

В. О. Давыдов<sup>1</sup>, О. В. Маслов<sup>1</sup>,  
О. В. Неделін<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Одеський національний політехнічний університет

<sup>2</sup> Національний технічний університет України «КПІ»

## Оценка качества восстановления распределения выгорания по объему ТВС методами пассивной компьютерной томографии

Пассивная алгебраическая реконструктивная томография позволяет оценить состояние топлива внутри ТВС. Проведен анализ результатов восстановления активностей твэлов по объему ТВС. Предложено использовать для оценки качества восстановления активности твэлов относительную дисперсию отклонения активностей твэлов в пределах всей томограммы, относительную дисперсию отклонения активностей твэлов в пределах одного ряда, максимальное отклонение активности в пределах одного ряда и гистограммы отклонения активностей твэлов. При восстановлении активности твэлов предложено одновременно использовать результаты спектрометрических измерений для различных значений энергии собственного гамма-излучения ТВС.

В.О. Давидов, О.В. Маслов, О.В. Неделін

### Оцінка якості відновлення розподілу вигорання по об'єму ТВЗ методами пасивної комп'ютерної томографії

Пасивна алгебраїчна реконструктивна томографія дозволяє оцінити стан палива усередині ТВЗ. Проведено аналіз результатів відновлення активності твелів по об'єму ТВЗ. Запропоновано використовувати для оцінки якості відновлення активності твелів відносно дисперсію відхилення активності твелів у межах всієї томограми, відносно дисперсію відхилення активності твелів у межах одного ряду, максимальне відхилення активності в межах одного ряду і гистограми відхилення активності твелів. При відновленні активності твелів запропоновано одночасно використовувати результати спектрометричних вимірів для різних значень енергії власного гамма-випромінювання ТВЗ.

В настоящее время система определения глубины выгорания ядерного топлива (ЯТ) основана исключительно на расчетных методах с применением постоянно дорабатываемых программ. Такой подход является нарушением ряда нормативных документов. Собственное гамма-излучение ТВС содержит достаточную информацию о ее состоянии, в частности о распределении ядерного топлива и продуктов деления ЯТ в каждом их образующих ее твэлов [1]. Одной из технологий извлечения и обработки этой информации с целью максимально полной оценки состояния топлива внутри ТВС является пассивная алгебраическая реконструктивная томография [2]. Томография ТВС дает возможность решить несколько практически важных задач: рассчитать выгорание топлива внутри сборки, контролировать герметичность оболочек твэлов, оценивать начальное обогащение свежего топлива.

В процессе томографического исследования осуществляется  $n$  измерений интенсивности гамма-излучения для соответствующих угловых положений детектора и формируется переопределенная система из  $n$  уравнений с  $m$  неизвестными, которыми являются восстанавливаемые  $m$  значений активности твэлов  $A_m$  внутри ТВС для выбранного изотопа (рис. 1). При расположении детектора в  $n$ -й точке наблюдения на расстоянии  $R_n$  от оси ТВС измеренная интенсивность гамма-излучения  $i$ -го изотопа с энергией  $E_\gamma$  в точке расположения детектора равна

$$I_n^i = \sum_m A_m k_{i\gamma} w_{mn} \varepsilon(E_\gamma), \quad (1)$$

где  $A_{mi}$  — активность  $i$ -го изотопа для  $m$ -го твэла с учетом его реального состояния;  $k_{i\gamma}$  — выход  $\gamma$ -линии для  $i$ -го изотопа;  $w_{mn}$  — коэффициент вклада  $m$ -го твэла в интенсивность излучения  $i$ -го изотопа с энергией  $E_\gamma$ , учитывающий эффекты ослабления при распространении пучка гамма-излучения от  $m$ -го твэла до  $n$ -й точки наблюдения;  $\varepsilon(E_\gamma)$  — эффективность регистрации детектора для энергии  $E_\gamma$ ;  $m = 1, \dots, M$ , где  $M$  — общее число твэлов в ТВС. Методика расчета коэффициентов вкладов отдельных твэлов детально изложена в [3]. При спектрометрических измерениях в выделенном пике полного поглощения гамма-излучения для конкретного изотопа без нарушения общности можно опустить постоянные  $k_{i\gamma}$  и  $\varepsilon(E_\gamma)$  и записать выражение (1) в упрощенном виде:

