

**ВЕКТОРНАЯ МГНОВЕННАЯ МОЩНОСТЬ И
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ****Ю.А.Сиротин**, канд.техн.наук

Национальный технический университет «ХПИ»,

ул. Фрунзе, 21, Харьков, 61002, Украина,

e-mail: Yuri_sirotin@ukr.net

В трехфазной цепи в синусоидальном режиме постоянная и переменная составляющие векторной мгновенной мощности (ММ) определяют две новые интегральные мощности вектор мощности небаланса и вектор пульсирующей мощности. Совместно со стандартными скалярными мощностями синусоидального режима – стандартной комплексной мощностью и комплексной мощностью пульсаций – эти векторные мощности определяют два уравнения мощности: несбалансированного и неуравновешенного режима потребления электроэнергии. Показано, что при несимметричном напряжении векторная ММ равна нулю, только если стандартная реактивная мощность (мощность сдвига) и мощность небаланса равны нулю. Коэффициент мощности при этом равен единице. Библиография: 10, табл. 2, рис. 1.

Ключевые слова: трехфазная цепь, мгновенная мощность, векторная мгновенная мощность, активная, реактивная, комплексная, кажущаяся мощность, мощность пульсаций, несимметричное напряжение, неуравновешенный режим, несбалансированный режим.

Энергетический процесс (напряжения и тока) в сечении 3–трехфазной цепи полностью представляется тремя фазовыми кривыми (вектор–функцией), которые в каждый момент определяют вектор из вещественного 3–мерного пространства с операциями скалярного и векторного произведений 3–мерной векторной алгебры.

Скалярное произведение векторов тока и напряжения определяет стандартную мгновенную мощность (ММ), равную скорости передачи энергии (и не зависит от порядка сомножителей напряжения и тока). Векторное произведение векторов тока и напряжения (зависит от их порядка) определяет векторную ММ (с точностью до знака). Векторная ММ характеризует качество поставки и потребления электроэнергии и, в так называемой p - q теории ММ (и ее модификациях), интерпретируется как реактивная (неактивная) мгновенная мощность [2,3,4,8].

Впервые векторная ММ была использована [3] для 3–проводной цепи (где энергетические процессы двумерны, а векторная ММ одномерна). Эта теория использует преобразование Кларка к α - β координатам в плоскости, ортогональной орту 0–последовательности, и позволяет компенсировать реактивную ММ без применения элементов накопления энергии, что вызвало большой интерес и породило ряд модификаций для 4–проводной цепи (с использованием фазовых и других координат) [3,4,6,8,9]. Как p - q теория, так и ее модификации применяются для несинусоидального режима и имеют ряд особенностей. Так, используемое мгновенное разложение 3–фазного мгновенного тока этих теорий (отличающееся от разложения Фризе в пространстве 3–мерных кривых), порождает гармоники, расширяющие первоначальный спектр тока [5,7]. В синусоидальном режиме даже при симметричном напряжении как в активном, так и реактивном токе p - q теории содержится гармоника 3–порядка, а среднее значение мгновенной реактивной мощности равно стандартной реактивной мощности, но с обратным знаком [5]. Эти особенности и отсутствие явной связи реактивной ММ (в 3–проводной системе) и векторной ММ (в 4–проводной системе) с интегральными энергетическими характеристиками вызвало появление ряда критических статей [5,6].

Вопрос [5] «Как пара ММ активной p и реактивной q в синусоидальном режиме связана с известными тремя мощностями: стандартной активной, реактивной (мощности сдвига) и несбалансированной (мощности несимметрии эквивалентных фазных проводимостей)?» остался открытым даже для 3–проводной системы при симметричном напряжении.

В данной работе для синусоидального режима при несимметричном напряжении для 3 и 4–проводной систем дается ответ на этот вопрос. В работе для периодических процессов предложена классификация энергетических режимов по состоянию мгновенных мощностей. Показано, что состояние синусоидального процесса в сечении 3–трехфазной цепи одновременно оценивается двумя дуальными уравнениями мощности: уравнением мощности несбалансированного режима и уравнением мощности неуравновешенного режима. В первом уравнении активная и реактивная мощности квадратично дополняются до кажущейся мощности векторной мощностью небаланса, формируя уравне-

ние несбалансированного синусоидального режима [1,10]. Во втором уравнении комплексная мощность пульсаций квадратично дополняется до кажущейся мощности векторной неп пульсирующей мощностью. Новые интегральные векторные мощности определяют постоянную и колебательную (двойной частоты) составляющую векторной ММ подобно тому, как стандартная комплексная мощность и комплексная мощность пульсаций определяют постоянную и колебательную (двойной частоты) составляющую активной ММ.

1. Мгновенные мощности. Уравновешенный и сбалансированный режимы.

Мгновенное состояние процессов в трехфазном сечении $\langle a, b, c \rangle$ характеризуется векторами мгновенных значений (м.з.) тока и напряжения

$$\mathbf{u}(t) = (u_a(t), u_b(t), u_c(t))', \quad \mathbf{i} = (i_a(t), i_b(t), i_c(t))', \quad (1)$$

где \bullet' – знак транспонирования.

Скалярное произведение (СП) векторов (1) равно стандартной (активной) ММ и в каждый момент времени характеризует скорость передачи энергии $W = W(t)$ через сечение $\langle a, b, c \rangle$

$$p(t) = \mathbf{i}(t)' \mathbf{u}(t), \quad p(t) = u_a(t)i_a(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t) = dW/dt. \quad (2)$$

Полагая, что процессы (1) – T -периодические, можно корректно определить среднюю ММ и выделить переменную составляющую

$$\bar{p} = T^{-1} \int_{\tau}^{\tau+T} p(t) dt, \quad p(t) = \bar{p} + \tilde{p}(t). \quad (3)$$

Если ММ не имеет переменной (пульсирующей) компоненты $\tilde{p}(t) \equiv 0$, то режим *уравновешен* [10]. В общем случае $\tilde{p} = p(t) - \bar{p} \neq 0$, и режим *неуравновешен*. Симметричный синусоидальный режим *уравновешен* (даже при наличии реактивной мощности).

