



## О ВОЛНАХ РЭЛЕЯ В ПЛАСТИНАХ ОГРАНИЧЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

А. Я. НЕДОСЕКА, С. А. НЕДОСЕКА, И. Г. ВОЛОШКЕВИЧ

*Рассмотрены вопросы формирования и распространения в пластинах ограниченной толщины волн, перемещающихся со скоростью, меньшей  $C_2$ . Такие волны используют при регистрации сигналов акустической эмиссии специальной аппаратурой с целью оценки состояния материалов конструкций при их эксплуатации. Показано, что в пластинах, как и в полупространстве, формируется и распространяется с такой скоростью одна волна, параметры которой зависят от толщины пластины и расположения источника излучения. Формирование волны происходит в пределах заданной толщины пластины, а ее спектр ограничивается по нижнему пределу суммирования пакета элементарных волн.*

*The paper deals with the issues of generation and propagation of waves traveling at a velocity below  $C_2$ , in plates of a limited thickness. Such waves are used in recording of the acoustic emission signals by special hardware for evaluation of the condition of structure material in operation. It is shown that in plates, similar to half-spaces, one wave forms and propagates at such a velocity, its parameters depending on the plate thickness and radiation source location. The wave forms within the specified plate thickness, and its spectrum is limited by the lower limit of summation of the elementary wave packet.*

Существование волн Рэлея доказано для полупространства. Для пластины это случай, когда ее толщина равна бесконечности. Однако на практике таких тел не существует. Все тела типа пластин ограничены с двух сторон, какой бы ни была их толщина. В связи с этим возникает вопрос о существовании волн Рэлея в тонких и толстых пластинах. Ниже мы покажем, что волны, двигающиеся со скоростями  $C_\alpha < C_2$ , состоят из пакета элементарных волн, сумма которых в конечном счете и образует. Физически процесс формирования волн Рэлея можно представить пакетом элементарных волн, которые практически затухают на нижней границе пластины. И уж тем более, пройдя еще раз через пластину при отражении от нижней поверхности, они имеют ничтожно малые амплитуды, которые не влияют на формирующиеся из элементарных волн волны Рэлея. Таким образом, если положить в основу формирования волн Рэлея в пластинах ограниченной толщины принцип суммирования только тех элементарных волн, которые затухают в пределах толщины пластины, то можно получить решение, имеющее практический смысл. Рассмотрим этот вопрос с указанных выше позиций.

Пусть в пластине толщиной  $\delta$  на глубине  $z_0$  возник сигнал акустической эмиссии (АЭ), вызванный появлением дефекта в виде микровзрыва в элементарном объеме  $V_0^*$  с симметричным во всех направлениях движением АЭ волны (рис. 1)\*. Величину и характер распределения источника

АЭ представим в виде произведения  $\delta_+$ -функций. Тогда уравнения, описывающие распространение упругих волн в пластине, запишем в виде:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi - \frac{1}{C_1^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= \\ &= -\frac{1+\nu}{1-\nu} V_0^* \frac{\delta_+(r)}{2\pi r} \delta_+(z-z_0) \delta(t) \delta_+(\omega_0 - \alpha C_\alpha), \\ \nabla^2 \psi - \frac{1}{C_2^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\varphi$  и  $\psi$  — функции из представления Ламэ, определяющие перемещения в пластине;  $t$  — время;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $C_1, C_2$  — скорости распространения продольной и поперечной волн соответственно;  $C_\alpha, \omega_0, \alpha$  — параметры элементарных волн (скорость, частота, волновое число);

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Следует обратить внимание на то, что в первом уравнении системы (1) в правой части присутствует составляющая связи между частотой волны,

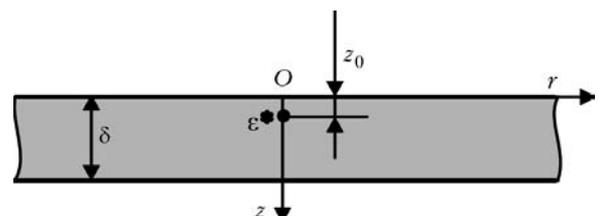


Рис. 1. Элемент пластины с источником АЭ излучения

\* Величина изменения объема материала в результате возникновения дефекта может быть представлена сферой радиуса  $a_1$ . Величина  $a_1$  в первом приближении может быть принята равной  $10^{-1}$  см. В этом случае  $V_0^* = 4/3\pi a_1^3 = 4,2 \cdot 10^{-3}$  см<sup>3</sup>.



