

УДК 621.484,621.59

**А. В. Крамской**, канд. техн. наук  
**И. Н. Кудрявцев**, канд. физ.-мат. наук  
**Н. И. Адаменко**, д-р техн. наук

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина  
 (г. Харьков, e-mail: avk251@mail.ru)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ЦИКЛА ПЕРСПЕКТИВНОГО ПНЕВМАТИЧЕСКОГО ДВИГАТЕЛЯ

*Разработана математическая модель и выполнено компьютерное моделирование рабочего цикла поршневого пневматического двигателя с кривошипно-шатунным механизмом и заданным механизмом газораспределения. В результате выполненной оптимизации получены основные энергетические и эксплуатационные характеристики выбранной конструкции пневмодвигателя, который имеет коэффициент заполнения PV диаграммы в диапазоне 0,68-0,76.*

*Розроблено математичну модель і виконано комп'ютерне моделювання робочого циклу поршневого пневматичного двигуна з кривошипно-шатунним механізмом і заданим механізмом газорозподілу. В результаті виконаної оптимізації отримані основні енергетичні та експлуатаційні характеристики вибраної конструкції пневмодвигуна, який має коефіцієнт заповнення PV діаграми в діапазоні 0,68-0,76.*

### Введение

Разработка криогенных и пневматических экологически чистых силовых установок с использованием пневматических двигателей является одним из перспективных направлений развития энергоэффективных технологий на основе возобновляемых источников энергии [1–3]. Как известно, в настоящее время в промышленно развитых странах активно разрабатываются энергетические и транспортные установки с применением пневматических двигателей различной конструкции. Первые криогенные автомобильные силовые установки были разработаны и успешно испытаны в США и на Украине (см., напр., [4–8]). При этом построение адекватной математической модели рабочего цикла поршневых пневматических двигателей с детальным учетом термо- и газодинамических процессов по-прежнему представляется актуальной научно-технической задачей.

Необходимо отметить, что ранее были разработаны математические модели и выполнены численные расчеты основных термодинамических и эксплуатационных характеристик пневматических двигателей на основе двухсторонних пневмоцилиндров [9–11], имеющих в промышленности, а также пневматического двигателя с кривошипно-шатунным механизмом на основе ДВС К-750 [12]. Однако для повышения эффективности рабочего цикла поршневых пневматических двигателей представляется необходимым конструирование оригинальных конструкций на основе оптимизированных параметров, полученных методами компьютерного моделирования.

### Математическая модель

Для построения математической модели и расчёта термодинамических характеристик многоцилиндрового пневмодвигателя рассмотрим его рабочий цикл (рис. 1), состоящий из следующих тактов:

- 1–2 – такт впуска рабочего тела;
- 2–3 – такт расширения;
- 3–4 – такт выпуска отработавших газов;
- 4–1 – невязка по давлению  $\Delta p_{4-1}$  (близка к нулю).

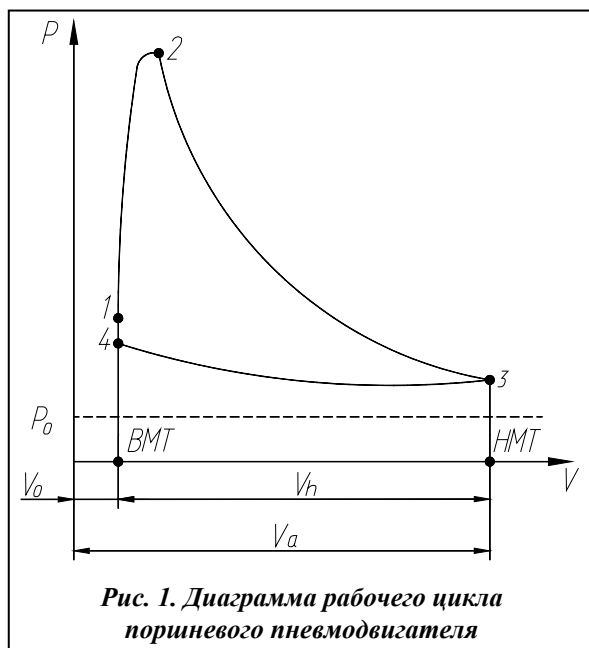


Рис. 1. Диаграмма рабочего цикла поршневого пневмодвигателя

Рассмотрим такт впуска рабочего тела на участке 1–2.

