



## ДИАГНОСТИКА СИГНАЛОВ: СРАВНЕНИЕ ОБЕИХ КОМПОНЕНТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ И СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ

Л. М. ГЕЛЬМАН

*Предложен новый подход к формированию диагностических признаков для случаев, когда преобразования Фурье используются для технической диагностики и распознавания образов. Подход состоит в использовании одновременно двух новых диагностических признаков: действительной и мнимой компонент преобразования Фурье. Показано, что указанный подход является более общим, чем подходы, основанные на спектральной плотности мощности и фазовом спектре, и обеспечивает более высокую эффективность диагностики, чем подход, основанный на спектральной плотности мощности.*

*A new approach is proposed to formation of the diagnostic features for cases, when Furrier transforms are used for technical diagnostics and image recognition. The approach consists in using two new diagnostic features simultaneously, namely the actual and false components of Fourier transform. It is shown that the above approach is a more general one than those based on spectral power density and phase spectrum, and provides a higher effectiveness of diagnostics than the approach based on spectral power density.*

Новый подход к формированию диагностических признаков был предложен для случаев использования преобразования Фурье для технической диагностики и распознавания образов. Подход состоит в использовании одновременно двух новых диагностических признаков: действительной и мнимой компонент преобразования Фурье. В работах [1, 2] показано, что указанный подход является более общим, чем подходы, основанные на спектральной плотности мощности и фазовом спектре, и обеспечивает более высокую эффективность диагностики, чем подход, основанный на спектральной плотности мощности.

Учет статистических зависимостей между диагностическими признаками, как показано в работах [3–5], повышает эффективность диагностики. Поэтому для реализации предложенного подхода необходим учет статистических зависимостей между действительной и мнимой компонентами преобразования Фурье.

Однако в работах [1, 2] сравнение эффективности новых признаков и спектральной плотности мощности проведено без учета статистических зависимостей между новыми признаками.

*Цель настоящей статьи: использовать предложенный в [1, 2] подход для диагностики гауссовых сигналов с учетом статистических зависимостей между предложенными признаками и сравнить диагностическую эффективность предложенного подхода с подходом, основанным на спектральной плотности мощности.*

**Теоретический анализ.** Рассмотрим двухклассовую диагностику стационарных гауссовых центрированных сигналов  $x(t)$  с различными дисперсиями  $\sigma_{x0}^2, \sigma_{x1}^2$  и идентичными нормированными автокорреляционными функциями  $R_{x0} = R_{x1} = R_x$  для гипотез  $H_j, j = 0, 1$ . Диагностическая инфор-

мация содержится в коротком преобразовании Фурье на частоте  $\omega_x$ . Предлагаемый подход заключается в одновременном использовании действительной  $X_R$  и мнимой  $X_I$  компонент короткого преобразования Фурье на частоте  $\omega_x$  как диагностических признаков:

$$X_R = \int_0^{t_1} x(t) \cos \omega_x t dt, \quad (1)$$

$$X_I = \int_0^{t_1} x(t) \sin \omega_x t dt, \quad (2)$$

где  $t_1$  — длительность сигналов,  $t_1 \neq \infty$ .

С учетом стационарности сигналов коэффициент взаимной корреляции между признаками (1)-(2) может быть представлен следующим образом:

$$K_{RI} = m(X_R X_I) = \int_0^T \int_0^T K_x(t_2 - t_1) \cos \omega t_1 \sin \omega t_2 dt_1 dt_2, \quad (3)$$

где  $m$  — оператор математического ожидания.

