1,0$.

Не в полете (без учета переносного движения ЛА) определено усредненное значение выходного сигнала ДГ $\langle \alpha_\Sigma \rangle = 3,949663088$ рад. В условиях полета (переносное движение) ЛА установлено, что усредненное значение выходного сигнала ДГ $\langle \alpha_\Sigma \rangle_p = 3,969953217$ рад. Вычислив разность $\langle \alpha_\Sigma(t) \rangle_p - \langle \alpha_\Sigma(t) \rangle$, видим, что погрешность при неучете переносного движения ЛА составляет 0,02 рад и существенно влияет на точность измерений.

Будем называть указанное различие систематической погрешностью α_c измерений ДГ угла $\alpha(t)$, обусловленной переносным движением ЛА: $\Delta \langle \alpha_c(t) \rangle = \langle \alpha_\Sigma(t) \rangle_p - \langle \alpha_\Sigma(t) \rangle$. Исследование зависимости $\langle \alpha_c(t) \rangle$ от параметров движения ЛА и внешних возмущений проведено с помощью цифрового моделирования, результаты которого приведены на рис. 2. Как видно из рис. 2, при курсах 90 и 270 град систематическая погрешность выходного сигнала ДГ — самая большая, а порог чувствительности — минимален, что подтверждается результатами исследований [1, 3].

С учетом возможных значений амплитуд вынужденных колебаний выполнено моделирование работы ДГ АГС согласно структурной схеме (см. рис. 1) при $g = \text{const}$. Выходной сигнал ДГ АГС $\Delta g(t)$ изменяется при изменении углов $\alpha_1(t), \alpha_2(t)$.

На рис. 3 приведен результат моделирования $\overline{\Delta g(t)} = \overline{f_{z\Sigma}(t)} - g$ на временном интервале $t=600$ с при частоте внешних возмущений $\omega = 2\omega_0$. При этом моментам измерений $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N_{\text{из}}}$ соответствуют значения усредненного выходного сигнала $\overline{\Delta g(t_0)}, \overline{\Delta g(t_1)}, \overline{\Delta g(t_2)}, \dots, \overline{\Delta g(t_{N_{\text{из}}})}$, где $N_{\text{из}}$ — число усредненных измерений (усреднение выполняется на промежутке, равном периоду устойчивых колебаний углов $\alpha_1(t), \alpha_2(t)$). В зависимости

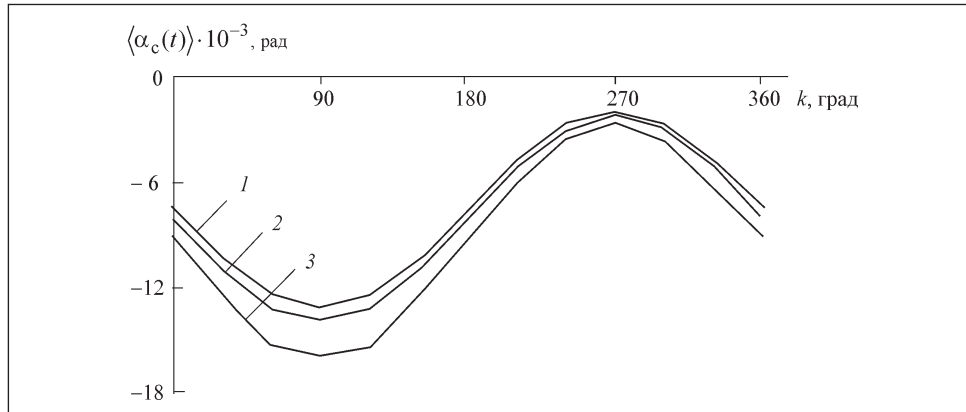


Рис. 2. Графики зависимости систематической погрешности выходного сигнала ДГ от изменения курса ЛА: 1 — $\omega = 0,83$ Гц; 2 — $\omega = 1,25$ Гц; 3 — $\omega = 2,5$ Гц

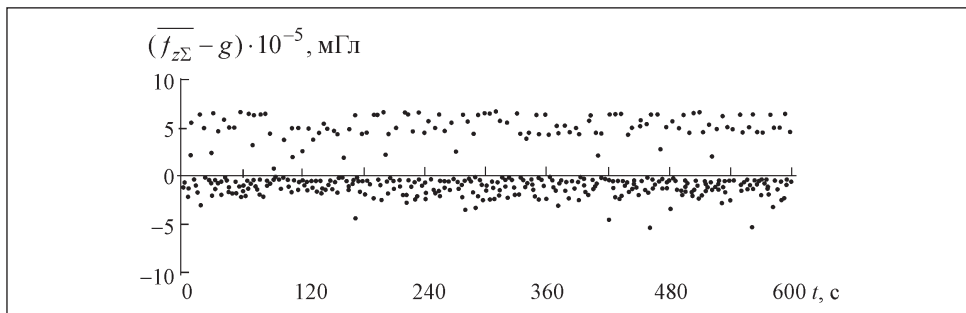


Рис. 3. Типичный график выходного сигнала ДГ

от частоты внешних возмущений ω при $t = 600$ с число $N_{\text{из}}$ усредненных значений $\overline{\Delta g(t)}$ находится в пределах $200 \leq N_{\text{из}} \leq 500$.