Считая, согласно первому закону термодинамики, что вся подведенная с газом тепловая энергия  $dQ_M$  расходуется на изменение внутренней энергии  $dU_1$  и на работу расширения газа  $dL_1$ , запишем уравнение энергетического баланса [13]

$$dQ_M = dU_1 + dL_1. \quad (1)$$

Имея в виду, что количество тепловой энергии, поступившей из магистрали в полость пневмодвигателя (далее полость 1), равно произведению массы газа  $m_M$  на удельную энтальпию ( $dQ_M = i_M \cdot dm_M$ ), а внутренняя энергия  $U_1$  газа и совершаемая им работа  $L_1$  определяются соответственно  $dU_1 = d(u_1 \cdot m_1)$  и  $dL_1 = p_1 \cdot dV_1$ , представим уравнение (1) в следующем виде:

$$i_M \cdot dm_M = u_1 \cdot dm_1 + m_1 \cdot du_1 + p_1 \cdot dV_1, \quad (2)$$

где  $u_1$  – удельная внутренняя энергия газа в полости 1;  $V_1$  – объём полости 1;  $m_1$  – масса газа, поступившего в полость пневмодвигателя.

Выразим в уравнении (2) значения энтальпии и внутренней энергии через произведение температуры на теплоёмкость при постоянных давлении  $c_p$  и объёме  $c_v$  соответственно

$$c_p \cdot T_M \cdot dm_M = c_v \cdot T_1 \cdot dm_1 + c_v \cdot m_1 \cdot dT_1 + p_1 \cdot dV_1. \quad (3)$$

Рассматривая рабочий газ как идеальный, молекулярными силами сцепления которого можно пренебречь, опишем его состояние с помощью уравнения Менделеева–Клапейрона

$$p_1 \cdot V_1 = m_1 \cdot R \cdot T_1, \quad (4)$$

где  $R$  – газовая постоянная (для воздуха  $R = 287,14$  Дж/(кг·К) при  $T = 293$  К).

Подставляя в уравнение (3) значение  $m_1 \cdot dT_1$ , полученное из уравнения (4) и полагая в нём  $c_p/c_v = k$  и  $c_p - c_v = R$ , где  $k$  – показатель адиабаты, после несложных преобразований получаем следующее выражение:

$$k \cdot R \cdot T_M \cdot dm_M = V_1 \cdot dp_1 + k \cdot p_1 \cdot dV_1. \quad (5)$$

Заменим в уравнении (5) массу газа  $dm_M$ , поступающего в полость  $V_1$  в течение времени  $dt$ , соответствующим значением расхода  $G_M$  ( $dm_M = G_M \cdot dt$ ) и выразим полученное уравнение относительно давления

$$dp_1 = \frac{k \cdot G_M \cdot R \cdot T_M \cdot dt}{V_1} - k \cdot p_1 \cdot \frac{dV_1}{V_1}. \quad (6)$$

Расход  $G_M$  газа из неограниченного объёма (магистрали) определяется по формуле Сен-Венана и Ванцеля см., например, [14–17]

$$G_M = \mu_1 \cdot f_1 \cdot p_M \cdot \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{1}{R \cdot T_M} \left[ \left( \frac{p_1}{p_M} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_1}{p_M} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (7)$$

где  $\mu_1$  – коэффициент расхода;  $f_1$  – площадь входного отверстия;  $T_M$  – температура газа в магистрали.

Потери давления газа в трубопроводе и местных сопротивлениях учитываются путём введения коэффициента расхода  $\mu$  [14, 15], который, кроме того, учитывает сжатие струи при истечении, скорость подхода воздуха к отверстию и другие факторы.

Процесс наполнения сжатым воздухом можно описать с помощью переменного показателя политропы  $n$ , значение которого в начале процесса наполнения равно показателю адиабаты, а затем монотонно убывает [14]

$$n = 1 + \left[ \frac{\sigma_a (k-1)}{\sigma} \right], \quad (8)$$

где  $\sigma_a = p_a/p_m$ ;  $p_a$  – давление в полости наполнения в начальный момент времени.

При  $\sigma = 1$ , т. е. в конце процесса, его значение асимптотически приближается к показателю изотермы  $n = 1$ .