скоростью ее распространения и волновым числом.

Решим систему (1) в предположении, что тело ограничено с двух сторон и на границе выполнены условия:

$$\sigma_z = \tau_{rz} = 0 \text{ при } z = 0; \delta.$$

При этом начальные условия задачи определяются функцией  $\delta_+(t)$ , что указывает на то, что при  $t = 0$  возник, а при  $t = +0$  исчез источник излучения.

Применив cos-преобразование Фурье по времени  $t$  (с параметром  $\omega_0$ ) и преобразование Ханкеля по координате  $r$  (с параметром  $\alpha$ ), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} - \left( \alpha^2 - \frac{\omega_0^2}{C_1^2} \right) \bar{\Phi} = \\ & = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{V_0^*}{2\pi} \delta_+(z-z_0) \delta_+(\omega_0 - \alpha C_\alpha), \quad (2) \\ & \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial z^2} - \left( \alpha^2 - \frac{\omega_0^2}{C_2^2} \right) \bar{\Psi} = 0. \end{aligned}$$

При  $z = 0; \delta$  граничные условия примут вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{G} \bar{\tau}_{rz} = 2 \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} + \alpha^2 \bar{\Psi} = 0, \quad (3) \\ & \frac{1}{G} \bar{\sigma}_z = \left( \frac{\omega_0^2}{2C_2^2} - \alpha^2 \right) \bar{\Phi} - \alpha^2 \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} = 0. \end{aligned}$$

Решение граничной задачи (2), (3) будем искать в виде

$$\begin{aligned} \bar{\Phi} &= C \exp(z\beta_1) + \frac{P_1}{\beta_1} \exp(-|z-z_0|\beta_1), \\ \bar{\Psi} &= A \exp(-z\beta_2) + B \exp(z\beta_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$P_1 = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{V_0^*}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \delta_+(\omega_0 - \alpha C_\alpha);$$

$$\beta_1 = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2/C_1^2}; \quad \beta_2 = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2/C_2^2}.$$

Подставив (4) в (3), приходим к системе алгебраических уравнений для определения постоянных  $A, B, C$  и соотношения между  $\omega_0, \alpha$  и  $C_\alpha$ :

$$\begin{aligned} & A(\alpha^2 + \beta_2^2) + B(\alpha^2 + \beta_2^2) + C \cdot 2\beta_1 = -2P_1 \exp(-z_0\beta_1), \\ & A(\alpha^2 + \beta_2^2) \exp(-\delta\beta_2) + B(\alpha^2 + \beta_2^2) \exp(\delta\beta_2) + \\ & + C \cdot 2\beta_1 \exp(\delta\beta_1) = 2P_1 \exp[-(\delta - z_0)\beta_1], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & A\alpha^2\beta_2 + B(-\alpha^2\beta_2) + C \left( \frac{\omega_0^2}{2C_2^2} - \alpha^2 \right) = \\ & = -\frac{P_1}{\beta_1} \left( \frac{\omega_0^2}{2C_2^2} - \alpha^2 \right) \exp(-z_0\beta_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & A\alpha^2\beta_2 \exp(-\delta\beta_2) + B(-\alpha^2\beta_2) \exp(\delta\beta_2) + \\ & + C \left( \frac{\omega_0^2}{2C_2^2} - \alpha^2 \right) \exp(\delta\beta_1) = \\ & = -\frac{P_1}{\beta_1} \left( \frac{\omega_0^2}{2C_2^2} - \alpha^2 \right) \exp[-(\delta - z_0)\beta_1], \end{aligned} \quad (5)$$

Решив систему первых трех уравнений (5) относительно  $A, B, C$  и проинтегрировав по  $\omega_0$  в пределах от 0 до бесконечности для выхода из cos-преобразования Фурье, получим:

$$A = \Delta_A/\Delta; \quad B = \Delta_B/\Delta; \quad C = \Delta_C/\Delta, \quad (5a)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_A &= -2P_0\alpha^4 \text{ch}[-\alpha\gamma_1(\delta - z_0)] [4\gamma_1\gamma_2 - (1 + \gamma_2^2)^2]; \\ \Delta_B &= -2P_0\alpha^4 \text{ch}[-\alpha\gamma_1(\delta - z_0)] [4\gamma_1\gamma_2 + (1 + \gamma_2^2)^2]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_C &= \frac{P_0\alpha^5}{\gamma_1} (1 + \gamma_2^2)^3 \text{sh}(\alpha\gamma_2\delta) \exp(-\alpha\gamma_1 z_0) + \\ & + 4P_0\alpha^5 \gamma_2 (1 + \gamma_2^2) \exp(-\alpha\gamma_1 z_0) \text{ch}(\alpha\gamma_2\delta) + \\ & + 4P_0\alpha^5 \gamma_2 (1 + \gamma_2^2) \exp[-\alpha\gamma_1(\delta - z_0)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= -\alpha^6 (1 + \gamma_2^2)^3 \text{sh}(\alpha\gamma_2\delta) - 4\alpha^6 \gamma_1 \gamma_2 (1 + \gamma_2^2) \times \\ & \times \text{ch}(\alpha\gamma_2\delta) + 4\alpha^6 \gamma_1 \gamma_2 (1 + \gamma_2^2) \exp(\alpha\gamma_1\delta), \end{aligned}$$

$$\gamma_1 = \sqrt{1 - \frac{C_\alpha^2}{C_1^2}}; \quad \gamma_2 = \sqrt{1 - \frac{C_\alpha^2}{C_2^2}};$$

$$P_0 = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{V_0^*}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.$$

Четвертое уравнение системы (5) обеспечивает выполнение четвертого граничного условия и определяет отношение между волновыми числами  $\alpha$ , скоростями движения элементарных волн  $C_\alpha$  и их частотными характеристиками  $\omega_0$ . Это так называемое спектральное уравнение пластины или уравнение существования тех или иных волн.

Выполнив обратное преобразование по  $\omega_0$  в четвертом уравнении системы (5), получим следующее спектральное уравнение:



$$-\frac{\alpha^2}{2} (1 + \gamma_2^2) C \exp(\alpha \delta \gamma_1) + \alpha^3 \gamma_2 [A \exp(-\alpha \delta \gamma_2) - B \exp(\alpha \delta \gamma_2)] - \frac{P_0 \alpha}{2 \gamma_1} (1 + \gamma_2^2) \exp[-\alpha(\delta - z_0) \gamma_1] = 0.$$

После подстановки значений коэффициентов  $A, B, C$  для отыскания зависимости между  $\alpha$  и  $C_\alpha/C_2$  получим уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{2\gamma_2}{\Delta_1} \operatorname{ch}[\alpha \gamma_1(\delta - z_0)] \{ [(1 + \gamma_2^2)^2 - 4\gamma_1 \gamma_2] \exp(-\alpha \gamma_2 \delta) + \\ & + [(1 + \gamma_2^2)^2 + 4\gamma_1 \gamma_2] \exp(\alpha \gamma_2 \delta) \} - \\ & - \frac{1}{2\Delta_1} \left\{ \frac{1}{\gamma_1} (1 + \gamma_2^2)^4 \exp[\alpha \gamma_1(\delta - z_0)] \operatorname{sh}(\alpha \gamma_2 \delta) + \right. \\ & + 4\gamma_2(1 + \gamma_2^2)^2 \exp[\alpha \gamma_1(\delta - z_0)] \operatorname{ch}(\alpha \gamma_2 \delta) + \\ & + 4\gamma_2(1 + \gamma_2^2)^2 \exp(\alpha \gamma_1 z_0) \} - \\ & - \frac{1}{2\gamma_1} (1 + \gamma_2^2) \exp[-\alpha \gamma_1(\delta - z_0)] = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\Delta_1 = -(1 + \gamma_2^2)^3 \operatorname{sh}(\alpha \gamma_2 \delta) - 4\gamma_1 \gamma_2 (1 + \gamma_2^2) [\operatorname{ch}(\alpha \gamma_2 \delta) - \exp(\alpha \gamma_1 \delta)].$$

Расчет корней уравнения (6) был выполнен численным способом с использованием вычислительной техники. Результаты расчета представлены на рис. 2. Из графика следует, что в физических телах, ограниченных с двух сторон плоскостями, в отличие от полупространства, формирующаяся волна в пластине толщиной, например, 1 см состоит из пакета элементарных волн, двигающихся с переменными от  $0,09C_2$  до  $0,927C_2$  скоростями в диапазоне волновых чисел  $0,01 \dots 5 \text{ см}^{-1}$ . В диапазоне волновых чисел от  $5 \text{ см}^{-1}$  до бесконечности скорость распространения волн пакета одинакова и равна  $0,927C_2$ . Чем больше толщина пластины, тем ближе к оси ординат значения скорости классической волны Рэлея, равной  $0,927C_2$ . На рис. 2 показано постепенное с увеличением толщины пластины приближение к оси ординат точки со значением отношения  $C_\alpha/C_2$  равным  $0,927$ , соответствующим волне Рэлея для очень толстых пластин.