Произведение норм векторов МЗ напряжений и токов в каждый момент времени определяет *кажущуюся* мгновенную мощность и неравенство

$$s(t) = |\mathbf{u}(t)| \cdot |\mathbf{i}(t)| = \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{i}(t), \quad |\mathbf{i}(t)' \mathbf{u}(t)| \leq |\mathbf{u}(t)| |\mathbf{i}(t)|, \quad (4)$$

которое в каждый момент квадратично дополняется до равенства определителем матрицы Грама векторов $\mathbf{i}(t)$ и $\mathbf{u}(t)$. Определитель матрицы Грама равен квадрату нормы векторного произведения (ВП) векторов м.з. токов и напряжений – скалярному квадрату векторной ММ

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i}' & \mathbf{i} & \mathbf{i}' & \mathbf{u} \\ \mathbf{i}' & \mathbf{u} & \mathbf{u}' & \mathbf{u} \end{vmatrix} = \underbrace{[\mathbf{i} \times \mathbf{u}]'}_{q(t)} \underbrace{[\mathbf{i} \times \mathbf{u}]}_{q(t)}. \quad (5)$$

Геометрический смысл определителя матрицы Грама: «квадрат площади параллелограмма, который образован векторами напряжения $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ и тока $\mathbf{i} = \mathbf{i}(t)$ ». Площадь такого «мгновенного» параллелограмма равна нулю, если образующие его векторы параллельны (коллинеарны $\mathbf{u}(t) \parallel \mathbf{i}(t)$). Поэтому ВП напряжения $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$ и тока $\mathbf{i} = \mathbf{i}(t)$ можно интерпретировать как *неактивную* ММ.

Разложение (5) инвариантно относительно перестановки векторов \mathbf{i} и \mathbf{u} , однако $\mathbf{i} \times \mathbf{u} = -\mathbf{u} \times \mathbf{i}$. В данной работе *векторная (неактивная) ММ* определяется как

$$\mathbf{q} = \mathbf{i} \times \mathbf{u} = [i_b u_c - i_c u_b, i_c u_a - i_a u_c, i_a u_b - i_b u_a]'. \quad (6)$$

Противоположный выбор сделан в « $p - q$ теории» и приводит к ошибке [3]. Согласно $p - q$ теории в 3-проводной цепи (когда ВП векторов $\mathbf{i}(t)$ и $\mathbf{u}(t)$ совпадает со своей 0-последовательностью) в синусоидальном симметричном режиме среднее значение 0-последовательности *неактивной* ММ равно стандартной реактивной мощности, но с обратным знаком. Выбор определения *неактивной* ММ согласно (6) исправляет ошибку и не влияет на разложение тока $p - q$ теории и ее модификаций.

Из (5) следует квадратичное разложение кажущейся ММ («уравнение мгновенных мощностей»)

$$\underbrace{(\mathbf{i}' \mathbf{i})}_{i^2(t)} \underbrace{(\mathbf{u}' \mathbf{u})}_{u^2(t)} \equiv \underbrace{(\mathbf{i}' \mathbf{u})}_{p^2(t)} + \underbrace{[\mathbf{i} \times \mathbf{u}]' [\mathbf{i} \times \mathbf{u}]}_{q^2(t)}, \quad s^2(t) = p^2(t) + q^2(t). \quad (7)$$

В (6) использованы стандартные обозначения для скалярных квадратов векторов м.з. напряжений и токов и квадратов активной ММ и неактивной ММ

$$u^2(t) = |\mathbf{u}(t)|^2 = \mathbf{u}(t)' \mathbf{u}(t), \quad i^2(t) = |\mathbf{i}(t)|^2 = \mathbf{i}(t)' \mathbf{i}(t), \quad p^2(t) = |(\mathbf{i}'(t) \mathbf{u}(t))|^2, \quad q^2(t) = \mathbf{q}(t)' \mathbf{q}(t). \quad (8)$$

Для сокращения записи зависимость от времени дальше явно не указывается.

Подобно (3) выделим векторные составляющие: постоянную и переменную

$$\bar{q} = T^{-1} \int_{\tau}^{\tau+T} q(t) dt; \quad \tilde{q}(t) = q(t) - \bar{q}. \quad (9)$$

Режим, при котором векторная ММ не имеет переменной составляющей $\tilde{q} = \tilde{q}(t) \equiv 0$ (тождественно равна нулю, $q(t) \equiv 0$), будем называть сбалансированным (реально сбалансированным) режимом.

2. **3-проводная схема и неактивная ММ.** В трехпроводной цепи напряжение можно измерять относительно искусственной точки заземления, что совместно с первым законом Кирхгофа дает ограничение на энергетические процессы [1,5]

$$i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) \equiv 0 \Rightarrow \dot{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{e}_0 \equiv 0 \Rightarrow \mathbf{i} \perp \mathbf{e}_0, \quad (10.a)$$

$$u_a(t) + u_b(t) + u_c(t) \equiv 0 \Rightarrow \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_0 \equiv 0 \Rightarrow \mathbf{u} \perp \mathbf{e}_0. \quad (10.б)$$

Здесь $\mathbf{e}_0 = (1,1,1) / \sqrt{3}$ – нормализованный вектор 0-последовательности (орт $|\mathbf{e}_0| = 1$).

Если два вектора ортогональны орту \mathbf{e}_0 , то их векторное произведение коллинеарно \mathbf{e}_0 и совпадает со своей проекцией на орт \mathbf{e}_0 . Поэтому для вектора неактивной ММ имеем

$$(\mathbf{i} \perp \mathbf{e}_0) \& (\mathbf{u} \perp \mathbf{e}_0) \Rightarrow \mathbf{q} = \mathbf{i} \times \mathbf{u} = (\mathbf{i} \times \mathbf{u})_0 = \underbrace{([\mathbf{i} \times \mathbf{u}] \cdot \mathbf{e}_0)}_{q_0} \mathbf{e}_0 = q_0 \mathbf{e}_0 = \mathbf{q}_0. \quad (11)$$

Он полностью определен скалярной неактивной ММ, которая равна смешанному произведению векторов м.з. тока, м.з. напряжения и орта 0-последовательности

$$q_0(t) = [\mathbf{i} \times \mathbf{u}] \cdot \mathbf{e}_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} [i_a(u_b - u_c) + i_b(u_c - u_a) + i_c(u_a - u_b)]. \quad (12)$$

Так как $q = |\mathbf{q}| = |q_0|$, то мгновенное уравнение мощности (8) запишется в виде

$$s^2(t) \equiv p^2(t) + q_0^2(t). \quad (13)$$

3. **Синусоидальный режим и 3-комплексы.** Мгновенные значения синусоидальных процессов напряжения и тока $\mathbf{u}(t) = \sqrt{2} \Re e [U e^{j\omega t}]$, $\mathbf{i}(t) = \sqrt{2} \Re e [I e^{j\omega t}]$.

