



УДК 669.187

К ВОПРОСУ О ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ УГЛЕРОДНЫХ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ ОТ ДАВЛЕНИЯ И РАЗМЕРА ФРАКЦИЙ

Г. А. Цыбулькин

Получена аналитическая модель, описывающая зависимость удельного электрического сопротивления электропроводного сыпучего материала от давления. Показано, что электропроводность сыпучего материала инвариантна относительно размеров его фракций.

Analytical model has been obtained, describing the dependence of specific electric resistance of electrically-conductive bulky material on pressure. It is shown the electric conductivity of bulky material is invariant as regards to sizes of its fractions.

Ключевые слова: сыпучий материал; контактные пятна; давление; удельное электрическое сопротивление

$$\rho_c = \rho_0 \ln \frac{2r}{a}, \quad (1)$$

Изучением электрических свойств сыпучих углеродных материалов интенсивно занимаются у нас и за рубежом в течение ряда десятилетий. Судя по публикациям [1–12], за последние годы выполнено большое количество исследований в данном направлении и накоплен обширный экспериментальный материал. Однако эффективно использовать результаты экспериментальных исследований не представляется возможным из-за отсутствия подходящих математических моделей, описывающих в аналитическом виде взаимосвязи между электрическими, механическими и теплофизическими свойствами сыпучих материалов. В частности, при решении практических задач часто возникает необходимость в выяснении вопроса о том, как зависит электропроводность углеродистых материалов от степени их дробления и от внешнего давления на дробленный материал. Приводимые в литературе [1, 2, 6, 7] данные относительно указанной зависимости весьма противоречивы.

В работах [8, 11] сделана попытка построения математической модели, отражающей функциональную зависимость удельного электрического сопротивления термоантрацита ρ_c от размера его фракций. В работе [11] выведена простая формула

где ρ_0 — удельное электрическое сопротивление самого материала; r — радиус зерен дробленого термоантрацита; a — приведенный радиус так называемых контактных пятен (пятен Хольма [13]).

Недостатком формулы (1) при ее практическом использовании является то, что радиус контактных пятен a , фигурирующий в ней, заранее не известен. Радиус a , как будет показано ниже, непосредственно зависит от радиуса зерен r и от силы F_c , с которой сдавливаются между собой зерна, а поэтому соотношение (1) фактически не дает нам ответа на вопрос о реальной зависимости удельного электрического сопротивления сыпучего материала от размера его зерен.

В настоящей работе ставится задача найти аналитические соотношения, позволившие бы получить более четкое представление о том, в какой степени удельное электрическое сопротивление сыпучего материала зависит от внешнего давления и размеров его фракций.

Оценим прежде всего радиус контактных пятен a . Контактные пятна зерен любого сыпучего электропроводного материала образуются в результате соприкосновения зерен друг с другом под действием тех или иных сил, приложенных к этим зернам. Как следует из математической теории упругости [14],



если два равные по размеру шарообразные тела из одинакового материала прижать друг к другу силой F_c , то в них возникает упругая деформация, и зерна будут соприкасаться друг с другом уже не в одной точке, а по некоторому малому, но конечному участку их поверхности. В работах [14, 15] показано, что вокруг точки касания образуется область контакта, ограниченная окружностью (задача Г. Герца). Радиус этой окружности a , сила сжатия F_c и радиус шарообразных тел r связаны между собой зависимостью

$$a = \left[\frac{3F_c r (1 - \nu^2)}{4E} \right]^{1/3}, \quad (2)$$

где ν — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга.

Используем этот результат в рассматриваемой задаче. Отметим, что сила сжатия F_c , входящая в выражение (2), нам заранее неизвестна и не может быть непосредственно измерена. Однако F_c можно выразить через известную нам внешнюю нагрузку F на сыпучий материал, уложенный в некоторую емкость с вполне определенной площадью поперечного сечения S . Если $S = l^2$, где $l = 2rn$, а n — количество зерен, плотно укладываемых вдоль отрезка линии длиной l , то очевидно, что

$$F_c = \frac{F}{n^2} = \frac{F}{l^2} 4r^2 = 4r^2 P.$$

Здесь $P = F/l^2$ — давление, обусловленное внешней нагрузкой F на единицу площади $S = l^2$.

Подставим в формулу (2) вместо F_c равную ей величину $4r^2 P$, и запишем выражение для радиуса контактных пятен в виде

$$a = r \left[\frac{3P(1 - \nu^2)}{E} \right]^{1/3}. \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что радиус контактных пятен a прямо пропорционален радиусу зерен r . Это важный момент.