Используя новую переменную  $\sigma = t_2 - t_1$ , изменяя порядок интегрирования между переменными  $\sigma$  и  $t_1$  и интегрируя по  $t_1$ , после преобразований получаем окончательное выражение:

$$K_{RI} = \frac{\sigma_x^2 \int_0^T r_x(\tau) [\cos \omega \tau - \cos \omega(2T - \tau)] d\tau}{2\omega}. \quad (4)$$

Используя полученное выражение (4) и выражения, представленные в работе [6] для среднеквадратических отклонений  $\sigma_R$  и  $\sigma_I$  соответственно компонент  $X_R$  и  $X_I$ , нормированный коэф-



коэффициент взаимной корреляции между диагностическими признаками  $X_R$  и  $X_I$  после преобразований может быть записан в форме:

$$r_{RI} = \frac{K_{RI}}{\sigma_R \sigma_I} = \left( \int_0^T r_x(\tau) [\cos \omega \tau - \cos \omega(2T - \tau)] d\tau \right) / (AB)^{1/2}, \quad (5)$$

где  $A = \int_0^T r_x(\tau) [\omega(T - \tau) \cos \omega \tau - \sin \omega \tau] d\tau;$

$B = \int_0^T r_x(\tau) [\omega(T - \tau) \cos \omega \tau + \sin \omega \tau] d\tau.$

Выражения (4), (5) новые и носят общий характер. Они получены для произвольных стационарных случайных сигналов и учитывают следующие важные параметры сигналов и короткого преобразования Фурье: нормированную автокорреляционную функцию сигналов, дисперсию и длительность сигнала, частоту преобразования Фурье. Из выражений (4), (5) следует, что в общем случае для короткого преобразования Фурье коэффициент взаимной корреляции между новыми признаками (1), (2) не равен нулю. Поэтому при принятии решений о состоянии объектов диагностики следует учитывать корреляцию между диагностическими признаками (1), (2).

Из выражения (5) найдем, что для идентичных нормированных автокорреляционных функций сигналов для гипотез  $H_j$  нормированный коэффициент взаимной корреляции между диагностическими признаками (1), (2) также идентичен для гипотез  $H_j$ , т. е.  $r_0 = r_1 = r$ .

Так как сигналы  $x(t)$  гауссовы, то ввиду линейности преобразований (1), (2) получим, что двумерная условная функция распределения признаков (1), (2) также гауссова. Воспользовавшись этой функцией распределения, после преобразований получим отношение правдоподобия предложенных признаков в форме:

$$S_0 = AX_R^2 + BX_I^2 + CX_RX_I + D, \quad (6)$$

где

$$S_0 = \ln \frac{W(X_R, X_I | H_1)}{W(X_R, X_I | H_0)}; \quad (7)$$

$$A = \frac{\sigma_{R1}^2 - \sigma_{R0}^2}{2(1 - r^2)\sigma_{R0}^2\sigma_{R1}^2}; \quad B = \frac{\sigma_{I1}^2 - \sigma_{I0}^2}{2(1 - r^2)\sigma_{I0}^2\sigma_{I1}^2}; \quad (8)$$

$$C = \frac{r(\sigma_{R0}\sigma_{I0} - \sigma_{R1}\sigma_{I1})}{(1 - r^2)\sigma_{R0}\sigma_{R1}\sigma_{I0}\sigma_{I1}}; \quad D = \ln \frac{\sigma_{R0}\sigma_{I0}}{\sigma_{R1}\sigma_{I1}}.$$

Воспользовавшись данными, приведенными в работе [6], получим:

$$\frac{\sigma_{R1}}{\sigma_{R0}} = \frac{\sigma_{I1}}{\sigma_{I0}} = \frac{\sigma_{x1}}{\sigma_{x0}}.$$

Из выражения (6) видно, что в общем случае для рассматриваемой диагностики отношение правдоподобия предложенных признаков не является спектральной плотностью мощности, которая может быть представлена в форме [7] (без учета постоянных сомножителей, которые несущественны для диагностики):

$$S_1 = X_R^2 + X_I^2. \quad (9)$$

Из выражений (6), (8), (9) получим, что если одновременно выполняются следующие условия: а) диагностические признаки (1), (2) некоррелированы, т. е.  $r = 0$ ; б) среднеквадратические отклонения диагностических признаков при обеих гипотезах одинаковы, т. е.  $\sigma_{Rj} = \sigma_{Ij} = \sigma_j$ , то отношение правдоподобия (6) и спектральная плотность мощности (9) отличаются только постоянным сомножителем, который несущественен для диагностики.