однозначно определены трехмерными комплексными векторами (3-комплексами) напряжения и тока

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_a e^{j\varphi_a} \\ U_b e^{j\varphi_b} \\ U_c e^{j\varphi_c} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a e^{j\varphi_a} \\ I_b e^{j\varphi_b} \\ I_c e^{j\varphi_c} \end{bmatrix} \quad (15.a)$$

– векторами комплексных действительных величин, которые вычисляются как

$$\mathbf{U} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{u}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad \mathbf{I} = \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T \mathbf{i}(t) e^{-j\omega t} dt, \quad T - \text{период } (T\omega = 2\pi). \quad (15.б)$$

Для трехфазного сечения $\langle a, b, c \rangle$ определим эквивалентные проводимости фаз $\dot{Y}_k = \dot{I}_k / \dot{U}_k$, $k \in \{a, b, c\}$. Если в этом сечении подключена нагрузка типа звезды с нулевым проводом, то эквивалентные проводимости равны ее проводимостям.

Комплексное скалярное произведение 3-комплексов определено как произведение вектор-строки $\mathbf{X}^* = (\dot{X}_a^*, \dot{X}_b^*, \dot{X}_c^*)$ на комплексно сопряженный (КС) вектор-столбец $\mathbf{Z}^* = (Z_a^*, Z_b^*, Z_c^*)$

$$(\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \mathbf{X}^* \mathbf{Z}^* = \dot{X}_a^* Z_a^* + \dot{X}_b^* Z_b^* + \dot{X}_c^* Z_c^*, \quad (\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = (\mathbf{Z}, \mathbf{X})^*. \quad (16)$$

Скалярный квадрат (квадрат нормы) произвольного 3-комплекса \mathbf{X} равен

$$X^2 = |\mathbf{X}|^2 = (\mathbf{X}, \mathbf{X}) = \mathbf{X}^* \mathbf{X}^* = \dot{X}_a^* X_a^* + \dot{X}_b^* X_b^* + \dot{X}_c^* X_c^* > 0. \quad (17)$$

3-комплексы \mathbf{X} и \mathbf{Y} ортогональны, если их комплексное скалярное произведение равно нулю

$$\mathbf{X} \perp \mathbf{Z} \Leftrightarrow (\mathbf{X}, \mathbf{Z}) = \mathbf{X}^* \mathbf{Z}^* = 0. \quad (18)$$

4. **Активная мгновенная мощность синусоидального режима.** Представляя м.з. синусоидальных процессов (14) как

$$\mathbf{u}(t) = [U e^{j\omega t} + U^* e^{-j\omega t}] / \sqrt{2}, \quad \mathbf{i}(t) = [I e^{j\omega t} + I^* e^{-j\omega t}] / \sqrt{2}, \quad (19)$$

для стандартной ММ имеем представление

$$p(t) = \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{i}(t) = \Re e \left[\underbrace{\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^*}_{\dot{S}} + \underbrace{\mathbf{I} \cdot \mathbf{U}}_{\dot{N}} e^{j2\omega t} \right] \quad (20)$$

двумя комплексными мощностями (КМ): стандартной КМ и комплексной мощностью пульсаций

$$\dot{S} = P + jQ = \dot{U}_a I_a^* + \dot{U}_b I_b^* + \dot{U}_c I_c^* = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^*, \quad \dot{N} = N e^{j \arg \dot{N}} = \dot{U}_a \dot{I}_a + \dot{U}_b \dot{I}_b + \dot{U}_c \dot{I}_c = \mathbf{I} \cdot \mathbf{U}. \quad (21)$$

Реальная часть стандартной КМ равна средней (активной) мощности за интервал наблюдения

$$[\tau, \tau + T] \quad \bar{p} = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} p(t) dt, \quad \bar{p} = \Re e \dot{S} = P. \quad (22)$$

Мнимая часть КМ $\Im m \dot{S} = Q$ интерпретируется как реактивная мощность синусоидального режима (мощность сдвига сбалансированной составляющей тока [1]).

Комплексная мощность пульсаций (МП) (21) определяет комплексную амплитуду пульсаций переменной составляющей активной ММ

$$\tilde{p} = \Re e [\dot{N} e^{j2\omega t}] = N \cos(2\omega t + \arg \dot{N}). \quad (23)$$

Стандартная КМ равна комплексному СП (16) 3-комплексов напряжения и тока (15). Комплексная МП равна комплексному СП (16) 3-комплекса тока и КС 3-комплекса напряжения $\mathbf{U}^* = [U_a^* \ U_b^* \ U_c^*]^T$ [8,9]:

$$\dot{S} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{I}^* = (\mathbf{U}, \mathbf{I}), \quad \dot{N} = \mathbf{I} \cdot (\mathbf{U}^*)^* = (\mathbf{I}, \mathbf{U}^*). \quad (24)$$

Для активной ММ справедливо $p(t) = dW / dt = \mathbf{u}(t) \cdot \mathbf{i}(t) = P + N \cos(2\omega t + \arg \dot{N})$, (25) и синусоидальный режим уравновешен $\tilde{p} = \Re e [\dot{N} e^{j2\omega t}] \equiv 0$, если выполняется одно из эквивалентных утверждений

$$N = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{U}^* \perp \mathbf{I}. \quad (26)$$

Так, при симметричном напряжении прямой последовательности режим уравновешен, если ток не содержит обратной последовательности. (Наличие тока 0-последовательности не приводит к пульсациям активной ММ.)

