



УДК 669.187.2.51.001.57:537.311.3

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА УДЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЗЕРНИСТОГО ТЕРМОАНТРАЦИТА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕГО ФРАКЦИОННОГО СОСТАВА

В. И. Лакомский

Показано, как можно, используя представления Р. Хольма о реальном контакте двух фрагментов твердого тела, получить аналитическую зависимость удельного электрического сопротивления сыпучей массы от внутреннего удельного сопротивления материала твердого тела и фракционного состава сыпучей смеси.

How to obtain the analytical dependence of specific electrical resistance of bulky mass on internal specific resistance of solid body material and fractional composition of bulky mixture is shown.

Ключевые слова: сыпучие материалы; электросопротивление сыпучей смеси; фракционный состав зернистого материала

На промышленном предприятии ОАО «Украинский графит» работает несколько мощных электрических печей-кальцинаторов по производству термоантрацита. Вследствие ряда недостатков в их конструкции наблюдается перерасход электроэнергии. Настоящая статья есть первая работа ИЭС им. Е. О. Патона по усовершенствованию технологии и конструкции таких печей.

Основной характеристикой качества производимого в печах-кальцинаторах электротермоантрацита является удельное электрическое сопротивление (УЭС). Количественное определение УЭС производится по методу, регламентированному ГОСТ 4668–75, если речь идет о внутривозовском потреблении или поставках в страны СНГ. Если же термоантрацит экспортируется в страны дальнего зарубежья, то УЭС должно оцениваться по международному стандарту ISO 10143.

Согласно первому стандарту, для определения УЭС термоантрацит необходимо подробить до фракции 0,40... 0,315 мм и измерять электросопротивление прессовки под давлением 6 МПа \pm 0,1 %. Если же УЭС определяется по международному стандарту, то термоантрацит измельчают до размеров частиц 1,0... 0,5 мм, а давление снижают до 3 МПа \pm 1 %.

Общеизвестно, что электрический ток через сыпучий электропроводный материал протекает как по самим частицам этого материала, так и по точкам электрического контакта между ними. Также известно, что контактное электрическое сопротивление всегда превышает сопротивление массы самого материала. Следовательно, чем мельче частицы, тем больше мест перехода тока с частиц одного элементарного слоя в частицы другого слоя, тем ниже электросопротивление зернистого материала. Иными словами, чем лучше подроблен сыпучий материал, тем выше его электропроводность.

Далее, можно *a priori* сказать, что с повышением давления на массив сыпучего материала сопротивление последнего будет понижаться вследствие того, что материал уплотняется, а количество точек электрического контакта возрастает. При этом объем пор, заполненных воздухом, не участвующих в электропроводности прессовки, уменьшается. Кроме того, при увеличении давления снижается электросопротивление контактирующих друг с другом частиц как вследствие увеличения площади реального контакта между частицами, так и более сильного прижатия друг к другу контактирующих поверхностей.

Учитывая сказанное, легко понять, что значения УЭС, измеренного по двум стандартам, не обязательно будут совпадать и тем более не будут представлять собой удельное электрическое сопротивление антрацита как массивного материала, а также в виде шихты печи-кальцинатора.

В то же время для того, чтобы квалифицированно анализировать процессы электрического нагрева антрацита в шахте печи и управлять этими процессами, необходимо знать УЭС термоантрацита самого различного фракционного состава, какой только можно использовать для кальцинации.

Таким образом, задача состоит в том, чтобы найти аналитическую зависимость УЭС сыпучего материала различного фракционного состава от УЭС того же материала, но в виде монолита и степени дробления этого монолита. Иными словами, показать, как изменяется УЭС электропроводного материала по мере его дробления.