Подставив (8) в выражение (7), получим следующую формулу для определения расхода воздуха при наполнении полости пневмодвигателя:

$$G_m = f_1 \cdot p_m \cdot \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{1}{R \cdot T_m} \left[ \left( \frac{p_1}{p_m} \right)^{\frac{2}{n}} - \left( \frac{p_1}{p_m} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]}. \quad (9)$$

Рассмотрим процесс политропного расширения рабочего газа в полости 1 на участке 2–3.

Уравнение политропы запишем в следующем виде:

$$\frac{p_2}{p_3} = \left( \frac{V_3}{V_2} \right)^n, \quad (10)$$

где  $p_2, p_3, V_2, V_3$  – значения давления в полости 1 и её объёмы, определяемые соответственно при положении поршня в т. 2 и т. 3.

Опишем процесс истечения сжатого воздуха из полости пневмодвигателя при открытом выпускном клапане (участок 3–4).

В данном случае может быть применён первый закон термодинамики (1), но в этом уравнении следует поставить знак минус в левой части, так как происходит истечение воздуха

$$-dQ_2 = dU_2 + dA_2. \quad (11)$$

Соответственно изменяем индекс 1, относящийся к первой полости (рис. 1), на индекс 2 второй полости. После подстановки выражений для внутренней энергии газа и совершаемой им работы в (11) имеем следующее выражение:

$$-k \cdot R \cdot T_2 \cdot dm_2 = V_2 \cdot dp_2 + k \cdot p_2 \cdot dV_2. \quad (12)$$

Расход воздуха из ограниченного объёма  $V_2$  в магистраль описывается также формулой (7) Сен-Венана и Ванцеля, однако в ней следует положить  $T_m = T_2$ ,  $G_m = G_2$  и  $p_m = p_2$ , имея в виду, что все эти величины являются переменными [15]

$$G_2 = \mu_2 \cdot f_2 \cdot p_2 \cdot \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \frac{1}{R \cdot T_2} \left[ \left( \frac{p_m}{p_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_m}{p_2} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (13)$$

где  $\varphi(\sigma) = \begin{cases} \sqrt{\sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}}}, & \text{если } 0,528 < \sigma < 1; \text{ для } k = 1,4. \\ 0,2588, & \text{если } 0 < \sigma \leq 0,528. \end{cases}$

После подстановки (13) в (12) получаем окончательное выражение для определения динамики изменения давления при осуществлении выхлопа из полости пневмодвигателя

$$\frac{dp_2}{dt} = - \frac{k \cdot \mu_2 \cdot f_2 \cdot K \cdot p_2^{\frac{3k-1}{2k}} \sqrt{R \cdot T_m}}{S_2 (x_3 - x) p_m^{\frac{k-1}{2k}}} \varphi \left( \frac{1}{\sigma_2} \right) + \frac{k \cdot p_2}{x_3 - x} \frac{dx}{dt}. \quad (14)$$

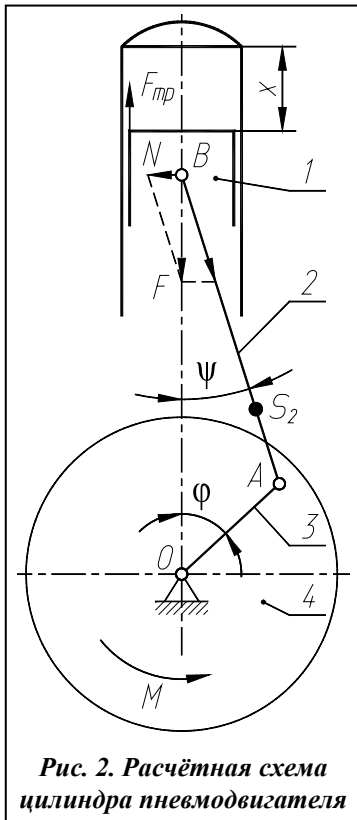


Рис. 2. Расчётная схема цилиндра пневмодвигателя

Для замыкания уравнений (6), (9), (10), (14) необходимо добавить закон изменения объёма надпоршневого пространства от времени. В случае применения кривошипно-шатунного механизма расчётная схема для одного цилиндра представлена на рис. 2.

В данном случае искомое расстояние  $x$  будет определяться [14] как

$$x = OA(1 - \cos \varphi) + AB(1 - \cos \psi), \quad \psi = \arcsin\left(\frac{OA}{AB} \sin \varphi\right), \quad (15)$$

где  $\varphi = t \frac{2\pi}{60} n$ ,  $n$  – число оборотов в минуту;  $t$  – время, с.