5. Векторная мгновенная мощность синусоидального режима

ВП 3-комплексов \mathbf{X} и \mathbf{Z} определяется так же, как ВП для вещественных 3-векторов

$$\mathbf{X} \times \mathbf{Z} = [\dot{X}_b \dot{Z}_c - \dot{X}_c \dot{Z}_b \quad \dot{X}_c \dot{Z}_a - \dot{X}_a \dot{Z}_c \quad \dot{X}_a \dot{Z}_b - \dot{X}_b \dot{Z}_a]^T. \quad (27)$$

3-комплексы \mathbf{X} и \mathbf{Z} (комплексно) параллельны ($\mathbf{X} \parallel \mathbf{Z}$), если их координаты комплексно пропорциональны или ВП равно нулю $\mathbf{X} \parallel \mathbf{Z} \Leftrightarrow \mathbf{X} = \lambda \mathbf{Z} \ (\lambda = \lambda' + j\lambda'') \Leftrightarrow \mathbf{X} \times \mathbf{Z} = 0$.

3-комплексы \mathbf{X} и \mathbf{Z} реально параллельны, если мнимая часть коэффициента параллельности $\lambda'' = 0$.

Используя представление (19) для м.з. напряжений и токов, можно показать, что в синусоидальном режиме векторная ММ (6) равна

$$\mathbf{q} = \mathbf{i} \times \mathbf{u} = \Re e \left[\underbrace{\mathbf{I} \times \mathbf{U}^*}_{\dot{K}} + \underbrace{(\mathbf{I} \times \mathbf{U})}_{\dot{D}} e^{j2\omega t} \right] \quad (29)$$

и представляется двумя векторными комплексными мощностями: 3-комплексом мощности небаланса и 3-комплексом неппульсирующей мощности

$$\mathbf{D} = \mathbf{I} \times \mathbf{U}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{I} \times \mathbf{U}^*. \quad (30)$$

Векторная ММ в синусоидальном режиме может быть записана как

$$\mathbf{q} = \underbrace{\Re e[\mathbf{K}]}_{\tilde{\mathbf{q}}} + \underbrace{\Re e[\mathbf{D} e^{j2\omega t}]}_{\tilde{\mathbf{q}}}; \quad \tilde{\mathbf{q}} = \Re e[\mathbf{K}], \quad \tilde{\mathbf{q}}(t) = \Re e[\mathbf{D} e^{j2\omega t}]. \quad (31)$$

Из (29–31) следует, что синусоидальный режим сбалансирован $\tilde{\mathbf{q}}(t) = \Re e[\mathbf{D} e^{j2\omega t}] \equiv 0$, если выполняется одно из эквивалентных утверждений

$$\mathbf{D} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{U} \parallel \mathbf{I} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{I} = \dot{Y}_e \mathbf{U}. \quad (32)$$

Эквивалентные проводимости фаз одинаковы и равны $\dot{Y}_e = G_e + jB_e = |\dot{Y}_e| e^{j \arg \dot{Y}_e}$ – эквивалентной проводимости сечения $\langle a, b, c \rangle$. В этом режиме 3-мерные векторные кривые м.з. тока повторяют 3-мерные векторные кривые м.з. напряжения, при этом между ними имеется временной сдвиг

$$\mathbf{i}(t) = \dot{Y}_e \mathbf{u}(t + \tau), \quad \tau = \arg \dot{Y}_e / \omega. \quad (33)$$

6. Уравнения мощности несбалансированного и неуравновешенного режимов.

Операции сложения и умножения для вещественных и комплексных чисел обладают одинаковыми свойствами. Поэтому тождества вещественной векторной алгебры остаются справедливыми

и для комплексных векторов (3-комплексов). Следует только вместо вещественного СП использовать комплексное СП (16).

Тождество, подобное (5), связывающее комплексное СП и ВП для любых 3-комплексов X и Z , задано определителем комплексной матрицы Грама

$$\begin{vmatrix} X \cdot X^* & X \cdot Z^* \\ Z \cdot X^* & Z \cdot Z^* \end{vmatrix} = [X \times Z] \cdot [X \times Z]^* . \quad (34)$$

Используя стандартные обозначения для скалярных квадратов комплексного СП $X^2 = |X|^2 = X \cdot X^*$, $Z^2 = |Z|^2 = Z \cdot Z^*$, $|X \times Z|^2 = (X \times Z) \cdot (X \times Z)^*$, имеем тождество

$$X^2 \cdot Z^2 = |X \cdot Z^*|^2 + |X \times Z|^2 . \quad (35)$$

Полагая $X = I$, $Z = U$ и используя $\dot{S} = U \cdot I^*$ и $S^* = I \cdot U^*$ из (35), получим квадратичное разложение [9] полной (кажущейся) мощности по Бухгольцу $S_B = |U \cdot I| = U \cdot I$ на две компоненты

$$|I|^2 |U|^2 = \dot{S} S^* + D \cdot D^* , \quad S_B^2 = S_G^2 + D_u^2 . \quad (36)$$

Здесь и дальше: $S_G = |U \cdot I^*| = \sqrt{\dot{S} S^*} = |\dot{S}|$ – геометрическая мощность, равная модулю стандартной КМ; $D_u = |D| = \sqrt{D \cdot D^*}$ – норма 3-комплекса мощности небаланса (30).

Так как $S_G^2 = P^2 + Q^2$, то имеем уравнение мощности (для оценки дополнительных потерь) и коэффициент мощности

$$S_B^2 = P^2 + \underbrace{Q^2 + D_u^2}_{\text{дополнительные потери}} , \quad \lambda = P/S_B = P(P^2 + Q^2 + D_u^2)^{-1/2} \quad (37)$$

для несбалансированного режима. В синусоидальном несбалансированном режиме дополнительные потери обусловлены не только реактивной мощностью, но и небалансом режима ($\dot{Y}_a \neq \dot{Y}_b \neq \dot{Y}_c$).

Из (35), полагая $X = I$, $Z = U^*$ и используя $\dot{N} = I \cdot U = (I, U^*)$, имеем другое квадратичное разложение полной мощности для оценки неуровновешенности режима

$$|I|^2 |U|^2 = \dot{N} N^* + K \cdot K^* , \quad S_B^2 = N^2 + K^2 . \quad (38)$$

Положительная скалярная величина $K^2 = K \cdot K^*$ характеризует неп пульсирующие процессы синусоидального режима и дополняет положительную величину $N^2 = \dot{N} N^*$ в уравнении мощности неуровновешенного режима (38).

7. Сбалансированный и реально сбалансированный режимы.