Устремив в спектральном уравнении (6)  $\delta$  к бесконечности и проведя несложные преобразования, получим более простое уравнение существования и скорости распространения волны в пластинах большой толщины:

$$4\gamma_1 \gamma_2 - (1 + \gamma_2^2)^2 = 0. \quad (7)$$

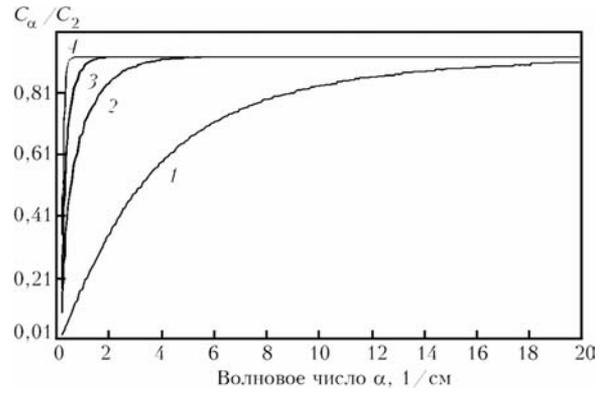


Рис. 2. Численное решение уравнения (6) при  $\delta$ , равных, см: 0,4 (1); 1,0 (2); 2,6 (3); 10,0 (4)

Подставляя  $C_1^2$  из соотношения  $\frac{C_2^2}{C_1^2} = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$  в

$\gamma_1$ , при  $\nu = 0,3$  получаем  $\gamma_1 = \sqrt{1 - 0,286 C_\alpha^2 / C_2^2}$ . Решая уравнение (7), получаем скорость распространяющейся волны для пластины, толщина которой стремится к бесконечности. Эта скорость равна  $0,927C_2$  и в отличие от тонких пластин постоянна во всем диапазоне волновых чисел от 0 до бесконечности.

Определим теперь перемещения поверхности пластины. В терминах  $\varphi$  и  $\psi$  перемещение  $w$  выражается следующим образом:

$$\bar{w}(z) = \partial \bar{\varphi} / \partial \bar{z} + \alpha^2 \bar{\varphi}.$$

Используя первое соотношение (4), перепишем эту формулу в таком виде:

$$\bar{w}(z) = \beta_1 C \exp(z\beta_1) + P_1 \exp[-(z_0 - z)\beta_1] + \alpha^2 [A \exp(-z\beta_2) + B \exp(z\beta_2)] \text{ при } z \leq z_0, \quad (8)$$

где, как и ранее,

$$P_1 = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{V_0^*}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \delta_+(\omega_0 - \alpha C_\alpha).$$

Применив обратные преобразования cos-Фурье и Ханкеля к выражению (8), при  $z = 0$  получим:

$$w = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \alpha [\alpha \gamma_1 C + P_0 \exp(-\alpha \gamma_1 z_0) + \alpha^2 (A + B)] \times J_0(\alpha r) [\cos(\alpha C_\alpha t) - 1] d\alpha. \quad (9)$$

Величину перемещений  $w$  на поверхности пластины ( $z = 0$ ) определим после подстановки значений коэффициентов  $A, B$  и  $C$  в выражение (9) и выполнения интегрирования в указанных пределах. На рис. 3 (см. цв. вклейку) представлены перемещения поверхности пластин толщиной 0,4 см; 1 см и 2,6 см в моменты времени  $t = 32 \text{ мкс}$  и  $160 \text{ мкс}$  от начала излучения.



Следует отметить, что уравнение (6) в промежулке скоростей волн от 0 до  $C_2$  в пластинах большой толщины допускает существование одной волны, распространяющейся со скоростью  $C_3 = 0,927C_2$ . Тогда, с учетом сказанного при больших значениях  $\alpha\gamma_1\delta$  выражение (9) может быть переписано:

$$w \approx -\frac{1+v}{1-v} \frac{V_0^*}{2\pi^2} \frac{1-\gamma_2^2}{1+\gamma_2^2} \times \int_{\alpha_n}^{\infty} \alpha \exp(-\alpha\gamma_1 z_0) J_0(\alpha r) [\cos(\alpha C_3 t) - 1] d\alpha. \quad (10)$$