$$I_n = \sum_m A_m w_{mn}. \quad (2)$$

Задачей реконструктивной алгебраической томографии является восстановление  $m$  значений активности твэлов  $A_m$  внутри ТВС для выбранного реперного изотопа путем решения системы полученной системы уравнений (2). В такой постановке задача томографии формулируется по принципу «один твэл — один пиксель восстановленной томограммы».

Как правило, системы вида (2) являются плохо обусловленными в силу большого числа переменных, большого динамического диапазона значений величин  $w_{mn}$  и накладывающегося шума измерений [4]. Поэтому удовлетворительные решения их могут быть получены только для случаев сильно переопределенной системы, т. е. в том случае, когда число угловых проекций поля  $n$  существенно больше числа твэлов  $M$ , активность которых реконструируется в процессе томографической процедуры.

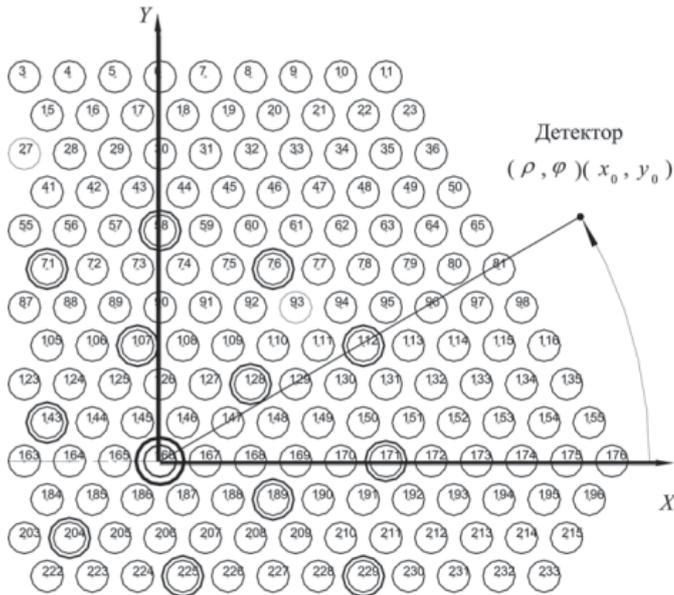


Рис. 1. Геометрия задачи. Картограмма фрагмента ТВС

Предложено использовать ряд алгоритмов алгебраической реконструктивной томографии применительно к прямоугольным ТВС реактора PWR [5], [6]. В частности, это алгоритмы коррекции равных активностей (ЕАС — Equal Activity Correction); коррекции вкладов по активности (САС — Contributinal Activity Correction); алгебраическая реконструктивная процедура (ART — Algebraic Reconstruction Technique).

Все три алгоритма основаны на выборе начального приближения искомой матрицы активности в виде равноэлементной:

$$A_0 = \frac{\sum_m I_m}{\sum_{m,n} w_{mn}} \quad (3)$$

Алгоритмы отличаются способом коррекции, вносимой на каждой последующей итерации, и детально описываются в [7]. Все перечисленные алгоритмы итеративны и в связи с этим обладают рядом недостатков, а именно: скорость сходимости их невысока, соответственно время счета достаточно велико; в них используются эмпирические стартовые параметры итеративного процесса, от которых также сильно зависит сходимость.