Введем орт 3d-комплекса напряжения и определим скалярное и векторное произведения пары векторов v, v^*

$$v = |U|^{-1} U , \quad \dot{\mu} = (v, v^*) = v \cdot v \neq 0 , \quad \eta = v \times v^* . \quad (39)$$

При несимметричном напряжении векторы U и U^* не ортогональны, и 3d-комплекс несимметрии напряжения $\eta = v \times v^*$ не является ортом векторного произведения $U \times U^*$, так как из (35) при $X = U$, $Z = U^*$ следует равенство

$$\eta^2 + \mu^2 = 1 . \quad (40)$$

Если режим сбалансирован ($I = \dot{Y}_e U$), то для компонент уравнения (38) справедливы равенства

$$\dot{N} = I \cdot U = \dot{Y} U \cdot U = \dot{\mu} \dot{Y} |U|^2 = \dot{\mu} S^* , \quad K = \dot{Y} U \times U^* = S^* [v \times v^*] = S^* \eta . \quad (41)$$

В общем случае 3d-комплекс $\eta = v \times v^*$ имеет чисто мнимые координаты, так как применение к нему операции КС равносильно его умножению на минус единицу $\eta^* = (v \times v^*)^* = v^* \times v = -v \times v^* = -\eta$. Поэтому 3d-комплекс η может быть представлен как $\eta = j \Im m[\eta]$ ($\Im m[\eta]$ – вещественный вектор), что позволяет выделить реальную и мнимую части 3d-комплекса неп пульсирующей мощности

$$K = j S^* \Im m[\eta] = \underbrace{Q \cdot \Im m[\eta]}_{\Re e K} + j \underbrace{P \cdot \Im m[\eta]}_{\Im m K} . \quad (42)$$

Из (31) и (42) следует, что синусоидальный режим сбалансирован, но реально несбалансирован, только если реактивная мощность не равна нулю

$$q(t) = \bar{q} \neq 0 \Leftrightarrow \Re e K = Q \cdot \Im m[\eta] \neq 0 \Leftrightarrow Q \neq 0 . \quad (43)$$

В этом режиме справедливо сокращенное уравнение мощности потерь (кажущаяся мощность равна модулю комплексной мощности)

$$S_B = \sqrt{P^2 + Q^2} , \quad \dot{S} = U \cdot I^* = Y_e^* |U|^2 , \quad P = G_e U^2 , \quad Q = -B_e U^2 , \quad (44)$$

а коэффициент мощности меньше 1, так как $Q \neq 0$.

Синусоидальный режим *реально* сбалансирован ($q(t) = 0$), если выполняется любое из следующих эквивалентных утверждений

$$[\Re[K] = 0] \ \& \ (D = 0) \Leftrightarrow I = G_e U \Leftrightarrow [(Q = 0) \ \& \ (D = 0)] \Leftrightarrow \lambda = 1. \quad (45)$$

Таким образом, если в синусоидальном режиме при несимметричном напряжении векторная ММ тождественно равна нулю, то между 3-мерными векторными кривыми м.з. тока и напряжения отсутствует временной сдвиг, а коэффициент мощности равен 1. В частности, если напряжение симметрично $U = \dot{U}e_1$ ($\eta = e_1 \times e_2 = je_0$, $\dot{\mu} = v \cdot v = 0$), то в сбалансированном режиме справедливы равенства

$$K = jS^* e_0 = (Q + jP)e_0, \quad \bar{q} = \Re[K] = Qe_0, \quad \dot{N} = \dot{\mu}S^* = 0. \quad (46)$$

При симметричном напряжении в 4-проводной цепи сбалансированный режим уравновешен (обратное утверждение не верно). Однако, если напряжение несимметрично ($\dot{\mu} \neq 0$), то мощность пульсаций отлична от нуля, и сбалансированный режим (даже реально) остается неуравновешенным $\dot{N} = \dot{\mu}G_e |U|^2 \neq 0$.

Орты прямой (ПП) и обратной последовательности (ОП) [8,9]

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad e_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^* \end{bmatrix}, \quad e_1 \cdot e_0 = e_2 \cdot e_0 = 0 \quad (47)$$

ортогональны, связаны операцией комплексного сопряжения $e_2 = (e_1)^*$ ($\alpha = e^{j2\pi/3}$) и образуют базис для двумерных процессов 3-проводной цепи.

8. 3-проводная схема с синусоидальными процессами.

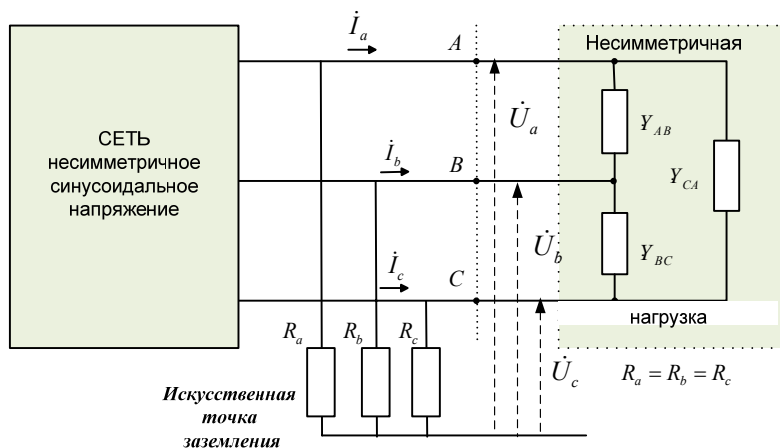
Трехпроводная цепь является частным случаем 4-проводной цепи, на энергетические процессы которой наложены дополнительные ограничения. Из (10) следует, что в 3-проводной схеме (рисунок) для 3-комплексов (15) выполнено условие

$$U \cdot e_0 = 0, \quad I \cdot e_0 = 0. \quad (48)$$

Используя тождество векторной алгебры для двойного векторного произведения, можно показать, что если 3-комплексы ортогональны орту e_0 , то их ВП параллельно e_0 и совпадает со своей проекцией на орт e_0

$$(X \perp e_0) \ \& \ (Z \perp e_0) \Rightarrow X \times Z = ([X \times Z] \cdot e_0)e_0 = [X \times Z]_0. \quad (49)$$

Утверждение (49) для 3-комплексов мощностей (30) и 3-комплекса несимметрии напряжения дает



$$D = D_0 = \dot{D}_0 e_0, \quad K = K_0 = \dot{K}_0 e_0, \quad \eta = \eta_0 = \dot{\eta}_0 e_0. \quad (50)$$

Алгебраические проекции 3-комплексов (50) на орт 0-последовательности e_0 – комплексные величины: комплекс *мощности небаланса*, комплекс *непульсирующей мощности* и коэффициент *несимметрии*

$$\begin{aligned} \dot{D}_0 &= (I \times U) \cdot e_0 = [IUe_0], \\ \dot{K}_0 &= (I \times U^*) \cdot e_0 = [IU^*e_0], \\ \dot{\eta}_0 &= (v \times v^*) \cdot e_0 \end{aligned} \quad (51)$$

равны смешанным произведениям.