Таким образом, методика расчёта для описания стационарных процессов в пневмодвигателе заключается в последовательном применении уравнений (6), (10), (14) в системе с уравнением (15). Оптимизация и определение наиболее эффективных режимов работы достигаются путем варьирования основных термодинамических и конструктивных параметров.

**Разработка компьютерной программы для численного моделирования рабочего цикла поршневого пневмодвигателя**

Программа для численного моделирования и расчетов рабочего цикла, а также основных технических и эксплуатационных характеристик поршневого пневмодвигателя разработана авторами с применением пакета MATLAB-SIMULINK в соответствии с математической моделью, представленной выше для стационарного режима работы.

Интерфейс программы, блоки ввода-вывода параметров и характерные расчетные кривые представлены на рис. 3–5.

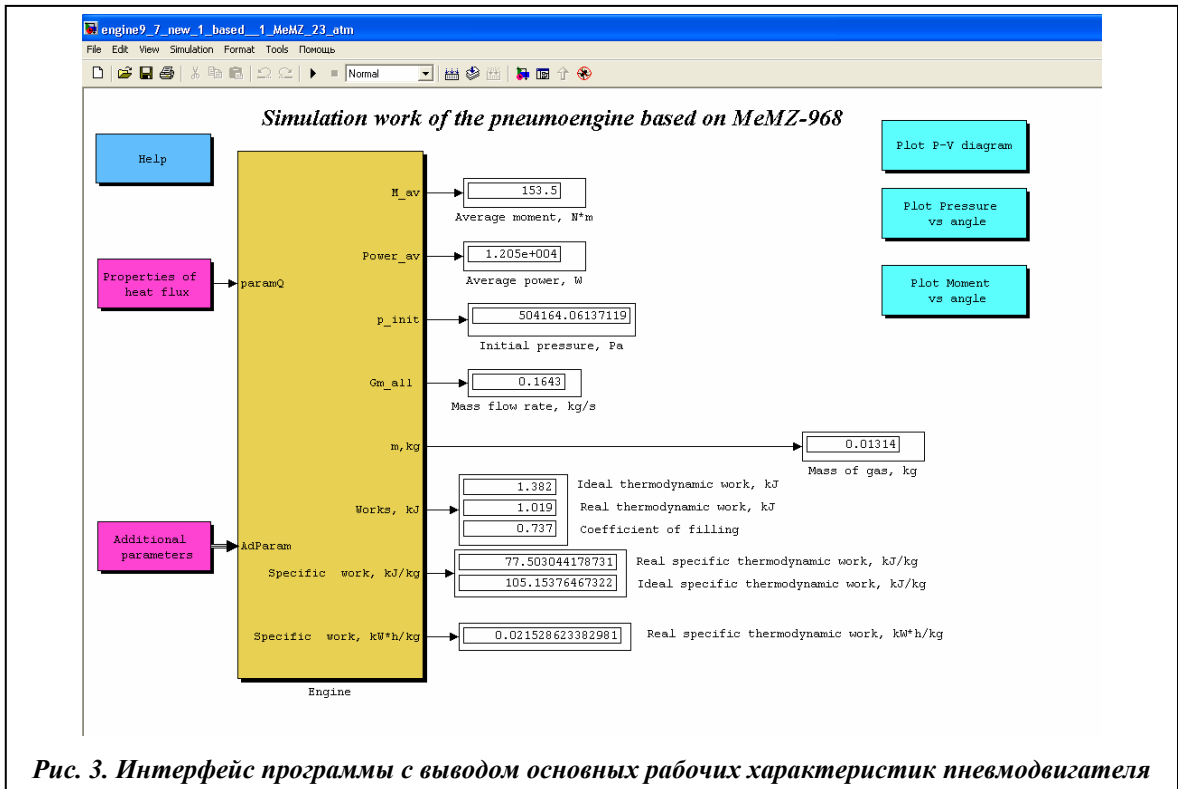


Рис. 3. Интерфейс программы с выводом основных рабочих характеристик пневмодвигателя