Как видно из этой формулы, интегрирование ограничено с нижней стороны величиной предельного значения волнового числа  $\alpha_n$ , при котором скорость распространения волны достигает расчетной величины  $0,927C_2$ . Если положить толщину пластины равной бесконечности (на практике больше 2,5 см), то нижний предел интегрирования можно принять равным 0. Тогда в пределах от 0 до бесконечности в формуле (10) может быть выполнено интегрирование:

$$w = \frac{1+v}{1-v} \frac{V_0^*}{2\pi^2} \frac{1-\gamma_2^2}{1+\gamma_2^2} \left\{ \frac{\gamma_1 z_0}{((\gamma_1 z_0)^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{\sqrt{(\gamma_1 z_0)^2 + (C_3 t)^2}}{[(\gamma_1 z_0)^2 - (C_3 t)^2 + r^2]^2 + (2\gamma_1 z_0 C_3 t)^2} \right\}^{3/4} \times \cos \left\{ \arctg \left( \frac{C_3 t}{\gamma_1 z_0} \right) - \frac{3}{2} \arctg \left[ \frac{2\gamma_1 z_0 C_3 t}{(\gamma_1 z_0)^3 - (C_3 t)^2 + r^2} \right] \right\}, \quad (11)$$

где

$$\gamma_1 = \sqrt{1 - \frac{C_3^2}{C_1^2}}; \quad \gamma_2 = \sqrt{1 - \frac{C_3^2}{C_2^2}}; \quad C_3 = 0,927C_2.$$

На рис. 4 представлена предельная волна, подсчитанная по формуле (11) (волна Рэлея), распро-

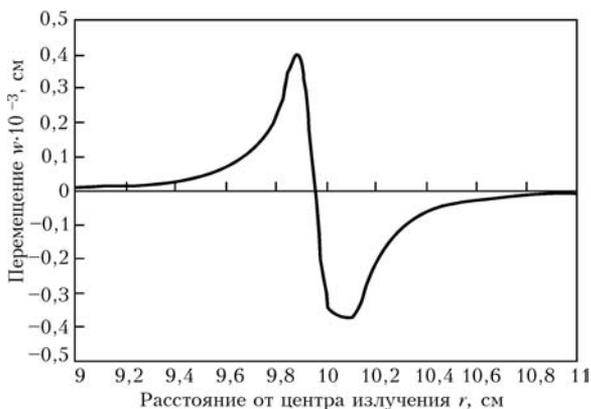


Рис. 4. Перемещение поверхности полупространства  $w$ , вызванное волной Рэлея ( $C_3/C_2 = 0,927$ ) в момент, когда  $C_3 t = 10$  см

страняющаяся в полупространстве, когда можно принять  $\delta = \infty$ .

Ометим, что в формуле (9) каждая элементарная волна определяется своей скоростью распространения и своим предельным волновым числом  $\alpha$ . Таким образом, в общем случае расчет волн осуществляется по одной и той же формуле (9), но при разных значениях скоростей и волновых чисел.

С увеличением толщины пластины происходит изменение формы сигнала акустической эмиссии. Из многопикового, например, в пластине толщиной 0,4 см, он постепенно с увеличением толщины пластины приобретает классическую форму импульса для полупространства. Это видно из рис. 3, где представлены АЭ сигналы в пластинах толщиной 0,4 см, 1 см и 2,6 см. Видно, что уже в пластине толщиной 1 см АЭ сигнал становится близким к импульсу. Сигнал в пластине толщиной более 2,6 см можно считать предельным переходом для сигналов в полупространстве. При этом в расчетах перемещений поверхности пластины можно с достаточной для практических целей точностью применять формулу (11). На рис. 3 также видно, что с увеличением времени с момента возникновения АЭ сигнала его параметры существенно изменяются по мере перемещения волны. Особенно заметным становится уменьшение амплитуды. Это необходимо учитывать при назначении расстояния между АЭ датчиками при проектировании схемы их расстановки на объектах контроля.

Следует также обратить внимание на особенность АЭ сигнала, поступающего в измерительный прибор. Параметры сигнала на входе в измерительный прибор в сильной мере зависят от полосы частот, которую пропускают АЭ датчики и собственно измерительный прибор. На рис. 5 (см. цв. вклейку) показаны сигналы АЭ, отфильтрованные датчиками с полосой пропускания 50...500 кГц и 300...400 кГц. На рис. 4 представлен сигнал, полученный в полном спектре для пластин толщиной более 2,6 см. Сравнивая графики рис. 4 и 5, можно видеть, что сигналы отличаются. Эти особенности необходимо учитывать при проектировании АЭ датчиков и измерительных приборов.

