

Д.В. Малицький, А.Ю. Павлова

## ПОШИРЕННЯ СЕЙСМІЧНИХ ХВИЛЬ В АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ. ПРЯМА ЗАДАЧА. I

Розроблено модифікацію матричного методу для побудови хвильових полів на вільній поверхні шаруватого анізотропного середовища. Наведено теорію для матричного пропагатора в однорідному анізотропному середовищі введенням “хвильового пропагатора”. Виконано порівняльний аналіз із сейсмічними записами в ізотропних середовищах.

**Ключові слова:** анізотропія, трансверсально-ізотропна симетрія, тензор сейсмічного моменту, “хвильовий пропагатор”.

**Вступ.** За останні роки спостерігається великий інтерес до досліджень поширення сейсмічних хвиль в анізотропних середовищах. Співвідношення, якими моделюють явища поширення фронтів хвиль в анізотропних середовищах, дають змогу досліджувати загальні закономірності впливу неоднорідностей фізичних властивостей середовищ на хвильові поля, що зареєстровані на вільній поверхні шаруватого півпростору. За допомогою результатів таких досліджень можна прогнозувати динамічні властивості пружних середовищ, а також ураховувати вплив анізотропії в задачах інверсії на визначення параметрів джерела. Тому задачі математичного моделювання поширення сейсмічних хвиль в анізотропному середовищі залишаються актуальними. Існує достатньо багато методів для визначення поля переміщення у довільній точці анізотропного середовища [3, 5–7], серед яких великий інтерес становить матричний метод.

Матричний метод Томпсона–Хаскелла та його модифікації успішно використовують у сейсмології для визначення сейсмічних полів [4]. Для однорідних ізотропних пружних середовищ, в яких швидкість поширення хвилі в усіх напрямках однакова, промені прямолінійні, а фронти перпендикулярні до них. Складнішою є сітка фронтів і променів в анізотропних пружних середовищах. Унаслідок різної поляризованості хвиль, фазові швидкості яких залежать від напрямку руху, зникає ортогональність променів фронтам, а в неоднорідних середовищах – ще й їх прямолінійна геометрія. Зазначимо, що ці судження є суттєвими за використання променевого методу: хоча побудована система променів і фронтів і не дає змоги визначити фізичні параметри середовища, але за його допомогою можна прослідкувати за перебігом еволюції фронтів напруження та виявити зони їх концентрації. Матричний метод та його модифікації,

що використовують для моделювання процесів поширення сейсмічних хвиль в ізотропних і анізотропних середовищах, є достатньо зручними і мають переваги перед іншими підходами. Як переваги, так і недоліки матричного методу добре описано у роботах [1, 2, 4, 5].

У цій статті розглянуто поширення сейсмічних хвиль в анізотропному неоднорідному середовищі, яке змодельовано системою однорідних анізотропних шарів (рис. 1) – кожен шар характеризується швидкостями поширення  $P$ - і  $S$ -хвиль, а також густинами  $\sigma$ . На межах між шарами виконується умова жорсткого контакту, крім межі, де розміщене джерело сейсмічних хвиль. Будемо моделювати вогнище землетрусу через дев'ять пар сил, яке представлено тензором сейсмічного моменту. Такий опис точкового джерела достатньо відомий і є ефективним для моделювання поширення сейсмічних хвиль у шаруватому півпросторі [2]. Загалом вважатимемо також, що джере-