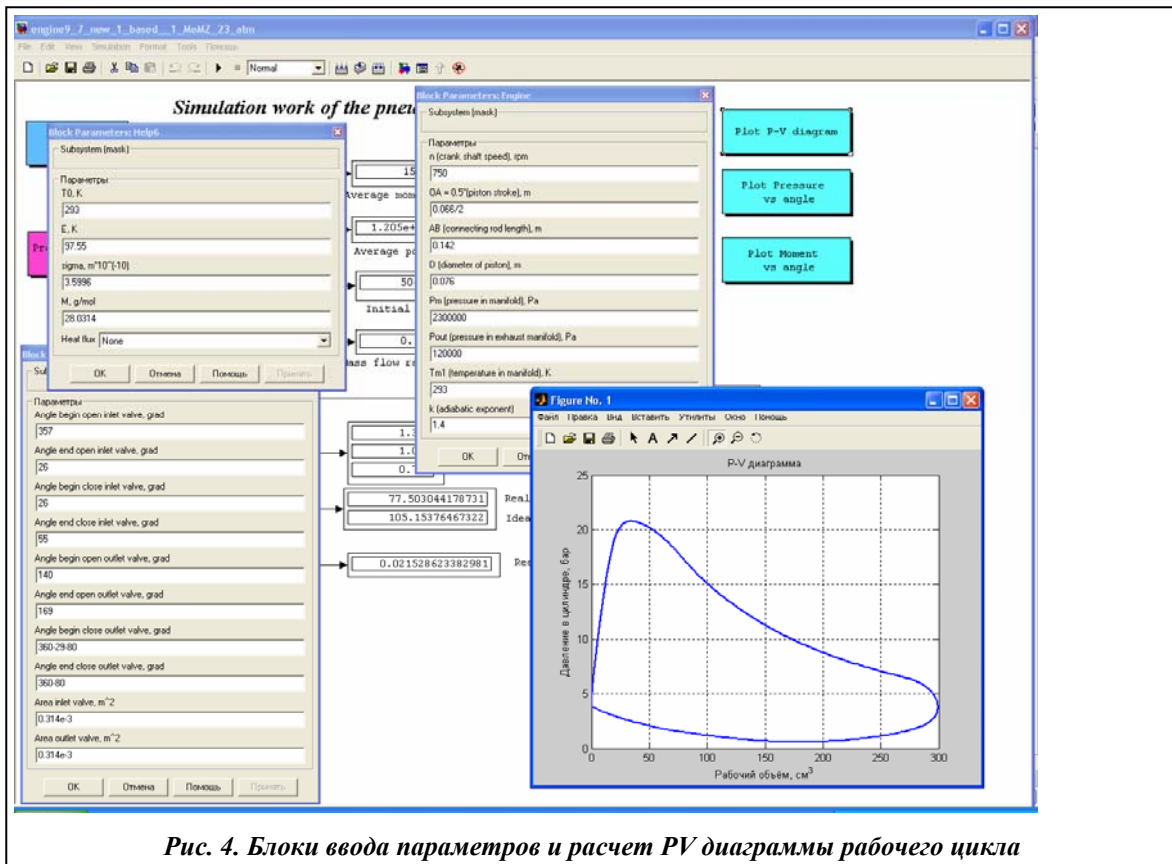


Рис. 4. Блоки ввода параметров и расчет PV диаграммы рабочего цикла

**Результаты компьютерного моделирования и оптимизации рабочего цикла перспективного поршневого пневмодвигателя**

Для компьютерного моделирования перспективного поршневого пневмодвигателя были выбраны следующие исходные параметры:

- значения температур рабочего воздуха на входе  $T_0 = 283$  К или  $T_0 = 323$  К;
- значение давления на входе 0,6 МПа, 0,7 МПа, 1,2 МПа и 1,3 МПа;
- диаметр цилиндра  $D = 0,095$  м,  $D = 0,105$  м,  $D = 0,12$  м;
- ход поршня  $S = 0,06$  м;
- длина шатуна  $L = 0,142$  м;
- число цилиндров  $Z = 4$  или  $Z = 6$ ;
- частота вращения вала  $n = 750$  мин<sup>-1</sup>;
- относительная величина мертвого объема  $\epsilon = 0,03$ ;
- противодействие на выпуске  $P_2 = 0,12$  МПа;
- показатель политропы расширения  $n_p = 1,40$ ;
- показатель политропы сжатия  $n_c = 1,40$ ;
- газовая постоянная воздуха  $R = 287,14$  Дж/(кг·К);
- механический КПД  $\eta_{мех} = 0,8$ .