Особенно существенное отличие имеют сигналы акустической эмиссии, прошедшие через узкополосные фильтры. На графике рис. 6 (см. цв. вклейку) в качестве примера показан АЭ сигнал в пластине толщиной 0,4 см после фильтрации в диапазоне 10 кГц ( $155 \pm 5$  кГц). Как видно из рисунка, сигнал в этом случае резко отличается от показанного на рис. 4 и 5 и имеет простую близкую к затухающей синусоиде форму. Работа с такой формой сигнала при расчете координат ис-



точников АЭ требует сложных конструктивных и программных средств.

Анализируя уравнение (6), нетрудно видеть, что оно имеет строгое решение в случае, если  $\alpha\gamma_1\delta = \infty$ , т. е. в двух предельных случаях: 1) при  $\alpha = \infty$ ; 2) при  $\delta = \infty$ .

В первом случае волны в пластине отсутствуют, так как интегрирование по  $\alpha$  в формуле (9) осуществляется в пределах от  $\infty$  до  $\infty$ . Второй случай, как было показано выше, представляет полупространство. Распространяющаяся волна  $w$  не зависит от спектрального числа  $\alpha$ , имеет скорость движения  $C_3$  и определяется из формулы (6) предельным переходом  $\delta \rightarrow \infty$ .

Следует отметить неопределенность понятия бесконечности в технических расчетах. Как правило, все физические величины, рассматриваемые в технических расчетах, конечны, и лишь с определенными допущениями к ним можно применить понятие бесконечности. Анализируя выражение (6), можно заметить, что все коэффициенты при сгруппированных членах есть функции, достигающие нуля или бесконечности при стремлении аргумента к бесконечности. Так, при стремлении толщины пластины к бесконечности получаем полупространство. Но что такое полупространство для технической задачи? Очень толстая пластина или пластина средней толщины? На этот вопрос трудно ответить.

Учитывая изложенное, попробуем объяснить некоторые процессы распространения волн в пластинах, исходя из физических соображений. Формула (9) представляет распространяющуюся волну как сумму элементарных волн, описываемых подынтегральной функцией. Элементарные волны, входящие в сумму, отличаются длиной волны, частотой и амплитудой. Таким образом, не все волны из пакета доходят до нижней границы пластины. Волны, не дошедшие до нижней границы, будут удовлетворять условиям псевдобесконечности по толщине, составляя в сумме волну, распространяющуюся по верхней поверхности пластины. Учитывая, что к таким волнам будут относиться более короткие волны, то пакет волн в выражении (9) будет усечен с нижней стороны (по нижнему пределу интегрирования).

Итак, для больших значений  $\alpha\gamma_1\delta$  мы упростили формулу (9). Величина нижнего предела интегрирования в (10)  $\alpha_n$  — это значение волнового числа, при котором при заданной толщине пластины обеспечивается нуль в спектральном уравнении (6). Перемещение наружной поверхности пластин складывается из двух составляющих: в направлении оси  $z$  — составляющая  $w$ , вызванная поперечными волнами, и в направлении оси  $r$  — составляющая  $u$ , вызванная действием продольной волны. Можно показать, что второй составляющей

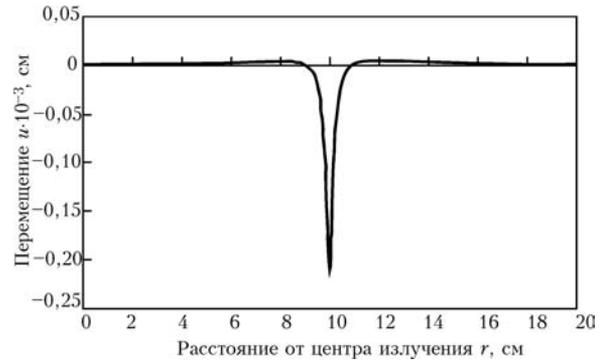


Рис. 7. Перемещение  $u$  верхней поверхности толстой пластины ( $z=0$ ), вызванное действием продольной волны (формула (13))

для волн, двигающихся со скоростями менее  $C_2$ , можно пренебречь из-за ее малости по сравнению с первой. Так, если продольные перемещения в пластине от действия мгновенного источника излучения в преобразованном виде можно записать как

$$\bar{u} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \bar{\Phi} + \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} \right),$$

