Л. В. Мольченко [1], И. И. Лоос [2]

ВЛИЯНИЕ КОНУСНОСТИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ГИБКОЙ ОРТОТРОПНОЙ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В НЕСТАЦИОНАРНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
пр. Глушкова, 2, 01601 МСП, Киев, Украина;
e-mail: [1] Mol_lv@univ.kiev.ua, [2] Loiri@univ.kiev.ua

Abstract. A problem of magnetoelasticity of flexible conical shell in non-stationary magnetic field is considered. An analysis of the effect of conicity on the shell stress-strain state is carried out.

Key words: shell, magnetic field, magnetoelasticity.

Введение.

В механике сопряженных полей важное место занимают вопросы изучения движения сплошной среды с учетом электромагнитных эффектов. Исследования по механике связанных полей в деформируемых телах имеют как фундаментальный, так и прикладной характер, что придает им особую актуальность. В современной технике используются конструкционные материалы, которые в недеформированном состоянии являются анизотропными, причем анизотропия свойств таких материалов возникает в результате применения различных технологических процессов. В последнее время созданы изотропные материалы с новыми электромагнитными свойствами. Эти материалы могут быть эффективно использованы в различных областях современной техники. Изучению подобных вопросов были посвящены работы [1, 2, 5, 11, 12, 14, 17,18 и др.].

В большинстве случаев взаимодействие электромагнитного поля с упругим телом происходит при наличии стороннего электрического тока. При этом приходим к задаче электромагнитоупругости. Однако задачи, связанные с вопросами учета сторонних токов, в основном, достаточно сложные, но существенно упрощаются в случае тонких тел, подверженных малым изменениям формы при деформации. В данной статье рассмотрена деформация гибкого ортотропного конуса с ортотропной электропроводностью при воздействии внешнего магнитного поля и стороннего электрического тока.

1. Постановка задачи. Основные уравнения магнитоупругости для ортотропного конуса (осесимметричная постановка).

Рассмотрим гибкие оболочки вращения переменной толщины, у которых координатная поверхность имеет форму, замкнутую в окружном направлении. Предполагаем, что оболочка находится под действием нестационарного механического и электромагнитного воздействий. Пренебрегая влиянием процессов поляризации и намагничивания, а также температурными напряжениями, примем, что к торцу оболочки подводится переменный электрический ток от внешнего источника. Упругие свойства материала оболочки являются ортотропными, главные направления упругости которого совпадают с направлениями соответствующих координатных линий, электромагнитные же свойства материала характеризуются тензорами электрической проводимости $s_{i\,j}$, магнитной проницаемости $m_{i\,j}$, диэлектрической проницаемости e_{ij} $(i, j = 1, 2, 3)$.

Исходя из кристаллофизики [9] и следуя работам [3, 6, 19], для рассматриваемого класса проводящих ортотропных сред с ромбической кристаллической структурой принято, что тензоры $s_{i\,j}$, $m_{i\,j}$, $e_{i\,j}$ имеют диагональный вид.

Координатную поверхность в недеформированном состоянии отнесем к криволинейной ортогональной системе координат s и q, где s – длина дуги образующей (меридиана), отсчитываемая от некоторой фиксированной точки; q – центральный угол в параллельном круге, отсчитываемый от выбранной плоскости. Координатные линии $s = \text{const}$ и $q = \text{const}$ являются линиями главных кривизн координатной поверхности. Выбирая координату g по нормали к координатной поверхности вращения, отнесем оболочку к координатной пространственной системе координат s, q, g. Толщина оболочки является функцией s, $h = h\ (s)$. В декартовой системе координат x, y, z уравнение координатной поверхности имеет вид

$$x = r(s)\cos q \ ; \ y = r(s)\sin q \ ; \ z = z(s) \quad (s_o \le s \le s_N \ ; \ 0 \le q \le 2p),$$