Однако главным недостатком указанных алгоритмов следует считать непригодность для решения задачи томографии в случае большого числа обусловленности матрицы весовых коэффициентов твэлов  $W$  (числом обусловленности матрицы  $\text{cond}(W) = \sigma_{\max}/w_{\min}$  называется отношение максимального и минимального сингулярных чисел матрицы). Число обусловленности показывает «степень независимости» столбцов матрицы. Чем меньше по модулю число обусловленности, тем более «независимы» столбцы матрицы. Для матрицы коэффициентов вкладов твэлов столбцы как раз получаются весьма «зависимыми», что приводит к плохой обусловленности задачи в принципе. В частности, увеличение измерительного шума до 2–3 % средней измеренной интенсивности приводит к катастрофическим последствиям для качества реконструируемой томограммы: уже при таком уровне шумов иногда не удается обнаружить полностью отсутствующий в ТВС твэл [5].

В данной работе предлагается более перспективный метод реконструкции томограмм. Он основывается на идее находить решение переопределенной системы (2), применяя псевдообратную матрицу Мура—Пенроуза [8], при этом решение системы принимает вид

$$A = W^{\#} I \quad (4)$$

Псевдообратная матрица  $W^{\#}$ , соответствующая  $(m \times n)$ -матрице  $W$ , однозначно определяется через компоненты разложения матрицы  $W$  по сингулярным числам согласно процедуре SVD-разложения.

Для обоснования предложенной идеи, в ходе имитационного моделирования, был проведен ряд исследований по восстановлению активностей твэлов для различных энергий изотопов, числа точек измерений  $n$  и количества энергий, используемых при реконструкции томограмм.

В общем виде алгоритм исследований для одной энергии выглядел следующим образом.

Шаг 1. Задается количество  $n$  положений детектора в пространстве (количество измерений).

Шаг 2. Рассчитываются коэффициенты ослабления интенсивности излучения для каждого  $m$ -го твэла и  $n$ -го положения детектора в пространстве.

Шаг 3. Для 331 элемента ТВС задаются активности реперных изотопов: для всех 312 твэлов — единичные, для 19 стержневых отверстий — нулевые. Рассчитываются интенсивности, измеренные в  $n$  точках расположения детектора.

Шаг 4. Для имитации шумов, сопровождающих натурные измерения, на сгенерированные компоненты вектора  $I$  накладывается нормальный шум с дисперсией  $\delta$ , равной 3–10 % значения максимальной компоненты вектора  $I$ .

Шаг 5. Рассчитывается псевдообратная матрица  $W^{\#}$ .

Шаг 6. Рассчитывается восстановленное значение активности твэлов путем решения уравнения (4).

Для одной энергии и количества измерений  $n = 360$  матрица весов  $W$  имела размерность  $360 \times 331$ , вектор-столбец реконструируемых активностей твэлов  $A — 331 \times 1$ , а вектор-столбец измеренных интенсивностей  $I — 360 \times 1$ . Реконструкция томограммы по нескольким энергиям аналогична увеличению количества измерений в  $N_E$  раз, где  $N_E —$  количество энергий. Соответственно в  $N_E$  раз увели-