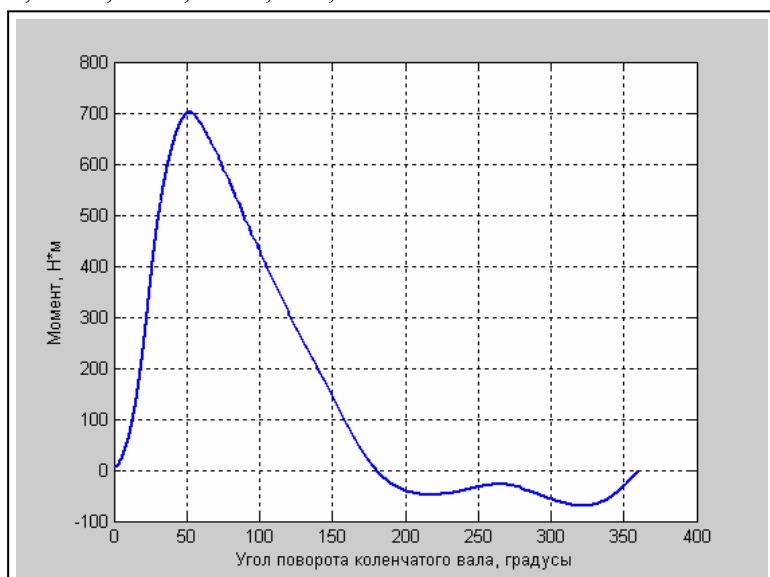
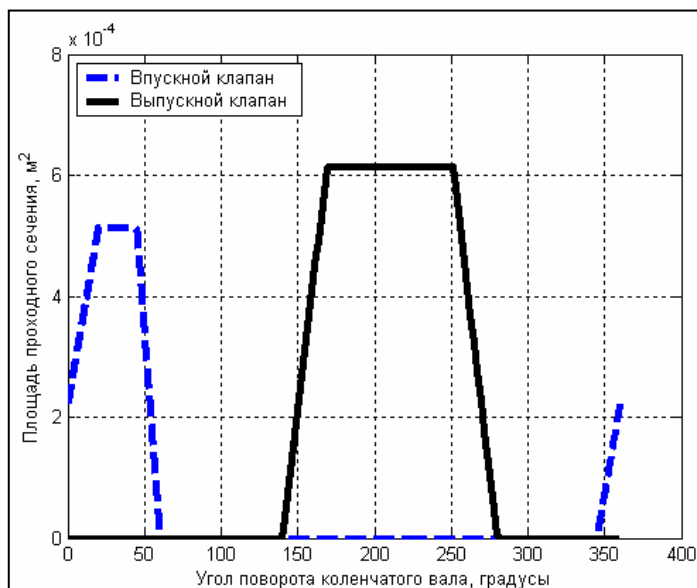


Рис. 5. Расчет зависимости крутящего момента от угла поворота коленчатого вала пневмодвигателя



**Рис. 6. Последовательность работы впускного и выпускного клапанов механизма газораспределения**

В процессе компьютерного моделирования работы пневматического двигателя с кривошипно-шатунным механизмом варьировалось давление во впускной магистрали при изменении угла начала открытия впускного и выпускного клапанов, диаметра поршня, количества цилиндров, диаметров впускного и выпускного клапанов и температуры воздуха на входе в магистраль. Расчеты производились в стационарном режиме работы двигателя с оборотами 750 об/мин.

Результаты выполненных компьютерных расчётов основных термодинамических и эксплуатационных характеристик поршневого пневмодвигателя, наряду с варьируемыми параметрами представлены в таблице.

**Результаты компьютерного моделирования рабочего цикла**

Давление на входе, Па	Температура на входе, К	Угол начала открытия выпускного клапана	Рассчитанный коэффициент утечек	Среднее индикаторное теоретическое давление, Па	Среднее индикаторное действительное давление, Па
$1,3 \cdot 10^6$	323	40	0,91	$7,2833 \cdot 10^5$	$5,5705 \cdot 10^5$
$1 \cdot 10^6$	323	40	0,95	$5,2146 \cdot 10^5$	$3,9008 \cdot 10^5$
$7 \cdot 10^5$	323	40	0,91	$3,1454 \cdot 10^5$	$2,1469 \cdot 10^5$

Коэффициент полноты диаграммы	Мощность, кВт	Удельный эффективный расход, кг/(кВт·ч)	Полезный часовой расход, кг/ч	Полный часовой расход, кг/ч	Среднее эффективное давление цикла, Па
0,76483	14,313	42,674	555,81	610,78	$4,4564 \cdot 10^5$
0,74805	10,042	41,237	393,4	414,11	$3,1207 \cdot 10^5$
0,68257	5,5429	44,951	226,73	249,16	$1,7176 \cdot 10^5$