где $r = r(s)$ – радиус параллельного круга; $z = z(s)$ – расстояние по оси вращения от начальной плоскости $z = z_o$. Ось OZ совпадает с осью вращения координатной поверхности, а уравнения $x = r(s)$; $z = z(s)$ являются параметрическими уравнениями образующей в плоскости XOZ, которую в дальнейшем будем называть меридианом. Параметры Ламе в данном случае принимают вид $A = 1$, $B = r$, а радиусы главных кривизн R_s и R_q равны, соответственно, радиусам кривизн меридиана и длине отрезка, параллельного нормали, заключенного между координатной поверхностью и осью вращения. Если j – угол между нормалью к координатной поверхности и осью вращения, то имеем

$$\frac{1}{R_q} = \frac{\sin j}{r}; \quad \frac{dz}{ds} = \sin j \ .$$

Первое уравнение Кодацци – Гаусса с учетом [4] можно записать в следующем виде: $dr/ds = \cos j$.

Примем, что рассматриваемое ортотропное тело линейно относительно магнитных и электрических свойств. С учетом диагонального вида тензоров $s_{i\,j}$, $m_{i\,j}$, $e_{i\,j}$ и согласно результатам работ [3, 4, 7, 9, 13], система уравнений в криволинейной ортогональной системе координат, позволяющая математически описать нелинейную двумерную модель магнитоупругости ортотропных оболочек вращения, состоит из:

уравнений движения

$$\frac{\partial}{\partial s}(rN_s) - \cos j\, N_q + \frac{\partial S}{\partial q} + \frac{1}{R_s}\frac{\partial H}{\partial q} + \frac{r}{R_s}Q_s + r\left(p_s + r_0 F_s^{\wedge}\right) = r r_0 \quad h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial N_q}{\partial q} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial s}\left(r^2 S\right) + \frac{\partial}{\partial s}(\sin j\, H) + \frac{\cos j}{R_s}H + \sin j\, Q_q +$$

$$+ r\left(p_q + r_0 F_q^{\wedge}\right) = r r_0 h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(rQ_s\right) + \frac{\partial Q_q}{\partial q} - \frac{r}{R_s}N_s - \sin j\, N_q + r\left(p_g + r_0 F_g^{\wedge}\right) = r r_0 h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial s}\left(rM_s\right) - \cos j\, M_q - rQ_s - r\left(N_s - \frac{\sin j}{r}M_q\right)J_s - rSJ_q = 0;$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial s}\left(r^2 H\right) + \frac{\partial M_q}{\partial q} - rQ_q + \cos j\, H - r\left(N_q - \frac{1}{R_s}M_s\right)J_q - rSJ_s = 0;$$

$$\left(S = N_{q\,s} - \frac{1}{R_s}M_{s\,q} = N_{s\,q} - \frac{\sin j}{r}M_{q\,s};\ H = M_{s\,q} = M_{q\,s}\right);$$

уравнений Максвелла

$$-\frac{\partial B_g}{\partial t} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial\left(rE_q\right)}{\partial s} - \frac{\partial E_s}{\partial q}\right);$$

$$s_1\left[E_s + \frac{\partial v}{\partial t}B_g - 0{,}5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_q^+ + B_q^-\right)\right] = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial H_g}{\partial q} - \frac{r\left(H_q^+ - H_q^-\right)}{h}\right); \qquad (2)$$

$$s_2\left[E_q - \frac{\partial u}{\partial t}B_g + 0{,}5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)\right] = -\frac{\partial H_g}{\partial s} + \frac{\left(H_s^+ - H_s^-\right)}{h};$$

геометрических соотношений для гибких оболочек

$$e_s = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{R_s} + \frac{1}{2}J_s^{\,2};\quad e_q = \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial q} + \frac{\cos j}{r}u + \frac{\sin j}{r}w + \frac{1}{2}J_q^{\,2};$$

$$e_{s\,q} = \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial q} + r\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v}{r}\right) + J_s J_q;$$

$$c_s = \frac{\partial J_s}{\partial s};\quad c_q = \frac{1}{r}\frac{\partial J_q}{\partial q} + \frac{\cos j}{r}J_s; \qquad (3)$$

$$c_{sq} = \frac{\partial J_q}{\partial s} + \frac{1}{r}\frac{\partial J_s}{\partial q} - \frac{\cos j}{r}J_q + \frac{1}{R_s}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial q} - \frac{\cos j}{r}v\right) + \frac{\sin j}{r}\frac{\partial v}{\partial s};$$

$$J_s = -\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{u}{R_s};\quad J_q = -\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial q} + \frac{\sin j}{r}v; \qquad (4)$$