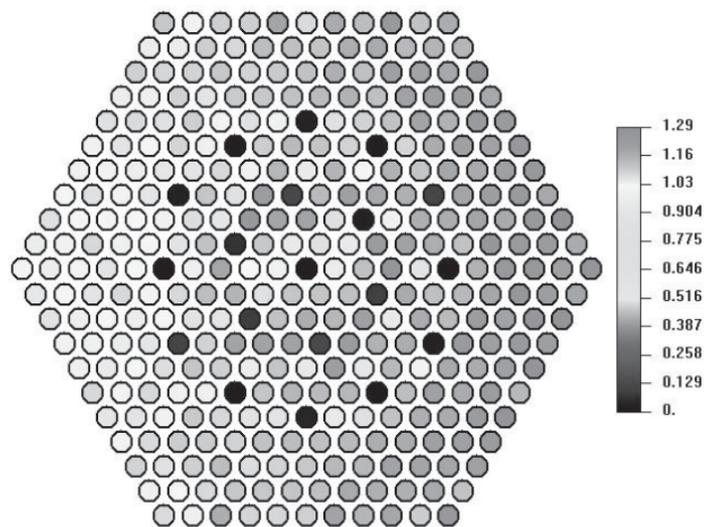


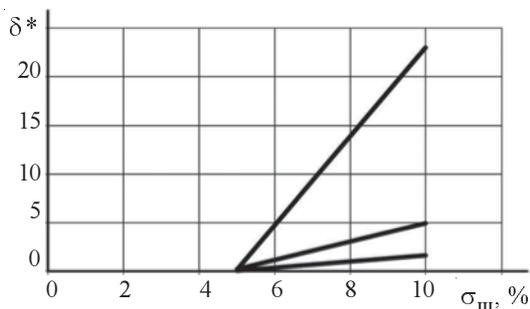
Рис. 2. Восстановленное распределение активности  $^{134}\text{Cs}$  для ТВС с неповрежденными твэлами

чивается число строк матрицы  $\mathbf{W}$  и вектора-столбца  $\mathbf{I}$ . Так, для двух энергий и  $n = 360$  матрица  $\mathbf{W}$  имеет размерность  $720 \times 331$ . На рис. 2 представлен пример реконструированной томограммы ТВС с неповрежденными твэлами. Для моделирования неравномерного поля распределения активности в зоне реактора, в исходных данных, поле активностей твэлов имело 25 %-ный наклон слева направо. При этом активности твэлов равномерно изменялись от 1 (слева) до 1,25 (справа).

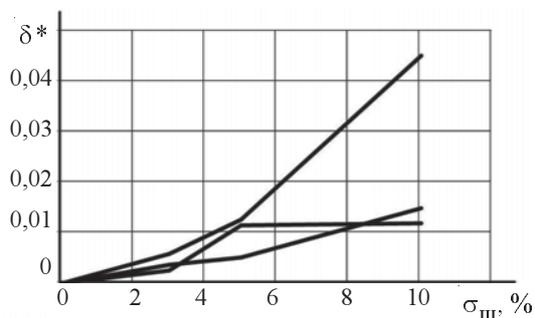
Для исследования процесса восстановления активностей твэлов был проведен ряд экспериментов, в которых исходные данные содержали дефектный твэл. Уменьшение активности такого твэла задавалось в пределах от 10 до 50 % номинального значения.

В ходе экспериментов формировались системы уравнений вида (2) для различных энергий, уровня шума и количества измерений. Затем эти системы решались методом SVD-разложения.

Предварительный анализ полученных томограмм показал, что каких-либо общепринятых критериев оценки качества восстановления активностей твэлов нет. Поэтому было решено исследовать восстановленные томограммы с точек зрения относительной дисперсии  $\delta^*$  отклонения активностей твэлов в пределах всей томограммы, относительной дисперсии отклонения активностей твэлов  $\delta_i^*$  в пределах одного ряда, максимального отклонения активности в пределах одного ряда  $A_i^{\max}$  и гистограммы отклонения активностей твэлов. Для расчета  $\delta^*$  и  $\delta_i^*$  за точку отсчета брались соответственно дисперсия активности твэлов исходной модели и дисперсия активности твэлов в пределах соответствующего ряда.