Оценим и сравним диагностическую эффективность признаков (1), (2) и признака (9), используя критерий Фишера [8]:

$$F_0 = \frac{[m(S_0/H_1) - m(S_0/H_0)]^2}{\sigma^2(S_0/H_1) + \sigma^2(S_0/H_0)}, \quad (10)$$

$$F_1 = \frac{[m(S_1/H_1) - m(S_1/H_0)]^2}{\sigma^2(S_1/H_1) + \sigma^2(S_1/H_0)}, \quad (11)$$

где  $\sigma^2$  — оператор дисперсии.

Используя выражения (1)–(3), (6), (8)–(11), после преобразований получаем:

$$F_0 = 1 - \frac{2}{b + 1/b}, \quad (12)$$

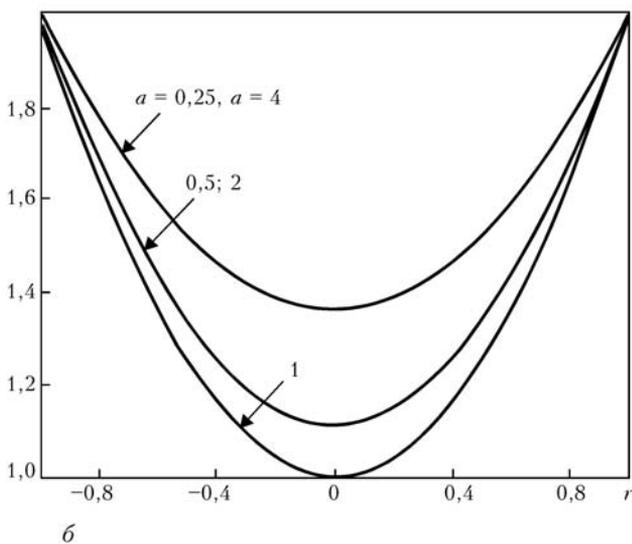
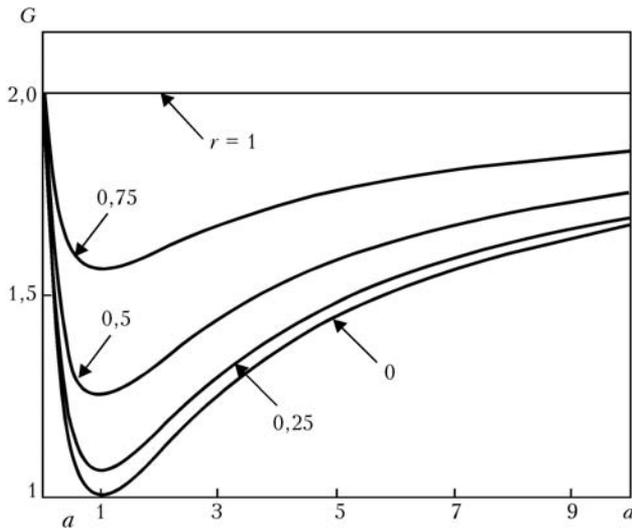
$$F_1 = F_0/G, \quad (13)$$

$$G = \frac{2(a^2 + 2r^2a + 1)}{(a + 1)^2}, \quad (14)$$

где параметр  $b$  характеризует различие дисперсии сигналов для гипотез  $H_j$ ,  $b = \frac{\sigma_{x1}^2}{\sigma_{x0}^2}$ ; параметр  $G$  ха-

рактеризует выигрыш в эффективности диагностики, параметр  $a$  характеризует различие дисперсий диагностических признаков (1), (2).