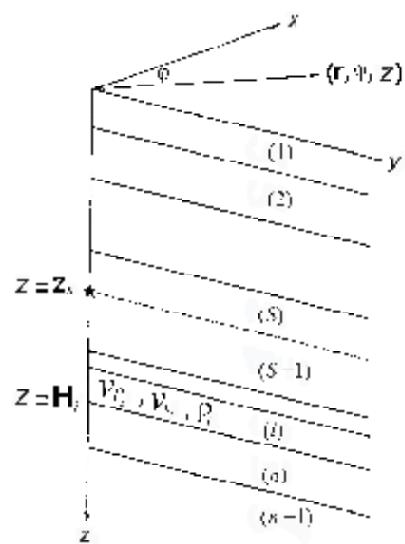


Рис. 1. Модель вертикально-неоднорідного середовища

ло є розподіленим у часі, тобто сейсмічний момент  $M_0(t)$  є функцією часу. Це означає, що фізичний процес у вогнищі відбувається не миттєво, а протягом певного відліку часу. Відомо, що час сейсмічної події з  $M_w \sim 2-3$  може становити 0,5–0,7 с. На нашу думку, визначення цього часу, а також відшукання часової функції вогнища є важливою сейсмологічною задачею. Таким чином, у статті показано розв'язання прямої задачі, коли на довільній межі шаруватого анізотропного середовища задано точкове джерело у просторі, але розподілене в часі.

**1. Теорія.** Виведемо матричні співвідношення для поля переміщень на вільній поверхні анізотропного середовища, використовуючи метод матричного пропагатора, коли фізичні параметри змінюються тільки в напрямку осі  $z$ .

Відомо, що лінійне співвідношення між тензором напружень  $\tau_{ij}$  і деформації  $e_{kl}$  має вигляд

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} \cdot e_{kl} = C_{ijkl} \frac{\partial \mathbf{u}_l}{\partial x_k}, \quad (1)$$

де  $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)^T$  – вектор переміщень.

Рівняння руху за відсутності об'ємних сил запишемо, як

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_k}. \quad (2)$$

Якщо використовувати тривимірне перетворення Фур'є

$$f(p_1, p_2, \omega) = \iiint_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, t) e^{-j\omega(t-x_1 p_1 - x_2 p_2)} dx_1 dx_2 dt$$

до виразів (1) і (2), де  $p_x, p_y$  – горизонтальні повільноти, то отримаємо диференціальне рівняння [6]

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial z} = j\omega A(z) \mathbf{b}(z). \quad (3)$$

Тут  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \tau \end{pmatrix}; \quad \tau = -\frac{1}{j\omega} (\tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz})^T; \quad A = \begin{pmatrix} T & C \\ S & T^T \end{pmatrix}$ ;

$T, S, C$  – матриці  $3 \times 3$ ;  $C$  і  $S$  – симетричні матриці.

Зазначимо, що модифікація матричного методу в цій статті є окремим виглядом методу матричного пропагатора, який введений в середині ХХ ст. Гільбертом і Бекусом і розвинутий Томпсоном і Хаскеллом. Суть запропонованого підходу полягає в тому, що матричний пропагатор  $P(z, z_0)$  задовільняє диференціальному рівнянню (3) і визначається, як

$$P(z, z_0) = I + \int_{z_0}^z A(\xi_1) d\xi_1 + \int_{z_0}^z A(\xi_1) \int A(\xi_1) A(\xi_2) d\xi_2 d\xi_1 + \dots, \quad (4)$$

де  $I$  – одинична матриця  $n$ -го порядку.

Із (4) випливає, що  $P(z, z_0) = I$  та

$$\mathbf{b}(z) = P(z, z_0) \mathbf{b}(z_0). \quad (5)$$

Співвідношення (5) означає, що матричний пропагатор  $P(z, z_0)$  породжує вектор переміщень-напружень  $\mathbf{b}(z)$  на глибині  $z$ , діючи на цей вектор на глибині  $z_0$ . Звідси отримуємо основні аналітичні вирази для поля переміщень-напружень, наприклад, на вільній поверхні шаруватого середовища, коли відомі  $P(z, z_0 = 0)$  та умова випромінювання, що показано нижче. Фактично пряма задача зводиться до визначення пропагатора  $P(z, z_0)$ , який для шаруватого півпростору (рис. 1) має вигляд