Дуальные уравнения мощности (37) и (39) записываются как

$$S_B^2 = P^2 + Q^2 + D_0^2, \quad S_B^2 = K_0^2 + N^2. \quad (52)$$

Для неактивной скалярной ММ (13) справедливо

$$q_0(t) = q \cdot e_0 = \Re[\dot{K}_0 + \dot{D}_0 e^{j2\omega t}], \quad \bar{q}_0 = \Re[\dot{K}_0], \quad \bar{q}_0 = \Re[\dot{D}_0 e^{j2\omega t}]. \quad (53)$$

9. Синусоидальный режим и симметричные координаты.

3-комплексы тока и напряжения в базисе (47) имеют разложения

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = \dot{I}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{I}_2 \mathbf{e}_2, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2 = \dot{U}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{U}_2 \mathbf{e}_2. \quad (54)$$

Коэффициенты разложения (54) определяют симметричные координаты, которые вычисляются как

$$\dot{I}_1 = \mathbf{I}^* \mathbf{e}_1^* = \mathbf{I}^* \mathbf{e}_2, \quad \dot{I}_2 = \mathbf{I}^* \mathbf{e}_2^* = \mathbf{I}^* \mathbf{e}_1; \quad \dot{U}_1 = \mathbf{U}^* \mathbf{e}_1^* = \mathbf{U}^* \mathbf{e}_2, \quad \dot{U}_2 = \mathbf{U}^* \mathbf{e}_2^* = \mathbf{U}^* \mathbf{e}_1. \quad (55)$$

Для комплексно-сопряженного 3-комплекса тока имеем

$$\mathbf{I}^* = (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^* = \mathbf{I}_1^* + \mathbf{I}_2^* = (\dot{I}_1)^* (\mathbf{e}_1)^* + (\dot{I}_2)^* (\mathbf{e}_2)^* = (\dot{I}_2)^* \mathbf{e}_1 + (\dot{I}_1)^* \mathbf{e}_2. \quad (56)$$

В базисе симметричных координат для скалярных произведений (21) получим

$$\mathbf{U}^* \mathbf{I}^* = (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2)^* (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^* = (\mathbf{U}_1)^* (\mathbf{I}_1)^* + (\mathbf{U}_2)^* (\mathbf{I}_2)^*, \quad (57.a)$$

$$\mathbf{I}^* \mathbf{U} = (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^* (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2) = \mathbf{I}_1^* \mathbf{U}_2 + \mathbf{I}_2^* \mathbf{U}_1. \quad (57.b)$$

Тождества (57) дают выражения для стандартной КМ и комплексной мощности пульсаций

$$\dot{S} = \mathbf{U}^* \mathbf{I}^* = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* + \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = \dot{S}_1 + \dot{S}_2, \quad \dot{N} = \mathbf{I}^* \mathbf{U} = \dot{I}_1 \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{U}_1. \quad (58)$$

Здесь и дальше $\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = P_1 + jQ_1$, $\dot{S}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = P_2 + jQ_2$ – комплексные мощности ПП и ОП.

Прямыми вычислениями можно проверить, что для векторных произведений ортов (47) справедливы равенства

$$\mathbf{e}_k \times \mathbf{e}_m = \begin{cases} (m-k)j\mathbf{e}_0, & k \neq m; \\ 0, & k = m; \end{cases} \quad k, m = 1, 2; \quad \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_0 = (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_0)^* = -j\mathbf{e}_1. \quad (59)$$

Из (59) следует, что 3-комплексы мощности небаланса и непульсирующей мощности (30) содержат только 0-последовательность

$$\mathbf{D} = \dot{D}_0 \mathbf{e}_0 = \underbrace{j(\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_1 \dot{I}_2)}_{D_0} \mathbf{e}_0, \quad \dot{D}_0 = j(\dot{U}_2 \dot{I}_1 - \dot{U}_1 \dot{I}_2), \quad (60)$$

$$\mathbf{K} = \dot{K}_0 \mathbf{e}_0 = \underbrace{j(\dot{I}_1 \dot{U}_1^* - \dot{I}_2 \dot{U}_2^*)}_{K_0} \mathbf{e}_0, \quad \dot{K}_0 = j(\dot{I}_1 \dot{U}_1^* - \dot{I}_2 \dot{U}_2^*). \quad (61)$$

Комплекс непульсирующей мощности (61) при несимметричном напряжении равен

$$\dot{K}_0 = j(S_1^* - S_2^*) = (Q_1 - Q_2) + j(P_1 - P_2). \quad (62)$$

В трехпроводной цепи при несимметричном напряжении ($\dot{U}_2 \neq 0$) в несбалансированном режиме мгновенные мощности определены выражениями

$$p(t) = (P_1 + P_2) + \Re[e^{j2\omega t} \dot{N}], \quad q_0(t) = (Q_1 - Q_2) + \Re[\dot{D}_0 e^{j2\omega t}]. \quad (63)$$

Если в трехпроводной цепи режим сбалансированный, то $\dot{S}_1 = Y_e^* U_1^2$, $\dot{S}_2 = Y_e^* U_2^2$ и из (46) следует

$$\dot{\eta}_0 = j\eta_0 = j \underbrace{(1 - k_{U2}^2)}_{\eta_0} / (1 + k_{U2}^2), \quad \bar{q}_0 = Q \cdot \eta_0 = Q \cdot (1 - k_{U2}^2) / (1 + k_{U2}^2), \quad (64)$$

где $k_{U2} = U_2 / U_1$ – коэффициент несимметрии напряжения по обратной последовательности.