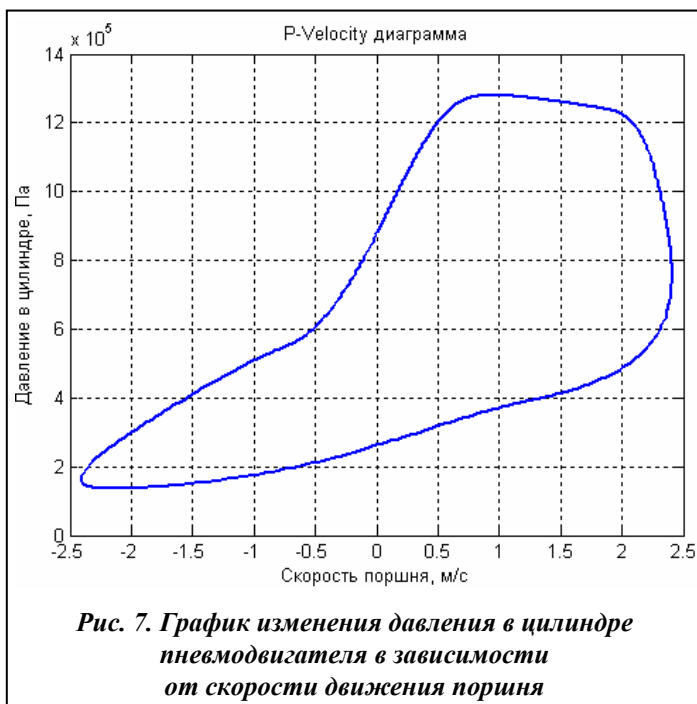
Литровая мощность, кВт/л	Давление в конце такта расширения (действ.), Па	Давление в конце такта расширения (теор.), Па	Крутящий момент, Н·м
5,273	$2,641 \cdot 10^5$	$4,2975 \cdot 10^5$	182,24
3,6997	$2,0322 \cdot 10^5$	$3,3058 \cdot 10^5$	127,86
2,0421	$1,4608 \cdot 10^5$	$2,3141 \cdot 10^5$	70,574

На рис. 6 представлена графическая зависимость работы впускных и выпускных клапанов, а на рис. 7–8 – рассчитанные характеристики для 1-го расчётного варианта из таблицы в результате выполненной оптимизации.

**Выводы**

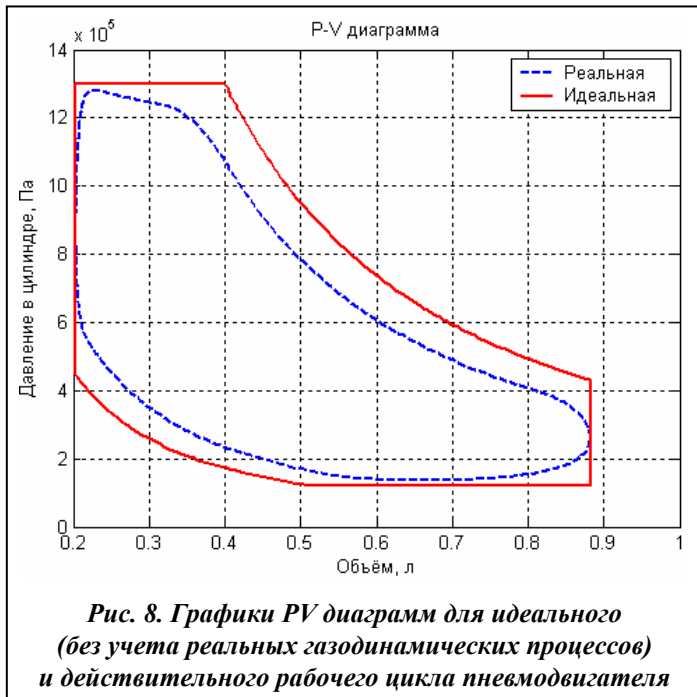
Таким образом, представленная математическая модель позволяет выполнять численные расчеты и оптимизацию основных энергетических и эксплуатационных характеристик поршневых пневматических двигателей с кривошипно-шатунным механизмом и заданным механизмом газораспределения.