$$P(z_n, 0) = P(z_n, z_{n-1}) P(z_{n-1}, z_{n-2}) \cdots P(z_1, 0). \quad (6)$$

**Однорідне анізотропне середовище.** Щоб отримати формули для матричного пропагатора (6), потрібно показати його визначення в однорідному анізотропному середовищі. Для цього зведемо матрицю  $A$  до діагонального вигляду, а саме

$$\Lambda = D^{-1} A D, \quad (7)$$

де  $\Lambda$  – діагональна матриця, елементами якої є власні значення матриці  $A$ , матриця  $D$  – матриця власних векторів матриці  $A$ :

$$\Lambda = \text{diag}[q_p^U, q_{s_1}^U, q_{s_2}^U, q_p^D, q_{s_1}^D, q_{s_2}^D]. \quad (8)$$

Величини  $q_p^U, \dots, q_{s_2}^D$  – вертикальні повільноти, де символи  $U$  і  $D$  позначають поширення хвиль вгору і вниз відповідно; символ  $p$  – квазі- $P$  хвилі;  $s_1, s_2$  – дві квазі- $S$  хвилі. Для ізотропного середовища  $q^U = -q^D$ . Матриця власних векторів  $D$  задовільняє рівняння [2]

$$\mathbf{b} = D \mathbf{v}. \quad (9)$$

Для ізотропного випадку вектор  $\mathbf{v}$  визначають, як [6]

$$\mathbf{v} = [v_u, v_D]^T = [\varphi_u, \psi_u, \chi_u, \varphi_D, \psi_D, \chi_D]^T, \quad (10)$$

де  $\varphi, \psi, \chi$  – скалярні й векторні потенціали для поздовжньої  $P$ - і поперечних  $SV$ - і  $SH$ -хвиль.

Якщо пружні параметри є константами, тоді матриця  $D$  незалежна від  $z$ , і підстановкою (9) та (7) в (3) одержуємо:

$$D \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = j\omega A D \mathbf{v}$$

або

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} &= j\omega D^{-1} A D \mathbf{v} \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} &= j\omega \Lambda \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (11)$$

Розв'язок диференціального рівняння (11) має вигляд

$$\mathbf{v}(z) = e^{j\omega \Lambda (z - z_1)} \cdot \mathbf{v}(z_1) = Q(z, z_1) \cdot \mathbf{v}(z_1), \quad (12)$$

де  $z_1$  – відома глибина.

Порівнявши (10)–(12) із (3)–(5), приходимо до інтерпретації матриці  $Q(z, z_1)$  як “хвильового

пропагатора”, який задовільняє диференціально-му рівнянню

$$\frac{\partial Q(z, z_1)}{\partial z} = j\omega \Lambda Q(z, z_1),$$

коли  $Q(z_1, z_1) = I$ .

Врахувавши (8) та (12), представимо “хвильовий пропагатор”  $Q(z_1, z_1)$  у вигляді

$$Q(z, z_1) = \begin{pmatrix} E_u & 0 \\ 0 & E_D \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned} E_u &= \text{diag}[e^{j\omega(z-z_1)q_p^u}, e^{j\omega(z-z_1)q_{s_1}^u}, e^{j\omega(z-z_1)q_{s_2}^u}], \\ E_D &= \text{diag}[e^{j\omega(z-z_1)q_p^D}, e^{j\omega(z-z_1)q_{s_1}^D}, e^{j\omega(z-z_1)q_{s_2}^D}]. \end{aligned} \quad (14)$$

Тоді із (9) та (12) отримуємо

$$\begin{aligned} \mathbf{b}(z) &= D\mathbf{v} = D \cdot Q(z, z_1)\mathbf{v}(z_1) = DQD^{-1} \cdot \mathbf{b}(z_1), \\ \mathbf{b}(z_1) &= D\mathbf{v}(z_1) \Rightarrow \mathbf{v}(z_1) = D^{-1}\mathbf{b}(z_1). \quad (15) \\ \mathbf{b}(z) &= DQ(z, z_1)D^{-1}\mathbf{b}(z_1). \end{aligned}$$

Порівнявши (5) і (15), запишемо матричний пропагатор для однорідного анізотропного середовища  $P(z, z_1)$  через матриці  $D$  і  $Q$ :

$$P(z, z_1) = DQ(z, z_1)D^{-1}.$$

Отже, щоб визначити матричний пропагатор в однорідному анізотропному середовищі, потрібно знайти власні значення матриці  $A$ , тобто вертикальні повільності для побудови матриці  $Q$  згідно із (13), (14), а також власні вектори  $A$  для побудови матриці  $D$  і оберненої  $D^{-1}$ .