В трехпроводной цепи при несимметричном напряжении величина неактивной ММ тождественно равна нулю (режим *реально* сбалансирован $q_0(t) \equiv 0$), только если мощность небаланса и стандартная реактивная мощность равны нулю $q_0(t) \equiv 0 \Leftrightarrow (D_0 = 0) \& (Q = 0)$. При этом коэффициент мощности равен 1, и при несимметричном напряжении *реально* сбалансированный синусоидальный режим обеспечивается компенсатором Фризе [10].

В несбалансированном синусоидальном режиме *при симметричном напряжении* средняя величина неактивной ММ равна стандартной реактивной мощности $\bar{q}_0 = Q$ и

$$q_0(t) = Q + \dot{D}_0 e^{j2\omega t}, \quad q_0(t) = Q + \Re[\dot{D}_0 e^{j2\omega t}] = Q + D_0 \cos(2\omega t + \arg \dot{D}_0). \quad (65)$$

Если напряжение симметрично ($U_2 = 0$), то из $\dot{D}_0 = j\dot{U}_2 \dot{I}_1 = j\dot{N}$ и $\dot{K}_0 = j\dot{I}_1 \dot{U}_1^* = jS^*$ следует, что $D_0 = N$ и $K_0 = \sqrt{P^2 + Q^2}$, и дуальные уравнения (47) совпадают. При симметричном напряжении в 3-проводной цепи сбалансированный режим уравновешен. Однако, если напряжение несимметрично ($\dot{\mu} \neq 0$), то мощность пульсаций отлична от нуля, и компенсатор Фризе [10], реально балансируя режим, оставляет его неуравновешенным $\dot{N} = \dot{\mu} G_e |U|^2 \neq 0$. Оптимальный компенсатор пульсаций [1] делает режим уравновешенным и практически сбалансированным, обеспечивая коэффициент мощности $\lambda = (1 - k_{U2}^2) / (1 + k_{U2}^2)$.

10. Численное моделирование.

В рассматриваемых примерах все величины даны в относительных единицах $|U|=1$. Моделирование проводилось в среде MatCad. Напряжения в сечении $\langle a, b, c \rangle$ измеряются относительно искусственной точки заземления (напряжение не имеет 0-последовательности) (рисунок). 3-комплекс напряжения с фазовыми координатами

$U = (0.616, 0.557e^{j236,4^\circ}, 0.557e^{j123,6^\circ})^*$ имеет симметричные координаты $U_1 = 0.998$, $U_2 = -0.07$, $U_0 = 0$. Коэффициент несимметрии напряжения по обратной последовательности $k_{U2} = 7\%$. D - нагрузка задана межфазными проводимостями Y_{AB}, Y_{BC}, Y_{CA} (табл. 1).

Таблица 1

№	1	2	3	4
Y_{AB}	$1 - 0,5j$	$1 + 0.213j$	$1 + 0.035j$	$1 + 0.122j$
Y_{BC}	0	$0.802j$	$0.624j$	$0.624j$
Y_{CA}	0	$-0.358j$	$-0.537j$	$-0.624j$

В первых 3-х примерах режим неуравновешен. Кроме того, в первом примере режим и несбалансирован. Результаты расчетов сведены в табл. 2. Показано, как последовательно компенсируется мощность (ток) небаланса (пример 2), а затем реактивный ток (пример 3).

Таблица 2

№	1	2	3	4
λ	0,654	0,894	1	0,99
S_B	1.635	1.196	1.07	1.08
P	1.07	1.07	1.07	1.07
Q	0.535	-0.535	0	0
\dot{D}_0	$1.12e^{-j56.23^\circ}$	0	0	$1.151j$
\dot{N}	$1.2e^{j26.6}$	$0.17e^{j26.6^\circ}$	0.149	0
\dot{K}_0	$1.15e^{j56^\circ}$	$1.18e^{j116,6^\circ}$	$1.06j$	$1.08j$
Y_A	$1.87e^{-j0.8^\circ}$	$1.197e^{-j26.57^\circ}$	1.07	0.94
Y_B	$2.076e^{j56.3^\circ}$	$1.197e^{-j26.56^\circ}$	1.07	$1.16e^{j7^\circ}$
Y_C	0	$1.197e^{-j26.57^\circ}$	1.07	$1.16e^{-j7^\circ}$

Пример 1. Несбалансированная однофазная нагрузка (индуктор) включена между фазами A и B. Мощность небаланса и стандартная реактивная мощность не равны нулю и определяют дополнительные потери.

Пример 2. Сбалансированная нагрузка. Мощность небаланса равна нулю, однако $Q \neq 0$. Эквивалентные проводимости во всех фазах одинаковы. Однако они комплексные. Фазовый сдвиг между трехфазным током и напряжением дает коэффициент мощности $\lambda = 0,894$.

Пример 3. Реально сбалансированная нагрузка. Эквивалентные проводимости во всех фазах одинаковы и вещественные. Реактивная мощность равна нулю. Фазовый сдвиг между трехфазным током и напряжением отсутствует. Коэффициент мощности равен единице ($\lambda = 1$). Нагрузка этого примера равна суммарной нагрузке примера 1 и D - нагрузки LC компенсатора Фризе [10] для примера 1. В силу k_{U2} №0 имеют место пульсации $\dot{N} = 0.149$.

Пример 4. Уравновешенная, но несбалансированная нагрузка. Нагрузка этого примера реализует суммарную нагрузку примера 1 и D - нагрузку оптимального LC компенсатора пульсаций [1] для примера 1. Такой компенсатор устраняет неактивный ток Фризе (как в примере 3), но дополнительно в цепь источника вводит ток небаланса для компенсации пульсаций тока Фризе [1].

Заключение. Для классификации режимов потребления электроэнергии в 3-фазной системе дополнительно к активной ММ использована неактивная (векторная) ММ. Дополнительно к неуравновешенному режиму определено понятие сбалансированного и реально сбалансированного режимов. Идентификация синусоидальных режимов в терминах мгновенных и интегральных мощностей потребовала введения новой интегральной величины: комплекснозначного вектора неп пульсирующей мощности. Показано, что при синусоидальных процессах с несимметричным напряжением введенные режимы описываются двумя различными уравнениями мощности. Вектор неп пульсирующей мощности квадратично дополняет комплексную мощность пульсаций до кажущейся мощности и формирует уравнение мощности неуравновешенного режима. Реальная часть введенного комплексного вектора определяет постоянную составляющую векторной ММ.