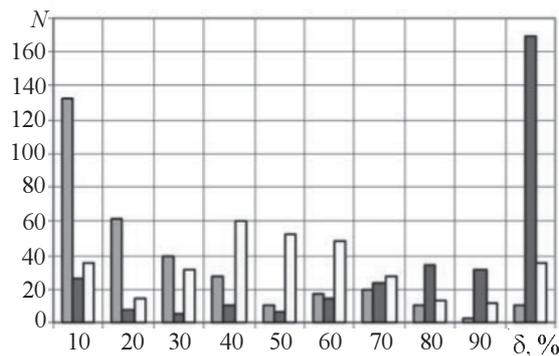


**а**

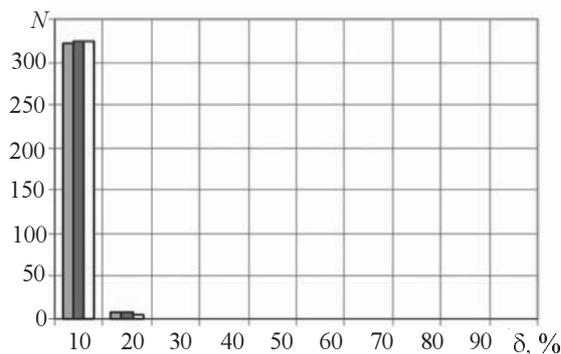


**б**

Рис. 3. Зависимости относительной дисперсии  $\delta^*$  от уровня шума  $\sigma_{ш}$  для различного количества энергий  $N_E$  и измерений  $n$ :  
 а –  $N_E = 1, n = 720$ ; б –  $N_E = 2, n = 360$



**а**



**б**

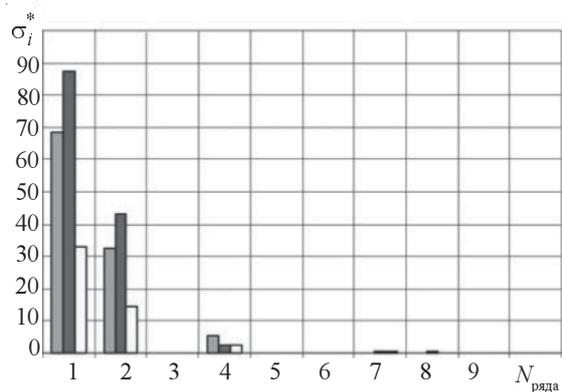
Рис. 4. Гистограммы отклонения активности твэлов от истинного значения для различного количества энергий  $N_E$  и измерений  $n$ :  
 а –  $N_E = 1, n = 720$ ; б –  $N_E > 1, n = 360, 720$

Анализ восстановленных томограмм позволил сделать важный вывод: с увеличением количества измерений качество восстановленных томограмм улучшается незначительно. Поэтому была предложена идея восстанавливать активности твэлов по нескольким значениям энергий гамма-излучения (с вычислительной точки зрения нет особой разницы восстановить томограмму по 720 показаниям детектора или по 360 для двух значений энергии) и сформировать новый ряд томограмм, восстановленных по нескольким (2÷4) энергиям.

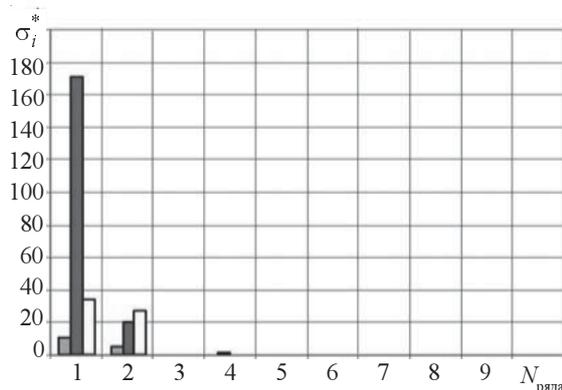
Дальнейший анализ подтвердил целесообразность предложенной идеи. Изучение зависимостей относительной дисперсии  $\delta^*$  от уровня шума для различного количества энергий, используемых при восстановлении томограмм (рис. 3), позволяет сделать ряд важных выводов.

Во-первых, с повышением уровня шума, для случая одной энергии, величина  $\delta^*$  приобретает существенный разброс. На практике это означает, что невозможно заранее предсказать, можно ли будет извлечь из результата восстановления томограмм полезную информацию.

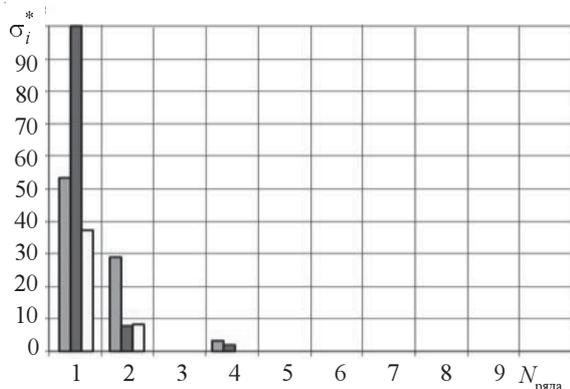
Во-вторых, использование в процессе восстановления нескольких энергий гамма-излучения позволяет понизить параметр  $\delta^*$  на 2÷3 порядка! Это хорошо видно на рис. 3. Хотя с вычислительной точки зрения эти два случая совершенно одинаковы, использование двух энергий дает существенный выигрыш.