**Шарувате анізотропне середовище.** Розглянемо шарувате анізотропне середовище для  $0 < z < z_n$  із вільною поверхнею на  $z = 0$  та анізотропний півпростір для  $z > z_n$  (рис. 1). Очевидно, що вектори переміщень-напружень на вільній поверхні і нижньому півпросторі пов’язані матричним рівнянням

$$\mathbf{b}(z_L) = P(z_L, 0)\mathbf{b}(0). \quad (16)$$

Для зручності перепишемо рівняння (16):

$$\mathbf{b}_{n+1} = P_{n,0}\mathbf{b}_0, \quad (17)$$

де, згідно з (6):

$$\begin{cases} P_{n,0} = P(z_n, z_{n-1})P(z_{n-1}, z_{n-2}) \cdots P(z_1, z_0), \\ P(z_n, z_{n-1}) = D_n Q_n(z_n, z_{n-1}) D_n^{-1}, \\ \dots \\ P(z_1, z_0) = D_1 Q_1(z_1, z_0) \cdot D_1^{-1}. \end{cases} \quad (18)$$

Оскільки  $\mathbf{b}_{n+1}|_{z=z_n} = \mathbf{b}_n|_{z=z_n}$  – умова жорсткості контакту на межі  $z = z_n$ , рівняння (17) з урахуванням  $b_{n+1} = D_{n+1}v_{n+1}$  і (18) матиме вигляд

$$v_{n+1} = D_{n+1}^{-1} D_n Q_n D_n^{-1} \cdots D_2^{-1} D_1 Q_1 D_1^{-1} b_0$$

або

$$\mathbf{v}_{n+1} = G\mathbf{b}_0,$$

де  $G = D_{n+1}^{-1} D_n Q_n D_n^{-1} \cdots D_{s+1} Q_{s+1} D_{s+1}^{-1} \cdots D_2^{-1} D_1 Q_1 D_1^{-1}$  – характеристична матриця шаруватого анізотропного середовища.

Для простоти запису матриці  $Q_{i,i-1}$  ( $i = n, \dots, 1$ ) запишемо у вигляді  $Q_i$  та інтерпретуватимемо як “хвильовий пропагатор” в  $i$ -му шарі. Таким чином, характеристична матриця  $G$  має вигляд

$$G = D_{n+1}^{-1} D_n Q_n D_n^{-1} \cdots D_{s+1} Q_{s+1} D_{s+1}^{-1} \cdots D_2^{-1} D_1 Q_1 D_1^{-1}.$$

Якщо вважати, що на  $s$ -й межі розміщене джерело  $\mathbf{F}$  у вигляді стрибка переміщень-напружень, а саме  $b_{s+1} - b_s = \mathbf{F}$  (рис.1), то наступні матричні рівняння слід записати так:

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= P_{n,s} b_{s+1} \Big|_{z=z_s}, \\ v_{n+1} &= D_{n+1}^{-1} D_n Q_n D_n^{-1} \cdots D_{s+1} Q_{s+1} D_{s+1}^{-1} \cdot b_{s+1} \Big|_{z=z_s}, \\ b_s \Big|_{z=z_s} &= P_{s,s-1} P_{s-1,s-2} \cdots P_{2,1} P_{1,0} \cdot \mathbf{b}_0 = D_s Q_s D_s^{-1} \cdots D_1 Q_1 D_1^{-1} \cdot \mathbf{b}_0, \\ v_{n+1} &= D_n Q_n D_n^{-1} \cdots D_{s+1} Q_{s+1} D_{s+1}^{-1} \cdot (\mathbf{b}_s + \mathbf{F}) = \\ &= G^{n+1,s+1} (G_{s,1} b_0 + \mathbf{F}) = G^{n+1,s+1} G_{s,1} b_0 + G^{n+1,s+1} \cdot \mathbf{F} = \\ &= Gb_0 + G^{n+1,s+1} \cdot \mathbf{F}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = G\mathbf{b}_0 + G \cdot G_{s,1}^{-1} = G(\mathbf{b}_0 + G_{s,1}^{-1} \cdot \mathbf{F}) = G(\mathbf{b}_0 + \tilde{\mathbf{F}}), \quad (19)$$

де  $\tilde{\mathbf{F}} = G_{s,1}^{-1} \cdot \mathbf{F}$ ,  $G = G^{n+1,s+1} \cdot G_{s,1}$ .

Із (19), врахувавши умову випромінювання (хвилі із  $(n+1)$  шару не повертаються), а також той факт, що напруження на вільній поверхні дорівнює нулю, маємо

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_D^p \\ v_D^{s_1} \\ v_D^{s_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} & G_{15} & G_{16} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} & G_{25} & G_{26} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} & G_{35} & G_{36} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} & G_{45} & G_{46} \\ G_{51} & G_{52} & G_{53} & G_{54} & G_{55} & G_{56} \\ G_{61} & G_{62} & G_{63} & G_{64} & G_{65} & G_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_x^{(0)} + \tilde{F}_1 \\ \mathbf{u}_y^{(0)} + \tilde{F}_2 \\ \mathbf{u}_z^{(0)} + \tilde{F}_3 \\ \tilde{F}_4 \\ \tilde{F}_5 \\ \tilde{F}_6 \end{pmatrix}$$

або

$$\begin{cases} G_{11}U_x^{(0)} + G_{12}U_y^{(0)} + G_{13}U_z^{(0)} = \\ = -(G_{11}\tilde{F}_1 + G_{12}\tilde{F}_2 + G_{13}\tilde{F}_3 + G_{14}\tilde{F}_4 + G_{15}\tilde{F}_5 + G_{16}\tilde{F}_6), \\ G_{21}U_x^{(0)} + G_{22}U_y^{(0)} + G_{23}U_z^{(0)} = \\ = -(G_{21}\tilde{F}_1 + G_{22}\tilde{F}_2 + G_{23}\tilde{F}_3 + G_{24}\tilde{F}_4 + G_{25}\tilde{F}_5 + G_{26}\tilde{F}_6), \\ G_{31}U_x^{(0)} + G_{32}U_y^{(0)} + G_{33}U_z^{(0)} = \\ = -(G_{31}\tilde{F}_1 + G_{32}\tilde{F}_2 + G_{33}\tilde{F}_3 + G_{34}\tilde{F}_4 + G_{35}\tilde{F}_5 + G_{36}\tilde{F}_6). \end{cases}$$

Як результат отримаємо поле переміщень на вільній поверхні анізотропного середовища:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_x^0 \\ u_y^0 \\ u_z^0 \end{pmatrix} = (G^{13})^{-1} \cdot \mathbf{y},$$

де

$$G^{13} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = (a, b, c)^T,$$

$$a = -(G_{11}\tilde{F}_1 + G_{12}\tilde{F}_2 + G_{13}\tilde{F}_3 + G_{14}\tilde{F}_4 + G_{15}\tilde{F}_5 + G_{16}\tilde{F}_6),$$

$$b = -(G_{21}\tilde{F}_1 + G_{22}\tilde{F}_2 + G_{23}\tilde{F}_3 + G_{24}\tilde{F}_4 + G_{25}\tilde{F}_5 + G_{26}\tilde{F}_6),$$

$$c = -(G_{31}\tilde{F}_1 + G_{32}\tilde{F}_2 + G_{33}\tilde{F}_3 + G_{34}\tilde{F}_4 + G_{35}\tilde{F}_5 + G_{36}\tilde{F}_6).$$