Подставим полученное выражение (4) в формулу (1). В результате приходим к искомому соотношению

$$\rho_c = \frac{\rho_0}{3} \ln \frac{D}{P}, \quad (4)$$

где $D = 8E/3(1 - \nu^2)$ — постоянный коэффициент, характеризующий упругие свойства материала. Нетрудно заметить, что все величины, входящие в формулу (4), в отличие от выражения (1), заранее известны или довольно легко могут быть измерены.

Итак, из формулы (4) следует, что удельное электрическое сопротивление ρ_c не зависит от радиуса r , т. е. электрические свойства сыпучего материала инвариантны относительно размера фракций.

Установленный здесь факт физически можно объяснить следующим образом. Зернам сыпучего материала с меньшим радиусом r соответствует большее их количество n (поскольку $n = l/2r$, а $l = \text{const}$). С увеличением количества зерен n , силы сжатия между зернами F_c (при $F = \text{const}$) уменьшаются в соответствии с соотношением $F_c = F/n^2$, а значит, уменьшается и радиус контактных пятен a . Это приводит к тому, что при любых значениях r отношение r/a , согласно выражению (3), является постоянной величиной, т. е. удельное электрическое сопротивление сыпучего материала ρ_c не зависит от радиуса зерен r .

Этот теоретический вывод вполне согласуется с экспериментальными данными, представленными в работе [1]. Результаты экспериментов, приведенные там, показывают, что при изменении размеров зерен антрацита в достаточно широком диапазоне (от 0,015 до 20 мм) значения удельного электрического сопротивления ρ_c при малом внешнем давлении $P = 14,7$ кПа изменялись лишь в интервале $(9,3... 8,7) \cdot 10^{-3}$ Ом·м, т. е. практически оставались постоянными.

Из выражения (4) видно, что удельное сопротивление ρ_c зависит от внешнего давления P , но сама зависимость имеет логарифмический характер. При построении математических зависимостей (1) и (4) приняли упрощающие предположения относительно формы зерен, их укладки и контактных поверхностей. В связи с этим возникает вопрос о том, в какой степени полученное выражение (4) отражает реальную зависимость $\rho_c = \rho_c(P)$. Для ответа на этот вопрос проведена экспериментальная проверка формулы (4).

В качестве сыпучего материала, как и в работе [11], использовали дробленый термоантрацит, полученный на предприятии «Украинский графит». Средние значения радиусов зерен двух фракционных групп, отобранных для эксперимента, равнялись

Результаты эксперимента					
F , Н	P , Па	R_1 , Ом	R_2 , Ом	$\rho_{c1} \cdot 10^{-3}$, Ом·м	$\rho_{c2} \cdot 10^{-3}$, Ом·м
3,92	1265	2,15	2,04	78,5	74,4
9,80	3161	1,91	1,83	69,7	68,8
19,60	6322	1,63	1,71	59,5	62,4
29,40	9484	1,47	1,57	53,7	57,3
39,20	12645	1,39	1,45	50,7	52,9
45,08	14542	1,30	1,41	47,4	50,4

$r_1 = 2,3$; $r_2 = 9,0$ мм. В процессе эксперимента изменяли внешнюю нагрузку F на дробленый термоантрацит, засыпанный в специальный контейнер, площадь поперечного сечения внутри которого и высота имели следующие значения: $S = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $l = 85 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Интервал изменения нагрузки F выбрали равным $3,9 \dots 45,1 \text{ Н}$ с тем, чтобы возникающие при этом деформации зерен были значительно ниже предела упругости термоантрацита.

В качестве измеряемой величины выбрали электрическое сопротивление дробленого термоантрацита R . Удельное сопротивление ρ_c и давление P вычисляли по формулам $\rho_c = R \cdot S / l$, $\rho = F / S$. Результаты эксперимента приведены в таблице.

Из таблицы видно, что значения удельных сопротивлений ρ_{c1} и ρ_{c2} практически не отличаются друг от друга, в то время как соответствующие им радиусы зерен $r_1 = 2,3$ и $r_2 = 9,0$ мм при этом отличаются существенно (почти в 4 раза). Этот факт, как и экспериментальные данные работы [1], находится в полном согласии с утверждением об инвариантности электрических свойств сыпучего материала относительно размера его фракций.

По данным таблицы на рисунке нанесены точки (обозначены кружками), характеризующие экспериментально полученную зависимость $\rho_{c1} = \rho_{c1}(P)$, а сплошной линией изображен график зависимости, построенной по формуле (4) при $\rho_0 = 42,8 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и $D = 0,38 \text{ МПа}$. Указанные значения параметров ρ_0 и D определены на основе прямого метода параметрической идентификации, т. е. путем подстановки в формулу (4) последовательности значений ρ_{c1} и P , взятых из таблицы, с последующим решением получающихся систем уравнений.