Используя значения $\overline{\Delta g(t_0)}, \overline{\Delta g(t_1)}, \overline{\Delta g(t_2)}, \dots, \overline{\Delta g(t_{N_{\text{из}}})}$, по формулам математической статистики [4, 5] на временном промежутке $t = 600$ с вычисляем следующие параметры:

среднее значение измерения

$$\overline{\Delta g} = \frac{1}{N_{\text{из}} + 1} \sum_{i=0}^{N_{\text{из}}} \overline{\Delta g(t_i)},$$

его среднеквадратичное отклонение,

$$\sigma_{\overline{\Delta g}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{из}}} \sum_{i=0}^{N_{\text{из}}} [\overline{\Delta g(t_i)} - \overline{\Delta g}]^2},$$

Погрешности измерения УСТ при $\xi=1$

ω , Гц	w_a , м/с ²	w_b , м/с ²	$\Delta_{\Delta g}$, мГл	
			ОГ	ДГ
$\omega_0 = 2,5$	1	1	1,847	0,109
	3	3	0,9226	0,015
$\omega_0 / 2 = 1,25$	1	1	0,31	0,0677
	3	3	0,6277	0,1412
$\omega_0 / 3 = 0,83$	1	1	0,267	0,0163
	3	3	0,4927	0,0427
$2\omega_0 = 5$	1	1	0,6598	0,0411
	3	3	0,2566	0,0957
$3\omega_0 = 7,5$	1	1	0,8999	0,0451
	3	3	4,785	0,1176

доверительный интервал для математического ожидания $\overline{\Delta g} - \Delta_{\Delta g} < \Delta g < \overline{\Delta g} + \Delta_{\Delta g}$, где $\Delta_{\Delta g}$ — абсолютная погрешность измерения $\overline{\Delta g}$,

$$\Delta_{\Delta g} = \frac{\sigma_{\Delta g}}{\sqrt{N_{\text{из}}}} t_p,$$

$t_p = qt(p, d)$; $qt(p, d)$ — обратное кумулятивное распределение Стьюдента по доверительной вероятности p с числом степеней свободы $d = N_{\text{из}}$ в среде Mathcad.

В таблице приведены погрешности измерения УСТ, полученные в результате цифрового моделирования работы одnogироскопного гравиметра (ОГ) и ДГ. Из таблицы видно:

1) погрешности измерения ДГ меньше погрешностей измерения ОГ в 4—10 раз;

2) для вибраций с частотами $\omega_0 / 2$, $\omega_0 / 3$, $3\omega_0$ при увеличении амплитуды возмущений w_a , w_b абсолютные погрешности измерения $\Delta_{\Delta g}$ увеличиваются в 2—3 раза; для частоты ω_0 при увеличении амплитуды возмущений w_a , w_b абсолютные погрешности измерения $\Delta_{\Delta g}$ уменьшаются в 2—3 раза; для частоты $2\omega_0$ с увеличением амплитуды возмущений w_a , w_b абсолютные погрешности измерения $\Delta_{\Delta g}$ не меняются;

3) резонансным частотам для ДГ соответствуют меньшие погрешности измерения, чем для ОГ, т.е. ДГ является более устойчивым к резонансу.

Выводы

Результаты исследований выходного сигнала ДГ подтвердили, что систематическая погрешность измерения ДГ зависит от курса ЛА и значительно меньше погрешности измерения ОГ.

Research of the influence of external disturbances on the accuracy of gravity measurements by two gyroscope gravimeter on the aircraft has been conducted. Dependence of the systematic error of output signal of the two gyroscope gravimeter on the change of the aircraft course has been investigated.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Безвесільна О.М.* Вимірювання прискорень. — Київ : Либідь, 2001. — 264 с.
2. *Гурский Д.А., Турбина Е.С.* Вычисления в Mathcad 12. — СПб. : Питер, 2006. — 544 с.
3. *Безвесільна О.М.* Авіаційні гравіметричні системи та гравіметри. — Житомир : ЖДТУ, 2007. — 604 с.
4. *Кендалл М., Стюарт А.* Статистические выводы и связи: Пер. с англ. — London : Charles Griffin & company limited. — М. : Наука, 1973. — 900 с.
5. *Бусленко Н.П., Голенко Д.И., Соболев И.М. и др.* Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Учеб. пособие; под ред. Ю.А. Шрейдера. — М. : Физматгиз, 1962. — 332 с.

Поступила 12.02.13

БЕЗВЕСИЛЬНАЯ Елена Николаевна, Заслуженный деятель науки и техники Украины, д-р техн. наук, профессор кафедры приборостроения Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт». В 1972 г. окончила Киевский политехнический ин-т. Область научных исследований — методы измерения механических величин, гравиметрические системы.

КОВАЛЬ Антон Валерьевич, канд. техн. наук, доцент кафедры автоматизации и компьютерных технологий Житомирского государственного технологического университета, который окончил в 2008 г. Область научных исследований — гравиметрические системы и гравиметры, математическое моделирование и системы автоматизации.