соотношений упругости

$$N_s = \frac{e_s h}{1 - n_s n_q}\left(e_s + n_q e_q\right);\quad N_q = \frac{e_q h}{1 - n_s n_q}\left(e_q + n_s e_s\right);\quad S = g_{s\,q} h e_{s\,q};$$

$$M_s = \frac{e_s h^3}{12(1-n_s n_q)}\left(c_s + n_q c_q\right);\; M_q = \frac{e_q h^3}{12(1-n_s n_q)}\left(c_q + n_s c_s\right);$$

$$H = g_{s\,q}\frac{h^3}{12} 2c_{s\,q} \tag{5}$$

$$\left(n_s = n_{q\;s}\;;\;\; n_q = n_{s\;q}\;;\;\; e_s n_q = e_q n_s\;\right).$$

Компоненты силы Лоренца имеют вид [9]

$$r_0 F_s^{\wedge} = -hJ_{q\,cm} B_g + s_1 h\left[E_q B_g - \frac{\partial u}{\partial t} B_g^2 + 0,5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ + B_s^-\right)B_g\right] +$$

$$+ s_1 h\frac{\partial v}{\partial t}\left[0,25\left(B_s^+ + B_s^-\right)\left(B_q^+ + B_q^-\right) + \frac{1}{12}\left(B_s^+ - B_s^-\right)\left(B_q^+ - B_q^-\right) - \frac{1}{12}\left(B_q^+ + B_q^-\right)B_g\right];$$

$$r_0 F_q^{\wedge} = hJ_{s\,cm} B_g - s_2 h \times \left\{\frac{m_2}{s_1 r}\left(\frac{\partial B_g}{\partial q} - \frac{r\left(B_q^+ - B_q^-\right)}{h}\right) - \frac{\partial v}{\partial t} B_g +\right.$$

$$\left. + 0,5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_q^+ + B_q^-\right)\right\} B_g + s_2 h 0,5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_q^+ + B_q^-\right)B_g - s_2 h\frac{\partial v}{\partial t} B_g^2 - s_2 h\frac{\partial v}{\partial t} \times$$

$$\times\left(0,25\left(B_q^+ + B_q^-\right)^2 + \frac{1}{12}\left(B_q^+ - B_q^-\right)^2 - 0,5\left(B_s^+ + B_s^-\right)B_g\right);$$

$$r_0 F_g^{\wedge} = 0,5h\left[-J_{s\,cm}\left(B_q^+ + B_q^-\right) + J_{q\,cm}\left(B_s^+ + B_s^-\right)\right] + \tag{6}$$

$$+ 0,5 s_3 h\left\{\frac{m_2}{s_1 r}\left(\frac{\partial B_g}{\partial q} - \frac{r\left(B_q^+ - B_q^-\right)}{h}\right) - \frac{\partial v}{\partial t} B_g + 0,5\;\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_q^+ + B_q^-\right)\right\}\left(B_q^+ + B_q^-\right) -$$

$$- s_3 h 0,5 E_q\left(B_s^+ + B_s^-\right) + s_3 h 0,5\frac{\partial u}{\partial t}\;\left(B_s^+ + B_s^-\right)B_g + s_3 h 0,5\frac{\partial v}{\partial t}\left(B_q^+ + B_q^-\right)B_g -$$

$$- s_3 h\frac{\partial w}{\partial t}\;\left[0,25\left(B_q^+ + B_q^-\right)^2 + 0,25\left(B_s^+ + B_s^-\right)^2 + \frac{1}{12}\left(B_q^+ - B_q^-\right)^2 + \frac{1}{12}\left(B_s^+ - B_s^-\right)^2\right].$$

Здесь $J_{s\,cm}$, $J_{q\,cm}$ – составляющие плотности электрического тока от внешнего источника; s_i – электрическая проводимость; E – модуль Юнга; n – коэффициент Пуассона; $B_s^{\pm}$, $B_q^{\pm}$ – известные из решения задачи магнитостатики компоненты магнитной индукции на внешней $(+)$ и внутренней $(-)$ поверхностях оболочки. Остальные обозначения общепринятые в магнитоупругости [1, 9, 10].