**2. Тестові приклади.** Розглянемо моделювання хвильових полів для трансверсально-ізотропного середовища і порівняємо отримані результати прямої задачі із сейсмограмами для аналогічної задачі у випадку ізотропного середовища. Візьмемо

мо дві різні моделі середовища: а) анізотропний півпростір із трансверсально-ізотропною симетрією; б) анізотропний шар (потужністю 23 000 м) на анізотропному півпросторі. Вважатимемо, що джерело сейсмічних хвиль в обох моделях розташоване на глибині 20 км.

Для трансверсально-ізотропного середовища з метою повного опису пружних характеристик введемо п'ять незалежних параметрів ( $\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2, v$ ), а також значення густини  $\sigma$  для кожного шару (табл. 1, 2).

Вогнище сейсмічних хвиль описано тензором сейсмічного моменту. Розглянемо два випадки дії джерела (рис. 2, 3):

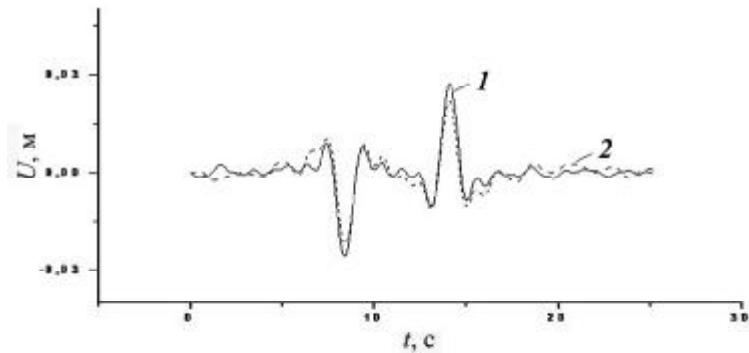
- 1) всі компоненти тензора сейсмічного моменту дорівнюють нулю, крім  $M_{zz} = 1,73 \cdot 10^{12}$ ;
- 2) всі компоненти тензора сейсмічного моменту відмінні від нуля:  $M_{xx} = -1,73 \cdot 10^{12}$ ;  $M_{zz} = 1,73 \cdot 10^{12}$ ;  $M_{xz} = -2,53 \cdot 10^{12}$ ;  $M_{zx} = -2,53 \cdot 10^{12}$ ;  $M_{yz} = -8,1 \cdot 10^{12}$ ;  $M_{zy} = -2,88 \cdot 10^{12}$ .

**Таблиця 1. Параметри анізотропного середовища для півпростору**

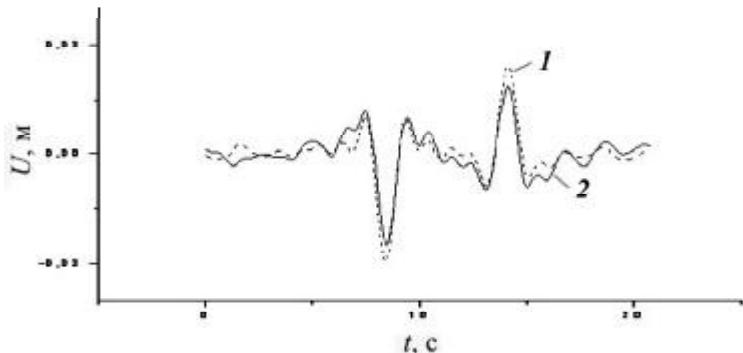
$\lambda_1, \times 10^{11}$ , Па	$\lambda_2, \times 10^{11}$ , Па	$\mu_1, \times 10^{11}$ , Па	$\mu_2, \times 10^{11}$ , Па	$v, \times 10^{11}$ , Па	$\sigma, \text{кг}/\text{м}^3$
0,04887	0,05173	0,07232	0,05129	0,04495	2300