**а**



**б**

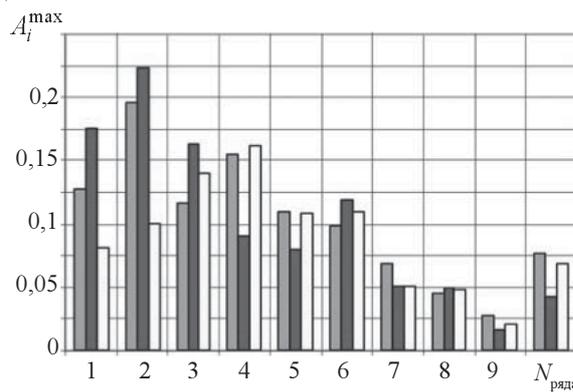


**в**

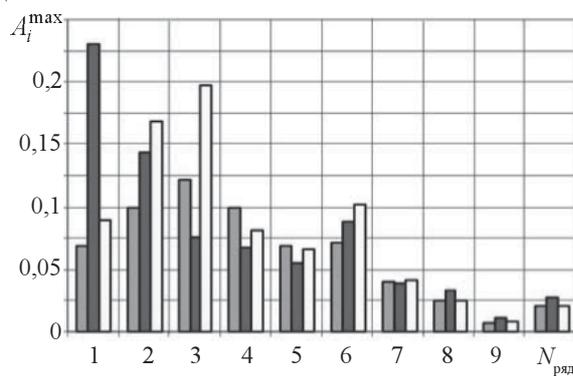
Рис. 5. Гистограммы зависимости относительной дисперсии отклонения активностей твэлов  $\sigma_i^*$  от номера ряда  $N_{\text{ряда}}$ :  
 а –  $N_E = 2, n = 360$ ; б –  $N_E = 3, n = 360$ ; в –  $N_E = 4, n = 360$

В-третьих, рост числа измерений  $n > 360$  не представляется целесообразным. Дополнительные исследования показали также, что уменьшение числа измерений ведет резкому снижению качества. Таким образом, число измерений  $n = 360$  наиболее предпочтительно.

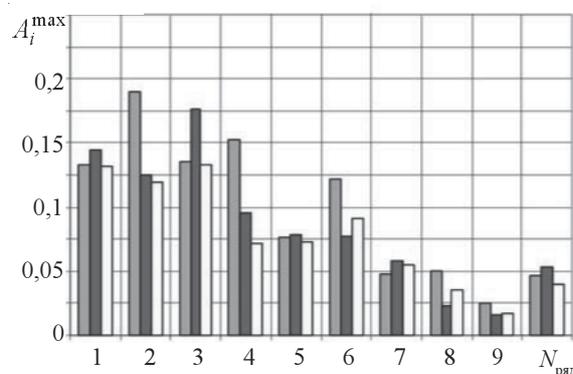
В-четвертых, с вычислительной точки зрения нецелесообразно использовать при восстановлении более трех энергий гамма-излучения, так как при этом соотношение «выигрыш в качестве» / «затрачиваемые ресурсы» стремится к нулю.



**а**



**б**



**в**

Рис. 6. Гистограммы зависимости максимального отклонения активности  $A_i^{\max}$  от номера ряда  $N_{\text{ряда}}$ :  
 а –  $N_E = 2, n = 360$ ; б –  $N_E = 3, n = 360$ ; в –  $N_E = 4, n = 360$

Результаты анализа относительной дисперсии  $\delta^*$  позволили сделать выводы о точности SVD-метода в целом, но не дали ответа на вопрос, как найти дефектный твэл.