Используя приведенные уравнения магнитоупругости (1) – (6), построим разрешающую систему дифференциальных уравнений ортотропной конической оболочки в осесимметричной постановке. Учитывая осесимметричность, предполагаем, что все компоненты, входящие в уравнения, не зависят от окружной координаты q .

После соответствующих преобразований [4, 9, 15] получаем следующую связанную систему нелинейных дифференциальных уравнений магнитоупругости для гибкой ортотропной конической оболочки с учетом электромагнитной ортотропии. Представим ее в форме Коши

$$\frac{\partial u}{\partial s}=\frac{1-n_s n_q}{e_s h}N_s-\frac{n_q\cos j}{r}u-\frac{n_q\sin j}{r}w-\frac{1}{2}J_s^2;\quad \frac{\partial w}{\partial s}=-\ J_s;$$

$$\frac{\partial J_s}{\partial s}=\frac{12\left(1-n_s n_q\right)}{e_s h^3}M_s-\frac{n_q\cos j}{r}J_s;$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial s}=\frac{\cos j}{r}\left(n_s\frac{e_q}{e_s}-1\right)N_s+\frac{e_q h\cos^2 j}{r^2}u+\frac{e_q h\cos j\,\sin j}{r^2}w-P_s+hJ_{q\,cm}B_g-$$

$$-s_1 h\left[E_q B_g-\frac{\partial u}{\partial t}B_g^2+0{,}5\frac{\partial w}{\partial t}B_g\left(B_s^+ +B_s^-\right)\right]+r\,h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial s}=-\frac{\cos j}{r}Q_s+n_s\frac{e_q}{e_s}\frac{\sin j}{r}N_s+\frac{e_q h\sin j\,\cos j}{r^2}u+e_q h\frac{\sin^2 j}{r^2}w-$$

$$-P_g-0{,}5hJ_{q\,cm}(B_s^+ +B_s^-)-\ s_3 h[-0{,}5E_q\left(B_s^+ +B_s^-\right)-0{,}25\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ +B_s^-\right)^2-$$

$$-\frac{1}{12}\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ -B_s^-\right)^2+0{,}5\frac{\partial u}{\partial t}B_g\left(B_s^+ +B_s^-\right)]+r\,h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial s}=\frac{\cos j}{r}\left(n_s\frac{e_q}{e_s}-1\right)M_s+\frac{e_q h^3}{12}\frac{\cos^2 j}{r^2}J_s+Q_s+N_s J_s- \qquad (7)$$

$$-\frac{\sin j}{r}n_s\frac{e_q}{e_s}M_s+\frac{e_q h^3}{12}\frac{\sin j\,\cos j}{r^2}J_s^2;$$

$$\frac{\partial B_g}{\partial s}=-s_2 m\left[E_q+0{,}5\frac{\partial w}{\partial t}\left(B_s^+ +B_s^-\right)-\frac{\partial u}{\partial t}B_{g0}\right]+\frac{B_s^+ -B_s^-}{h};$$

$$\frac{\partial E_q}{\partial s}=-\frac{\partial B_g}{\partial t}-\frac{\cos j}{r}E_q.$$

Полученная связанная разрешающая система нелинейных дифференциальных уравнений восьмого порядка (7) описывает напряженно-деформированное состояние гибких токонесущих ортотропных конических оболочек, обладающих ортотропной электропроводностью. Составляющие силы Лоренца учитывают скорость деформирования оболочки, внешнее магнитное поле, величину и напряженность тока проводимости относительно внешнего магнитного поля, механическую и электромагнитную ортотропии материала. Добавив к полученной системе уравнений начальные и граничные условия, имеем краевую задачу. Эта краевая задача решается численно в соответствии с методикой, изложенной в работах [4, 9, 16, 17]. Предлагаемый подход к численному решению краевой задачи магнитоупругости основывается на последовательном применении схемы Ньюмарка, метода квазилинеаризации и метода дискретной ортогонализации.