**Таблиця 2. Параметри ізотропного середовища для півпростору**

$\lambda, \times 10^{11}$ , Па	$\mu, \times 10^{11}$ , Па	$\sigma, \text{кг}/\text{м}^3$
0,04887	0,05129	2300



*Рис. 2.* Порівняння синтетичних сейсмограм для середовищ, параметри яких подано в табл. 1, 2, якщо всі компоненти сейсмічного тензора дорівнюють нулю, крім  $M_{zz} = 1,73 \cdot 10^{12}$ . Середовище: 1 – трансверсально-ізотропне, 2 – ізотропне



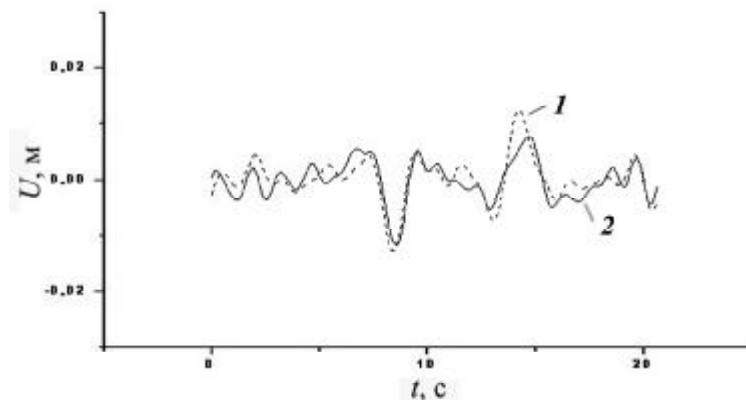
*Рис. 3.* Порівняння синтетичних сейсмограм для середовищ, параметри яких подано в табл. 1, 2, якщо всі компоненти сейсмічного тензора відмінні від нуля. Середовище: 1 – трансверсально-ізотропне, 2 – ізотропне

*Таблиця 3. Параметри анізотропного середовища*

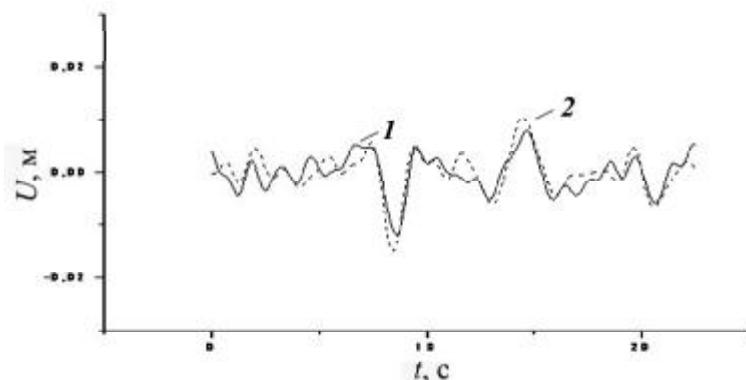
Модель	$\lambda_1, \times 10^{11}$ , Па	$\lambda_2, \times 10^{11}$ , Па	$\mu_1, \times 10^{11}$ , Па	$\mu_2, \times 10^{11}$ , Па	$v, \times 10^{11}$ , Па	$\sigma, \text{кг}/\text{м}^3$
Шар 1	0,04887	0,05173	0,07232	0,05129	0,04495	2300
Півпростір	0,0122	0,0122	0,2352	0,2352	0,0096	2500

*Таблиця 4. Параметри ізотропного середовища*

Модель	$\lambda, \times 10^{11}$ , Па	$\mu, \times 10^{11}$ , Па	$\sigma, \text{кг}/\text{м}^3$
Шар 1	0,04887	0,05129	2300
Півпростір	0,0122	0,2352	2500



*Рис. 4.* Порівняння синтетичних сейсмограм для середовищ, параметри яких подано в табл. 3, 4, якщо всі компоненти сейсмічного тензора дорівнюють нулю, крім  $M_{zz} = 1,73 \cdot 10^{12}$ . Умовні позначення див. на рис. 3



*Рис. 5.* Порівняння синтетичних сейсмограм для середовищ, параметри яких подано в табл. 1, 2, якщо всі компоненти сейсмічного тензора відмінні від нуля. Умовні позначення див. на рис. 2

Розглянемо складнішу модель середовища (анізотропний шар на півпросторі) та порівняємо отримані результати із синтетичними сейсмограмами для ізотропного середовища (табл. 3, 4, рис. 4, 5).