1. Сиротин Ю.А. Оптимальная компенсация пульсаций при несимметричном напряжении // Технічна електродинаміка. – 2013. – №3. – С. 73–80.
2. Шидловский А.К., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. – Киев: Наук. думка. – 1985. – 268 с.
3. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A. Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components // IEEE Trans. on IA, IA-20. – 1984. – No. 3. – Pp. 625–630.

4. *Aredes M., Watanabe E.H.* New control algorithms for series and shunt three-phase four-wire active power filters // IEEE Trans. Power Del. – 1995. – Vol. 10. – No. 3. – Pp. 1649–1656.
5. *Czarnecki L.S.* On Some misinterpretations of the instantaneous reactive power p-q theory // IEEE Trans. on Power Electronic. – 2004. – Vol. 19. – No. 4. – Pp. 310–324. <http://www.lsczar.info/papers.htm>
6. *Herrera R.S., Salmerón P.* Instantaneous reactive power theory: a reference in the nonlinear loads compensation // Trans. on Power Electronics. – 2009. – Vol. 56. – No 6. – Pp. 2015–2015.
7. *Lev-Ari H., Stankovic A.M.* Hilbert space techniques for modeling and compensation of reactive power in energy processing systems // IEEE Trans. on Circuits & Systems- I: Fundamental Theory and Applications. – 2003. – No. 50(4). – Pp. 540–556.
8. *Peng F.Z., Lai J.S.* Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – Vol. 45. – No.1. – Pp. 293–297.
9. *Peng F.Z., Tolbert L.M., Xu Y., Chiasson J.N., Chen J.* Compensation-based non-active power definition // IEEE Power Electronics Letters. – 2003. – Vol. 1. – No. 2. – Pp. 45–50.
10. *Sirotnin. Yu.A.* Fryze's compensator and Fortescue transformation // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review) – 2011. – No 1. – Pp. 101–106. http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=4568

УДК 621.31

ВЕКТОРНА МИТТЄВА ПОТУЖНІСТЬ ТА ЕНЕРГЕТИЧНІ РЕЖИМИ В ТРИФАЗНИХ ЛАНЦЮГАХ

Ю.О.Сіротін, канд.техн.наук

Національний технічний університет «ХПІ»,

вул. Фрунзе, 21, Харків, 61002, Україна, e-mail: Yuri_sirotnin@ukr.net

У трифазному ланцюгу в синусоїдальному режимі постійна і змінна складові векторної миттєвої потужності визначають дві нові інтегральні потужності: вектор потужності небалансу і вектор непульсуючої потужності. Спільно зі стандартними скалярними потужностями синусоїдального режиму – стандартною комплексною потужністю і комплексною потужністю пульсацій – ці векторні потужності визначають два рівняння потужності: незбалансованого і невідно-важеного режиму споживання електроенергії. Показано, що при несиметричній напрузі векторна миттєва потужність дорівнює нулю, тільки якщо стандартна реактивна потужність (потужність зсуву) і потужність небалансу дорівнюють нулю. Коефіцієнт потужності при цьому дорівнює одиниці. Бібл. 10, табл. 2, рис. 1.

Ключові слова: трифазна система, миттєва потужність, активна, реактивна, комплексна, повна потужність, потужність пульсацій, несиметричне навантаження, несиметрична напруга, коефіцієнт потужності, рівняння потужності, невідноважений режим, компенсація.

VECTORIAL INSTANTANEOUS POWER AND ENERGY MODES IN THREE-PHASE CIRCUITS

Yu.A.Sirotnin

National Technical University «KhPI»,

Frunze, 21, Kharkiv, 61002, Ukraine, e-mail: Yuri_sirotnin@ukr.net

In the three-phase circuit at sinusoidal mode a constant and variable components of the vectorial instantaneous power (IP) define two new integrated powers: the power imbalance vector and the non-pulsed power vector. Together with the standard scalar powers of sinusoidal mode (the standard complex power and the complex pulsation power), these two vectorial powers determine power equation of unbalanced mode and pulsing mode. It is shown that under asymmetrical voltage the vectorial MM is zero only if the standard reactive power and the power imbalance equal to zero. The power factor is equal to unity. References 10, tables 2, figure 1.

Key words: three-phase system, instantaneous power; active and reactive, complex, apparent power; pulsation power, unbalanced load, power equation, power factor, unbalanced mode, asymmetrical voltage.

1. *Sirotnin Yu. A.* Optimal compensation of the pulsating current at asymmetrical voltage // Tekhnichna elektrodynamika. – 2013. – №3. – Pp. 73–80. (Rus)
2. *Shidlovskii A.K., Kuznetsov A.G.* Improving of the power quality in electrical networks. – Kyiv: Naukova Dumka, 1985. – 268 p. (Rus)
3. *Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.* Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components // IEEE Trans. on IA, IA-20. – 1984. – No. 3. – Pp. 625–630.
4. *Aredes M., Watanabe E.H.* New control algorithms for series and shunt three-phase four-wire active power filters // IEEE Trans. Power Del. – 1995. – Vol. 10. – No. 3. – Pp. 1649–1656.
5. *Czarnecki L.S.* On Some misinterpretations of the instantaneous reactive power p-q theory // IEEE Trans. on Power Electronic. – 2004. – Vol. 19. – No. 4. – Pp. 310–324. <http://www.lsczar.info/papers.htm>
6. *Herrera R.S., Salmerón P.* Instantaneous reactive power theory: a reference in the nonlinear loads compensation // Trans. on Power Electronics. – 2009. – Vol. 56. – No 6. – Pp. 2015–2015.
7. *Lev-Ari H., Stankovic A.M.* Hilbert space techniques for modeling and compensation of reactive power in energy processing systems // IEEE Trans. on Circuits & Systems- I: Fundamental Theory and Applications. – 2003. – No.50(4). – Pp. 540–556.
8. *Peng F.Z., Lai J.S.* Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – Vol. 45. – No.1. – Pp. 293–297.
9. *Peng F.Z., Tolbert L.M., Xu Y., Chiasson J.N., Chen J.* Compensation-based non-active power definition // IEEE Power Electronics Letters. – 2003. – Vol. 1. – No. 2. – Pp. 45–50.
10. *Sirotnin. Yu.A.* Fryze's compensator and Fortescue transformation // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review) – 2011. – No 1. – Pp. 101–106. http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=4568

Надійшла 27.02.2013

Received 27.02.2013