По результатам выполненного компьютерного моделирования наиболее перспективным представляется 4-х цилиндровый пневматический двигатель. Разработанный вариант пневмодвигателя способен выдавать необходимую мощность до 14 кВт в зависимости от входного давления и имеет коэффициент заполнения *PV* диаграммы в диапазоне 0,68–0,76.



**Литература**

1. *Эффективность* использования пневмодвигателя в автомобиле / И. Н. Кудрявцев, А. И. Пятак, С. И. Бондаренко и др. // *Альтернатив. энергетика и экология.* – 2005. – № 2(22). – С. 82–88.
2. *Пневматические* двигатели для экологически чистых транспортных силовых установок / И. Н. Кудрявцев, А. И. Пятак, С. И. Бондаренко, Б. Н. Муринец-Маркевич // *Вестн. НТУ «ХПИ». Автоматика и приборостроение.* – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 7. – С. 81–90.
3. *Кудрявцев И. Н.* Разработка и исследование пневматического двигателя для модели криогенного транспортного средства / И. Н. Кудрявцев // XVII международ. науч.-практ. конф. Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье MicroCAD-2009: – Харьков, НТУ ХПИ, 20–22 мая 2009 г.
4. *Cryogenic Heat Engine Experiment* / M. C. Plummer, C. P. Koehler, D. R. Flanders et al. // *Advances in Cryogenic Eng.* – 1998. – Vol. 43. – P. 1245–1252.
5. *Plummer M. C.* A review of liquid nitrogen propelled vehicle programs in the United States of America / M. C. Plummer, C. A. Ordonez, R. F. Reidy // *Bulletin of the Kharkov National Automobile and Highway University (Ukr).* – 2000. – Vol. 12–13. – P. 47–52.
6. *Ultra-low emission liquid nitrogen automobile* / C. Knowlen, A. T. Mattick, A. Hertzberg, A. P. Bruckner // *Future Transport. Techn. Conf. and Exposition, Costa Mesa, CA, SAE Technical Paper Series 1999-01-2932.* – 1999. – P. 1–12.



7. *Development of cryocar on basis of liquid nitrogen* / S. I. Bondarenko, A. Ya .Levin, A. I. Pyatak, I. N. Kudryavtsev // Proc. of the 8-th Cryogenics Intern. Conf., Praha, Czech Republic. – 2004. – P. 123–127.
8. *Development first in the Ukraine demonstrational model of non-polluting automobile with cryogenic power plant* / A. N. Turenko, V. A. Bogomolov, S. I. Bondarenko et al. // Intern. Sci. Alternative Energy and Ecology. – 2005. – Vol. 25, № 4. – P. 93-98.
9. *Математическая модель пневматического цилиндра с двусторонним приводом* / А. Н. Туренко, В. А. Богомолов, И. Н. Кудрявцев и др. // Автомоб. трансп. – 2002. – Вып. 10. – С. 10–16.
10. *Computer simulation of pneumatic engine operation* / I. N. Kudryavtsev, A. V. Kramskoy, A. I. Pyatak, M. C. Plummer // Intern. Sci. Alternative Energy and Ecology. – 2005. – № 3 (23). – P. 80–89.
11. *Эффективный КПД пневматического двигателя для автомобильного транспорта* / В. А. Богомолов, И. Н. Кудрявцев, А. В. Крамской и др. // Пробл. машиностроения. – 2004. – Vol. 7, № 2. – С. 64–72.
12. *Крамской А. В. Математическая модель пневматического двигателя с кривошипно-шатунным механизмом* / А. В. Крамской, И. Н. Кудрявцев // Автомоб. трансп. – 2008. – Вып. 23. – С. 70–76.
13. *Теплотехника: Учеб. для вузов* / В. Н. Луканин, М. Г. Шатров, Г. М. Камфер и др. – М.: Высш. шк., 1999. – 671 с.
14. *Герц Е. В. Динамика пневматических систем машин* / Е. В. Герц. – М.: Машиностроение, 1985. – 256 с.
15. *Герц Е. В. Расчёт пневмопривода* / Е. В. Герц, Г. В. Крейнин. – М.: Машиностроение, 1975. – 272 с.
16. *Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа* / Л. Г. Лойцянский. – М.: Машиностроение, 1973. – 847 с.
17. *Метлюк Н. Ф. Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей* / Н. Ф. Метлюк, В. П. Автушко – М.: Машиностроение, 1980. – 231 с.

Поступила в редакцию  
06.11.12