то формула для определения перемещений  $u$  верхней поверхности пластины в направлении оси  $r$  может быть записана в виде:

$$u = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{\alpha_n}^{\infty} \alpha^2 \left[ C + \frac{P_0}{\alpha\gamma_1} \exp(-\alpha\gamma_1 z_0) - \alpha\gamma_2(A - B) \right] \times \\ \times [\cos(\alpha C_3 t) - 1] J_1(\alpha r) d\alpha, \quad (12)$$

а для пластин с большими значениями  $\alpha\gamma_1\delta$  после подстановки значений коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  получим:

$$u = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{V_0^*}{2\pi^2} \frac{1 - \gamma_2^2}{2\gamma_1} \times \\ \times \int_{\alpha_n}^{\infty} \alpha J_1(\alpha r) [\cos(\alpha C_3 t) - 1] \exp(-\alpha\gamma_1 z_0) d\alpha.$$

После интегрирования этого выражения в пределах от нуля до бесконечности получим:

$$u = -\frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{V_0^*}{2\pi^2} \frac{1 - \gamma_2^2}{2\gamma_1} \left\{ \frac{r}{[(\gamma_1 z_0)^2 + r^2]^{3/2}} - \frac{r \cos\left[\frac{3}{2} \arctg \frac{2\gamma_1 z_0 C_3 t}{(\gamma_1 z_0)^2 + r^2 - (C_3 t)^2}\right]}{[(\gamma_1 z_0)^2 + r^2 - (C_3 t)^2]^2 + (2\gamma_1 z_0 C_3 t)^2} \right\}^{3/4}. \quad (13)$$

График перемещений  $u$  на рис. 7 показывает, что величина перемещений для толстой пластины в направлении оси  $r$ , вызванная действием продольной волны, примерно в два раза меньше пе-



ремещений, показанных на графике рис. 4, для поперечной волны.

### Выводы

Установлено, что в результате действия внутреннего точечного источника излучения в тонких и толстых пластинах образуется и распространяется со скоростью, ниже скорости  $C_2$ , одна практически значимая волна.

С увеличением толщины пластины распространяющаяся волна постепенно преобразуется и приобретает классическую форму волны Рэлея, двигающуюся со скоростью  $0,927C_2$ .

Разработанная методика дает возможность расчетным путем получить основные параметры АЭ волны первого диапазона скоростей ( $C_\alpha \leq 0,927C_2$ ) и может быть использована при анализе спектра упругих колебаний реальных пластин (толстых и тонких) при создании методик и средств контроля состояния материалов конструкций с помощью акустической эмиссии.

\* Вторая (продольная) волна по сравнению с поперечной менее мощная. В нашем случае ее амплитуда в 2 раза меньше амплитуды поперечной волны.