2. Числовой пример.

Рассмотрим усеченную ортотропную коническую оболочку из бороаллюминия, находящуюся во внешнем магнитном поле, под воздействием нормальной составляющей механической силы $P_g = 5 \cdot 10^3 \sin wt \text{Н}/\text{м}^2$ и внешнего электрического тока $J_{q\,c\,m} = 5 \cdot 10^5 \sin wt A/\text{м}^2$.

Толщина оболочки постоянная. Напряженно-деформированное состояние оболочки определяем в зависимости от угла j ($j = p/30; p/15; p/10; p/6$).

Параметры оболочки и материала выбираем следующие:

$$s_0 = 0;\ s_N = 0{,}4\text{м};\ e_s = 22{,}9 \cdot 10^{10}\text{Н}/\text{м}^2;\ e_q = 10{,}7 \cdot 10^{10}\text{Н}/\text{м}^2;$$

$$s_1 = s_2 = 0{,}454 \cdot 10^8 \left(\text{ом} \cdot \text{м}\right)^{-1};\quad s_3 = 0{,}2 \cdot 10^8 \left(\text{ом} \cdot \text{м}\right)^{-1};$$

$$n_s = 0{,}262;\ n_q = 0{,}32;\ m = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\,\text{Гн}/\text{м};\ w = 314{,}16\ \text{с}^{-1};\ r = 2600\ \text{кг}/\text{м}^3;$$

$$h_0 = 5 \cdot 10^{-4}\text{м};\ B_s^{\pm} = B_q^{\pm} = 0{,}1T.$$

Граничные условия выбираются следующими:

$$u = 0;\ M_s = 0;\ Q_s = -200\text{Н}/\text{м};\ B_g = 0{,}3 \sin wt \quad \text{при} \quad s = 0,$$

$$u = 0;\ w = 0;\ J_s = 0;\ B_g = 0 \quad \text{при} \quad s = 0{,}4.$$

Решение задачи получено на временном интервале $t = 1 \cdot 10^{-2} c$, шаг интегрирования по времени принят равным: $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} c$ при ста точках интегрирования по длине оболочки.

На рис. 1 показано изменение максимальных прогибов $w = w(s)/h_0$ для значений угла $j = p/6; p/10; p/15; p/30$ (соответственно графики *1 – 4*).

Точки 1 – 11 по оси s – это точки выдачи результатов, которые соответствуют $s = 0; 0{,}05; 0{,}1; 0{,}15; 0{,}2; 0{,}25; 0{,}3; 0{,}35; 0{,}4; 0{,}45; 0{,}5$. Максимальные значения прогибов достигаются на пятой итерации по времени при $t = 5 \cdot 10^{-3} c$, что согласуется с видом нагрузки. Видно, что с увеличением угла конусности прогиб увеличивается.

На рис. 2 – 4 показаны графики изменения $s_q^+(s)$, $T_q^+(s)$, $E_q(s)$ для рассмотренных выше значений угла j при $t = 5 \cdot 10^{-3} c$, что отвечает максимальным значениям прогиба на рис. 1.