**Висновки.** Розроблено модифікацію матричного методу для побудови хвильових полів на вільній поверхні анізотропного середовища. Наведено теорію для матричного пропагатора в однорідному анізотропному середовищі введенням

“хвильового пропагатора”. Показано, що для анізотропного шаруватого середовища матричний пропагатор може бути введений через “хвильовий пропагатор” в кожному шарі. Виконано порівняльний аналіз із сейсмічними записами в ізотропних середовищах. Використання теорії матричного методу для анізотропних середовищ з метою розв'язання оберненої задачі щодо тензора сейсмічного моменту буде показано у наступній статті.

1. *Aki K.* Количественная сейсмология. Теория и методы: В 2 т. / К. Аки, П. Ричардс. – М.: Мир, 1983. – 520 с.
2. *Малицкий Д.В.* Применение модификаций матричного метода для моделирования волновых процессов в слоистом полупространстве / Д.В. Малицкий, О.И. Хитряк // Геофиз. журн. – 2012. – Т. 34, № 1.
3. *Малицкий Д.В.* Про деякі випадки математичного моделювання хвильових полів в шаруватих середовищах із додатковими напруженнями /Д.В. Малицкий, А.Ю. Павлова, В.Ф. Чекурін // Геодинаміка. – 2011. – Т. 2. – С. 196–198.
4. *Молотков Л.А.* Матричный метод в теории распространения волн в слоистых упругих и жидкок срехах. – Ленинград: Наука, 1984. – 204 с.
5. *Chapman C.H.* Fundamentals of seismic wave propagation. – Cambridge: Cambr. univ. press, 2004. – 608 p.
6. *Fryer G.J.* Seismic waves in stratified anisotropic media. II. Elastodynamic eigensolutions for some anisotropic systems / G.J. Fryer, L.N. Frazer // Geophys. J. Roy. and Soc. – 1987. –Vol. 91. – P. 73–101.
7. *Fryer G.J.* Seismic waves in stratified anisotropic media / G.J. Fryer, L.N. Frazer // Ibid. – 1984. – Vol. 78. – P. 691–710.

*Карпатське відділення Інституту геофізики  
ім. С.І. Субботіна НАН України, Львів, Україна,  
E-mail: susyiner@gmail.com*

*Надійшла до редакції 19.11.2012 р.*

*Д.В. Малицкий, А.Ю. Павлова*

## **РАСПРОСТРАНЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА. I**

Разработана модификация матричного метода для построения волновых полей на свободной поверхности слоистой анизотропной среды. Представлена теория для матричного пропагатора в однородной анизотропной среде путем введения “волнового пропагатора”. Выполнен сравнительный анализ с сейсмическими записями в изотропных средах.

**Ключевые слова:** анизотропия, трансверсально-изотропная симметрия, тензор сейсмического момента, “волновой пропагатор”.

*D.V. Malytskiy, A.Yu. Pavlova*

## **SEISMIC WAVE PROPAGATION IN ANISOTROPIC MEDIA. DIRECT PROBLEM. I**

A modified matrix method for constructing wave fields at the free surface of a layered anisotropic medium is developed. The theory for matrix propagator in a homogeneous anisotropic medium by introducing a “wave propagator” is presented. The comparative analysis of seismic records in isotropic media is performed.

Keywords: anisotropy, transversal-isotropic symmetry, the moment tensor, “wave propagator”.