Для идентичных нормированных автокорреляционных функций сигналов для диагностируемых гипотез  $H_j$ , воспользовавшись данными из работы [6], получим:



Зависимость увеличения (прироста) эффективности диагностики в зависимости от коэффициента корреляции  $r$  (а) и параметра  $a$  (б), характеризующего разность дисперсий признаков (1, 2)

$$a = \frac{\sigma_{R0}}{\sigma_{I0}} = \frac{\sigma_{R1}}{\sigma_{I1}}$$

Из выражений (12)–(14) видно, что диагностическая эффективность нового подхода зависит только от различия дисперсий сигналов для диагностируемых гипотез  $H_j$  и не зависит от коэффициента взаимной корреляции между признаками и от параметра  $a$ , так как при предлагаемом подходе учитывается взаимная корреляция между признаками и различие дисперсий признаков; диагностическая эффективность подхода, основанного на спектральной плотности мощности, зависит как от различия дисперсий сигналов для диагностируемых гипотез  $H_j$ , так и от коэффициента взаимной корреляции между признаками (1), (2) и от параметра  $a$ .

Диагностическая эффективность этого признака уменьшается при увеличении модуля коэффициента взаимной корреляции между признаками (1), (2) и увеличении параметра  $a$  от значения, равного 1, так как при подходе, основанном на спектральной плотности мощности, не учитывается

взаимная корреляция между признаками и различие дисперсий признаков.

Выигрыш (14) в эффективности диагностики возрастает при движении параметра  $a$  от 1 для любых значений нормированных коэффициентов взаимной корреляции признаков (рисунок, а); увеличении модуля коэффициента взаимной корреляции между признаками для любых значений параметра  $a$  (рисунок, б).

Оценим, как влияет учет статистических зависимостей между признаками (1), (2) на эффективность диагностики, используя следующий критерий:

$$f = F_0 / F_2, \quad (15)$$

где

$$F_2 = \frac{[m(S_2/H_1) - m(S_2/H_0)]^2}{\sigma^2(S_2/H_1) + \sigma^2(S_2/H_0)}; \quad (16)$$

$$S_2 = \ln \frac{W(X_R | H_1)W(X_I | H_1)}{W(X_R | H_0)W(X_I | H_0)};$$

$$S_2 = A_1 X_R^2 + B_1 X_I^2 + D;$$

$$A_1 = A \quad (r = 0), \quad B_1 = B \quad (r = 0);$$

$S_2$  — отношение правдоподобия, полученное без учета статистических зависимостей между признаками (1), (2);  $F_2$  — критерий Фишера для отношения правдоподобия  $S_2$ .

Используя выражения (1), (2), (8), (12), (15), (16), после преобразований получаем

$$f = r^2 + 1. \quad (17)$$

На основании этого выражения можно сделать вывод, что учет статистических зависимостей между предложенными диагностическими признаками повышает эффективность диагностики.

Критерий (17), характеризующий повышение эффективности диагностики, обусловленное учетом статистических зависимостей признаков, возрастает с ростом модуля коэффициента взаимной корреляции между признаками (1), (2).

## Выводы

Рассмотрена диагностика стационарных гауссовых сигналов на основе одновременного использования новых обобщенных признаков: действительной и мнимой составляющих преобразования Фурье; при этом учитывались статистические зависимости между указанными диагностическими признаками.

Коэффициент и нормированный коэффициент взаимной корреляции между предложенными диагностическими признаками получены впервые для произвольных стационарных случайных сигналов.

Показано, что критерий (17), характеризующий повышение эффективности, обусловленное учетом статистических зависимостей признаков, возрастает с ростом модуля коэффициента взаимной корреляции между признаками.

В общем случае для рассматриваемой диагностики спектральная плотность мощности не явля-



ется оптимальным диагностическим признаком и представляет только частный случай отношения правдоподобия предлагаемых новых признаков. Использование спектральной плотности мощности оптимально, если одновременно: а) коэффициент взаимной корреляции между новыми признаками равен нулю; б) дисперсии этих признаков одинаковы.