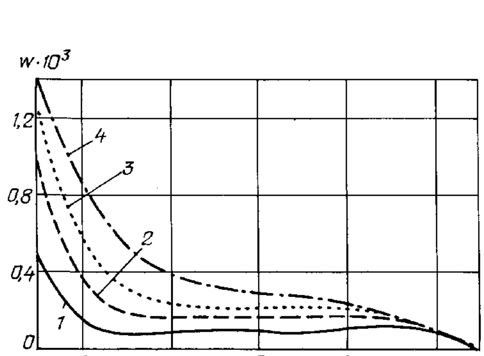

Рис. 1

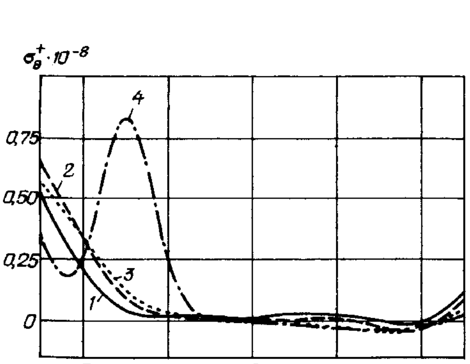

Рис. 2

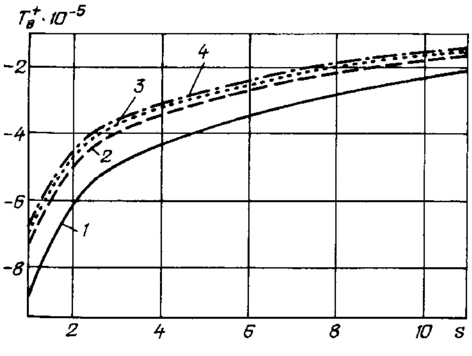

Рис. 3

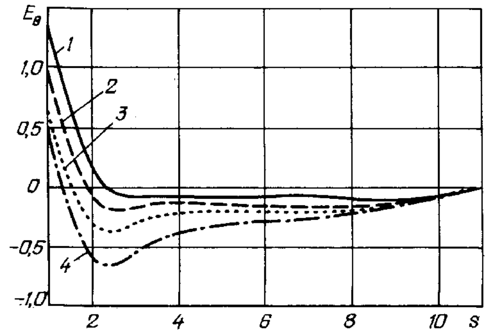

Рис. 4

Исходя из приведенных данных, можно судить о влиянии изменения угла на напряженно-деформированное состояние оболочки (номера кривых *1 – 4* соответствуют принятым на рис. 1). Здесь $s_q^+(s)$, $T_q^+(s)$ – механические и магнитные напряжения на внешней поверхности конической оболочки.

На рис. 5 представлено изменение составляющей напряженности электрического поля $E_q(t)$ на контуре при $s = 0{,}04$м при изменении угла j . На графиках видно монотонное изменение $E_q(t)$ при изменении угла. Как и в предыдущих случаях, с увеличением угла конусности напряженность электрического поля увеличивается.

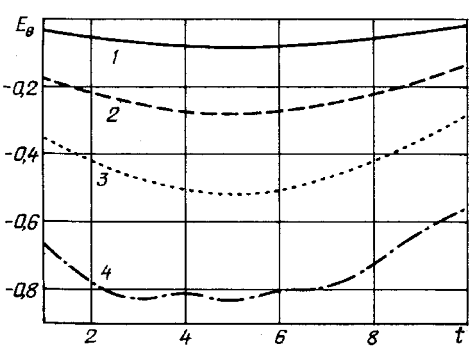

Рис. 5

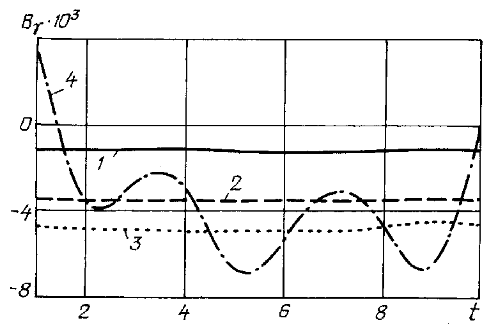

Рис. 6

На рис. 6 показано распределение нормальной составляющей магнитной индукции $B_g(t)$ при $s = 0{,}04$м для углов, указанных выше. Следует отметить, что при $j = p/6$; $p/10$; $p/15$ значения магнитной индукции уменьшаются с увеличением угла и остаются монотонными. При $j = p/30$ значения $B_g(t)$ имеют немонотонный характер, происходит чередование экстремальных значений $B_g(t)$ по абсолютной величине.

Выводы.

На основании полученных уравнений с использованием предложенной методики имеем возможность учитывать как ортотропию материала, так и ортотропию электромагнитного поля конической оболочки, а также влияние деформаций на электромагнитные свойства тела.