В ходе дальнейшего исследования были получены гистограммы, представленные на рис. 4. По оси абсцисс отложено отклонение активности твэла от истинного значения, по оси ординат — доля твэлов, приходящаяся на данный диапазон отклонения. Все гистограммы соответствуют уровню шума 10 %.

Анализ представленных гистограмм подтвердил идею использования нескольких энергий гамма-излучения для

восстановления активности твэлов. Кроме того, анализ гистограмм для различных энергий показал, что для реконструкции томограммы целесообразно использовать энергии гамма-излучения одного изотопа —  $^{134}\text{Cs}$ , что наилучшим образом позволяет компенсировать вычислительные дефекты восстановления томограммы, так как распределение изотопа одинаково. На примере  $^{134}\text{Cs}$  было обнаружено, что отклонение активности восстановленных твэлов от истинных значений не превышает 30 %, общее количество твэлов с отклонениями активности более 10 % от истинного значения не превышает 8÷10.

Полученные результаты позволили сделать предположение, что, в случае выбора соответствующей точки отсчета, на восстановленных томограммах можно будет идентифицировать дефектные твэлы с уровнем протечки более 30 %.

Заключительный анализ экспериментальных данных предусматривал построение зависимостей для относительной дисперсии отклонения активностей твэлов  $\delta_i^*$  в пределах одного ряда и максимального отклонения активности в пределах одного ряда  $A_i^{\max}$ . Общий вывод, который можно сделать по результатам анализа данных рис. 5, 6, заключается в том, что наибольшая погрешность восстановления наблюдается в центре томограммы. В крайних рядах, наиболее неблагоприятных с точки зрения вероятности появления дефектного твэла, точность восстановления томограммы наивысшая.

Таким образом, полученные результаты анализа восстановленных томограмм позволяют сформулировать следующие рекомендации к алгоритму восстановления, использующему SVD-разложение:

количество энергий, по которым ведется восстановление томограмм, должно равняться 2÷3;

целесообразно использовать энергии гамма-излучения изотопа  $^{134}\text{Cs}$ ;

количество измерений целесообразно выбрать равным 360.

## Список литературы

1. Олейник С. Г., Максимов М. В., Маслов О. В. Методика определения выгорания отработавшего ядерного топлива в процессе перегрузки // Атомная энергия. — 2002. — Т. 92. — Вып. 4. — С. 268 — 272.
2. Олейник С. Г., Болтенков В. А., Маслов О. В. Пассивная компьютерная  $\gamma$ -томография ядерного топлива // Атомная энергия. — 2005. — Т. 98. — Вып. 3.0. — С. 227 — 229.
3. Олейник С. Г., Болтенков В. А. Имитационное моделирование системы определения глубины выгорания облученного ядерного топлива // Изв. ВУЗов. Ядерная энергетика. — 2002. — № 1. — С. 39—52.
4. Maslov O. V. Determining of distribution burnup on fuel assemblies at the refueling by emission tomography / O. V. Maslov, M. V. Maksimov // 17th AER Symposium on VVER Reactor Physics and Reactor Safety / 23–29 September 2007, Yalta, Ukraine. — P. 949–954.
5. Theoretical Investigations of Tomographic Methods used for Determination of the Integrity of Spent BWR Nuclear Fuel: Internal Report / Uppsala University; Jacobsson S. — ISV-6/97 — 1996. — 59 p.
6. Caruso S. Characterisation of high-burnup LWR fuel rods through gamma tomography / ЙКОЛЕ POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, Lausanne, & PSI, Villigen, Switzerland. — THISE NO 3762, 2007. — 206 p.
7. Kak A. C., M. Slaney M. Principles of computerized tomographic imaging. — 2<sup>nd</sup> edition. — IEEE Press, New York. — 1999. — 330 p.
8. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. — М.: Мир, 1990. — 584 с.
9. Уоткинс Д. С. Основы матричных вычислений: Пер. с англ. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 664 с.

Надійшла до редакції 08.12.2008.