Выигрыш (14) в эффективности диагностики возрастает при увеличении модуля коэффициента взаимной корреляции между признаками, а также при движении параметра  $a$ , характеризующего различие дисперсий признаков, от 1. Поэтому использование предлагаемых признаков обеспечивает преимущество в эффективности диагностики по сравнению с использованием спектральной плотности и мощности при произвольных величинах коэффициента взаимной корреляции между предлагаемыми признаками и параметра, характеризующего различие дисперсий признаков (за исключением случая, упомянутого выше). Указанный подход был успешно применен для диагностики усталостных трещин и демпфирования в лопатках турбомашин [9, 10].

Мы рекомендуем использовать одновременно действительную и мнимую компоненты преобразования Фурье как наиболее базисные диагностические признаки, особенно если коэффициент взаимной кор-

реляции между признаками не равен нулю и дисперсии компонент преобразования Фурье не равны между собой.

1. *Gelman L. M., Braun S. G.* The optimal usage of the Fourier transform for pattern recognition *Mechanical Systems and Signal Processing*. — 2001. — **15**(3). — P. 641–645.
2. *Gelman L. M., Braun S. G., Petrunin I. V.* The optimal usage of the Fourier transform for condition monitoring and diagnostics In *Proceedings of the International Conference on Condition Monitoring*. — Swansea, UK, 2001. — P. 350–357.
3. *Bilmes J. A.* Maximum mutual information based reduction strategies for cross-correlation based joint distributional modeling In *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. — Seattle, 1998. — P. 469–472.
4. *Fukunaga K.* Introduction to statistical pattern recognition. — Academic Press, New York, 1990.
5. *Devijver P. A., Kittler J.* Pattern recognition: a statistical approach. — Prentice Hall, 1982.
6. *Gelman L. M., Sadovaya V. G.* Optimization of the resolving power of a spectrum analyzer when detecting narrow-band signals // *Telecommunications and Radio Engineering*. — 1980, **35**(11). — P. 94–96.
7. *Kammler D. W.* A first course in Fourier analysis. — Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 2000.
8. *Young T. Y., Fu K.-S.* Handbook of Pattern Recognition and Image Processing. — Academic Press, Inc, 1986.
9. *Gelman L., Astley K., Petrunin I.* Condition monitoring of fatigue cracks in machinery blades // *Insight*. — 2003. — **45**, № 8. — P. 539–541.
10. *Vibroacoustical damping diagnostics: novel approach. Specialized keynote paper* // L. Gelman, M. Crocker, M. Sanderson, C. Thompson // *Eleventh International Congress on Sound and Vibration*. — Russia, 2004.

Поступила в редакцию  
22.12.2005

## КОРОЗИЯ-2006 МІЖНАРОДНА ВИСТАВКА

6-8 червня  
Львівський Будинок вчених  
вул. Листопадового Чину, 6  
м. Львів



Європейська корозійна федерація  
Національна академія наук України  
Міністерство освіти і науки України  
Міністерство промислової політики України  
Українська асоціація корозіоністів  
Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН  
України

Адреса оргкомітету:

Україна, 79601, м. Львів-МСП, вул. Наукова, 5

тел.: (0322) 63-15-77, (032) 229-62-53

факс: (0322) 63-15-77

E-mail: pokhmurs@ipm.lviv.ua, kornii@ipm.lviv.ua

Web: <http://www.ipm.lviv.ua/corrosion>

### Тематика експозиції:

- обладнання для підготовки поверхні перед нанесенням покриттів;
- технології та обладнання для нанесення захисних металевих, полімерних і лакофарбових покриттів;
- протикорозійні та захисні матеріали;
- обладнання для електрохімічного захисту металоконструкцій;
- засоби неруйнівного контролю та технічної діагностики;
- прилади та методи для випробувань корозійної стійкості матеріалів;
- інгібітори та біоциди;
- екологічні аспекти протикорозійного захисту.

Одночасно з виставкою буде працювати VIII Міжнародна наукова конференція «Проблеми корозії та протикорозійного захисту конструкційних матеріалів», що дасть можливість підприємцям ознайомитися з найновішими та перспективними дослідженнями в галузі корозії та, на основі цього, оцінити шляхи та об'єми інвестицій в розвиток технологій протикорозійного захисту матеріалів.