Такие задачи электромагнитоупругости весьма актуальны с точки зрения приложений. В случае тонких ортотропных или изотропных оболочек с ортотропной электропроводностью можно решать задачи магнитоупругости путем вариации всех физико-механических параметров оболочки. В данном случае изучено влияние углов конусности на напряженно-деформированное состояние ортотропной оболочки.

Р Е З Ю М Е . Розглянуто задачу магнітопружності для гнучкої ортотропної конічної оболонки в нестаціонарному магнітному полі. Проведено аналіз впливу конусності на напружено-деформований стан оболонки.

1. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. – М.: Наука, 1977. – 272 с.
2. *Амбарцумян С.А., Белубекян М.В.* Некоторые задачи электромагнитоупругости пластин. – Ереван: Изд-во Ереван. ун-та, 1991. – 144 с.
3. *Багдасарян Г.Е., Данонян З.Н.* Уравнения движения в перемещениях идеально-проводящих упругих анизотропных сред при наличии магнитного поля // Механика: Межвуз. сб. науч. тр. Механика деформируемого твердого тела. – 1984. – Вып. 3. – С. 32 – 42.
4. *Григоренко Я.М., Мольченко Л.В.* Основи теорії пластин та оболонок. – К.: Либідь, 1993. – 231 с.
5. *Мольченко Л.В., Лоос І.І., Індіамінов Р.Ш.* Магнітопружне деформування ортотропних оболонок обертання з ортотропною електропровідністю // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. математика, механіка. – 2008. – Вип. 19 – 20. – С. 53 – 59.
6. *Най Дж.* Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц. – М.: Мир, 1967. – 385 с.
7. *Новожилов В.В.* Основы нелинейной теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1948. – 212 с.
8. *Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П.* Основы кристаллофизики. – М.: Наука, 1979. – 639 с.
9. *Улитко А.Ф., Мольченко Л.В., Ковальчук В.Ф.* Магнітопружність при динамічному навантаженні. – К.: Либідь, 1994. – 155 с.
10. *Green A.E., Naghdi P.M.* On electromagnetic effects in the theory of shells and plates // Phil. Trans. Royal. Soc. (London). – 1983. – **A 309.** – P. 559 – 610.
11. *Grigorenko Ya. M., Rozhok L. S.* Stress Analysis of Circumferentially Corrugated Hollow Orthotropic Cylindrical Shells with Elliptic Cross Section // Int. Appl. Mech. – 2006. – **42**, N 12. – P. 1389 – 1397.
12. *Grigorenko Ya. M.,Yaremchenko S.N.* Influence of Orthotropy on Displacements and Stresses in Nonthin Cylindrical Shells with Elliptic Cross Section // Int. Appl. Mech. –2007. – **43**, N 6. – P. 654 – 661.
13. *Kaliski S.* Wave equations of thermoelectromagnetoelasticity // Proc. Vibr. Probl. Pol. Acad. Sci. – 1965. – **6**, N 3. – P. 231 – 265.
14. *Kaloerov S.A.* Determining the Intensity Factors for Stresses Electric-Flux and Electric–Field Strength in Multiply Connected Electroelastic Anisotropic Media // Int. Appl. Mech. – 2007. – **43**, N 6. – P. 631 – 637.
15. *Molchenko L.V.* A Method for Solving Two-Dimensional Nonlinear Boundary-Value Problems of Magnetoelasticity for Thin Shells // Int. Appl. Mech. – 2005. – **41**, N 5. –P. 490 – 495.
16. *Molchenko L.V., Dikii P.V.* Two-Dimensional Magnetoelastic Solutions for a Circular Plate // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, N 11. – P. 1328 – 1334.
17. *Molchenko L.V., Loos I.I., Indiaminov R.Sh.* Determining the Stress State of Flexible Orthotropic Shells of Revolution in Magnetic Field // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, N 8. – P. 882 – 891.
18. *Molchenko L.V., Loos I.I., Indiaminov R.Sh.* Stress-Strain State of Flexible Ring Plates of Variable Stiffness in Magnetic Field // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 11. – P. 1236 – 1242.
19. *Moon F.C.* Magneto-Solid Mechanics. – New-York: Wiley, 1984. – 437 p.

Поступила 02.07.2009 Утверждена в печать 15.06.2010