1. Патон Б. Е. Современные направления исследований и разработок в области сварки и прочности конструкций // Автомат. сварка. — 2003. — Октябрь–ноябрь. — С. 7–13.
2. Патон Б. Е., Лобанов Л. М., Недосека А. Я. Техническая диагностика: вчера, сегодня и завтра // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 2003. — № 4. — С. 6–10.
3. Paton B. E., Nedoseka A. J. Diagnostic of designs and safety of an environment // The Report on international conference «the Human factor and environment» International Institute of Welding, July 19–20 1999, Lisbon, Portugal.
4. Недосека А. Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций / Под ред. Б. Е. Патона. — Киев: Индпром, 2001. — 815 с.
5. Недосека А. Я., Недосека С. А., Волошкевич И. Г. Волны деформаций, возникающие при локальной перестройке структуры материалов // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 2004. — № 3. — С. 8–15.
6. Недосека А. Я. Влияние характера локальных изменений структуры материала на формирование упругих волн деформаций на поверхности толстой пластины // Там же. — 1991. — № 3. — С. 66–73.
7. Pao Y. H., Gajevski R. R. Generalized ray theory and transient response of layered elastic solids // Physical acoustics. — 1997. — 3, № 6. — P. 184–265.
8. Yih-Hsing Pao, Ralph Gajevski, Ahmet N. Ceranoglu. Acoustic emission and transient waves in an elastic plate // J. Acoust. Soc. Am. — jan. 1979. — 65(1). — P. 96–105.
9. Richard L. and Yih-Hsing Pao. Spectra of transient waves in elastic plates // Ibid. — 1982. — December. — 72(6). — P. 1933–1941.
10. Недосека А. Я., Бойчук О. И. Аналитическое фундаментальное решение пространственной задачи термопластичности для слоя из неизотермического материала // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 1996. — № 3. — С. 3–16.
11. Gillis P. P. Dislocation motions and acoustic emission // A symposium presented at the December Committee Week American Society for Testing and Materials. — 1971. — 7-8 December. — Bal Harbour. — P. 20–29.
12. Tetelman A. S., Chow R. Acoustic emission testing and micro cracking processes // Ibid. — 7-8 December 1971. — Bal Harbour. — P. 30–40.
13. Nakamura Y., Veach C. L., McCauley B. O. Amplitude distribution of acoustic emission signals // Ibid. — 7-8 December 1971. — Bal Harbour. — P. 164–186.
14. Fowler K. A., Papadakis E. P. Observation and analysis of simulated ultrasonic acoustic emission waves in plates and complex structures // Ibid. — 7-8 December 1971. — Bal Harbour. — P. 222–237.
15. Hartbower C. E., Reuter W. G., Morais C. F., Crimmins P. P. Use of acoustic emission for the detection of weld and stress corrosion cracking // Ibid. — 7-8 December 1971. — Bal Harbour. — P. 187–221.
16. Balderston H. L. The broad range detection of incipient failure using the acoustic emission phenomena // Ibid. — 7-8 December 1971. — Bal Harbour. — P. 297–317.
17. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований // Т.1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. — М.: Наука, 1969. — 343 с.
18. Forli O., Raine G. A. NDT offshore: a review of current practice // INSIGHT. — June 1996. — 38, № 6. — 1996.
19. Сборник трудов 12-й Международной деловой встречи «Диагностика-2002». — Белек, 23–26 апреля 2002. — Т.2 «Диагностика электромеханического оборудования, надежности КС и экологического мониторинга». — Ч. 2. — М.: ИРЦ Газпром, 2002. — 142 с.
20. Топон В. М., Дубицкий Д. А. Комплексная диагностика украинской части аммиакопровода Тольятти–Одесса // 12-я Международная деловая встреча «Диагностика-2002», Белек, 23–26 апреля, 2002. — Т.3. Диагностика линейной части магистральных газопроводов. — Ч.2. — М.: ИРЦ Газпром, 2002. — С. 8–16.
21. Диагностика технического состояния магистральных газопроводов УМГ «Львовтрансгаз» // Р. И. Коваль, Ю. В. Банахевич, Й. Л. Зубик и др. // Там же. — 2002. — С. 134–138.
22. Костюков В. Е., Кудаев А. П., Павликов И. А., Спиридович Е. А., Лисин В. Н. Интегрированная экспертно-аналитическая система оценки, анализа и прогнозирования технического состояния линейной части магистральных газопроводов (АЭС МГ) как составная часть региональной и глобальной систем экологического мониторинга // Межд. специализ. выставка-конф. военных и двойных технологий «Новые технологии в радиоэлектронике и системах управления». — Нижний Новгород, 3–5 апреля 2002 / Тр. конф. «Информационные технологии и автоматизированные системы управления. — Т.1. — Секц.1. — М.: ЦНИИ «Электроника», 2002. — С. 22–25.
23. Завьялов А. П., Халилова П. Р. Метод оценки напряженно-деформированного состояния участка магистрального трубопровода с локальными дефектами стенок // Тез. докл. Межрегион. мол. конф. «Севергеоэкотех-2002». — Ухта: Ухтин. гос. техн. ун-та, 2002. — С. 100–101.
24. Дегтярев Д. В., Дадонов Ю. А., Кручинина И. А., Лисанов М. В., Сумской С. И. Анализ риска аварий на магистральном аммиакопроводе «Тольятти-Одесса» ОАО «Трансаммиак» // Тр. 7-й Всерос. научн. конф. «Современные методы математического моделирования природных и антропогенных катастроф» и 3-й Всерос. научн.-практ. конф. «Проблемы защиты населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера». — Красноярск, 13–17 октября. — Т.2. Ин-т вычисл. моделир. СО РАН. — 2003. — С. 102–103.
25. Биус Г. А. Требования к системам технического диагностирования оборудования стартовых комплексов ракет-носителей // Свароч. пр-во. — 2004. — № 10. — С. 50–55.
26. Пат. 2226272 РФ МПК7G 01 N. Способ акустико-эмиссионного контроля и диагностирования резервуаров для хранения сжиженных газов / В. И. Тарасенко, Б. Г. Ким, В. Н. Румянцев, А. В. Гришин. — Опубл. 27.03.2004.