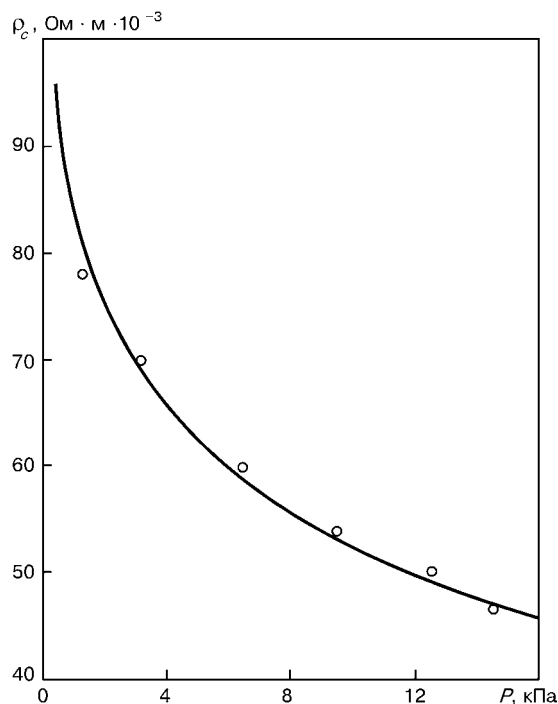
Как видно из рисунка, все экспериментально полученные точки расположены довольно близко от кривой, построенной по формуле (4). Это свидетельствует о том, что математическая модель (4) позволяет получить довольно точное представление о характере действительной зависимости удельного электрического сопротивления ρ_c от давления P . Следует заметить, что аналитическое выражение (4) в силу своей простоты весьма удобно для математического описания и компьютерного моделирования электрических процессов, протекающих в сыпучих средах.

Выводы

1. Установлено, что удельное электрическое сопротивление сыпучего материала практически инвариантно относительно размера зерен, но существенно зависит от внешнего давления.

2. Показано, что само по себе понятие удельного электрического сопротивления сыпучего материала без уточняющей оговорки относительно уровня приложенного внешнего давления на сыпучий материал теряет какой-либо смысл.

3. Определено, что во всех случаях, когда имеются в виду конкретные числовые значения удельного электрического сопротивления сыпучего материала, необходимо обязательно указывать внешнее давление, при котором эти значения получены.



Зависимость удельного электрического сопротивления ρ_c от давления P

1. *Агроскин А. А.* Тепловые и электрические свойства углей. — М.: Металлургиздат, 1959. — 265 с.
2. *Сисоян Г. А.* Электрическая дуга в электрической печи. — М.: Металлургия, 1974. — 303 с.
3. *Посыльный В. Я.* О физических свойствах и структуре антрацитов // Химия твердого топлива. — 1977. — № 3. — С. 23–28.
4. *Термоантрациты* как сырье для производства электродных и углеграфитовых материалов / Г. Б. Скринченко, И. В. Еремин, В. И. Иванов, А. Б. Симкин // Там же. — 1977. — № 3. — С. 35–41.
5. *Computer Simulation of the Anthracite Calcination Furnace* / R. T. Rui, R. Hachette, G. Simard et al. // Light Metals. — 1999. — P. 609–619.
6. *Гасик М. И., Лякишев Н. П., Емлин Б. И.* Теория и технология производства ферросплавов. Учебник для вузов. — М.: Металлургия, 1988. — 784 с.
7. *Безуглов А. М.* Математическое моделирование основных процессов получения термоантрацита в шахтных печах // Химия твердого топлива. — 2002. — № 6. — С. 79–93.
8. *Лакомский В. И.* Математическая модель расчета удельного электрического сопротивления зернистого термоантрацита в зависимости от его фракционного состава // Современ. электрометаллургия. — 2003. — № 4. — С. 49–51.
9. *Быковец И. И., Лакомский В. И., Кириленко В. П.* Удельное электрическое сопротивление кускового термоантрацита // Там же. — 2003. — № 3. — С. 48–51.
10. *Лакомский В. И.* Контактная теплопроводность дробленого термоантрацита // Доповіді НАНУ. — 2004. — № 9. — С. 94–98.
11. *Лакомский В. И., Цыбулькин Г. А.* Аналитическая модель дисперсной системы электропроводного материала // Там же. — 2004. — № 10. — С. 48–51.
12. *Чернобровин В. П., Михайлов Г. Г.* Электропроводность составляющей шихты самоспекающихся электродов // Черн. металлургия. — 2005. — № 5. — С. 23–27.
13. *Хольм Р.* Электрические контакты. — М.: ГИС, 1954. — 444 с.
14. *Лейбензон Л. С.* Краткий курс теории упругости. — М.: Л.: Гостехтеоретиздат, 1942. — 304 с.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. — М.: Гостехтеоретиздат, 1953. — 788 с.