Для получения аналитической зависимости между УЭС сыпучего материала и размером его частиц представим себе следующую модель электропроводного зернистого материала. Примем, как это делается при моделировании дисперсных сред [1], что сыпучий материал представляет собой набор шарообразных частиц радиусом r , однородных по химическому составу и структуре. Далее рассмотрим рядовую укладку частиц зернистого материала вначале на определенной длине, а затем многорядную укладку на определенной площади и, наконец, решим, сколько уложится одинаковых частиц в единице объема при той же схеме укладки.

Нетрудно представить себе, что на единице длины в этом случае укладывается в ряд n_l количество частиц, равное $1/2r$, а на единице площади размещается $n_s = 1/4r^2$ количество частиц. Что же касается единичного объема, то последний будет содержать $n_v = 1/8r^3$ частиц. Такую укладку в кристаллографии называют кубической. Если соединить центры соседних шаров, то получим куб, сторона которого равна $2r$. В этом случае все восемь шаровых сегментов с центрами в углах куба равны между собой, а сумма их объемов равна полному объему одного шара. Тогда объем, занимаемый порами в каждой ячейке, состоящей из восьми шаров, равен $\frac{8r^3 - 4/3\pi r^3}{8r^3}$. Как видно из этой формулы, объем пор не зависит от радиуса шара и составляет 47,67% общего объема ячейки. Грубо говоря, только половина объема сыпучего материала при такой укладке заполнена шарообразными частицами, вторая половина объема — это поры. Такая схема укладки является «рыхлой», она неустойчива при механическом воздействии на массив сыпучего материала и при интенсивном встряхивании материал может уплотниться, а его насыпная масса возрастет.

При кубической укладке каждая частица шаровой формы имеет шесть точек контакта с соседними шарами: один контакт с нижним, второй с верхним и четыре с боковыми шарами. Поскольку электрический ток есть векторная величина, то в этом случае только два контакта каждого шара будут проводить электрический ток.

В природе, кроме приведенной укладки, существует также плотная, так называемая тетраэдрическая укладка. Эта укладка в отличие от кубической устойчивая, и как бы мы ни встряхивали сыпучий материал дальнейшего уплотнения никогда не произойдет. При такой укладке линии, соединяющие центры трех соседних шаров, образуют равносторонний треугольник. В этой системе каждый шар

имеет уже не шесть, а двенадцать точек контакта: четыре с верхними шарами, четыре с нижними и столько же с боковыми. Объем пустот между шарами в этом случае составляет всего лишь 25,95%.

Согласно теории контактной теплопередачи в дисперсных средах [1] — явлению, аналогичному электропроводности сыпучих материалов, — схема кубической укладки шаров близка к реальным структурам свободных от внешней нагрузки насыпных масс. Такая структура образуется при высыпании из бункера без последующей трамбовки какого-либо дисперсного материала. Анализ этой структуры имеет не только теоретическое, но и практическое значение.

Учитывая схему засыпки в печь дробленого антрацита и условия формирования столба шихты в шахте печи, примем для анализа процессов передачи электрического тока в слое электропроводного сыпучего материала кубическую схему укладки элементарных шаров и попытаемся установить аналитическую зависимость между электросопротивлением сыпучего материала и его фракционным составом.

Следуя классической теории электрических контактов [2], примем, что переход электрического тока из одной частицы твердого материала в другую осуществляется через так называемые a -пятна по терминологии Рогнара Хольма — автора этой теории. Указанные a -пятна весьма малы по сравнению с видимой геометрической площадью контакта. В связи с этим электрический ток, проходя через них, претерпевает существенное сжатие до входа в a -пятно и расширение после выхода из него уже в другой частичке электропроводного материала. Исследователи, изучавшие контактное термическое сопротивление [3], считают, что форма контактного a -пятна, особенно если речь идет о соприкосновении двух тел с шероховатой поверхностью, как у антрацита, приближается к кругу.

На сжатие в одном и расширение в другом зерне антрацита электрических силовых линий затрачивается определенная работа, пропорциональная сопротивлению, равному, согласно работе [2], $\rho_0/2a$, где ρ_0 — удельное электрическое сопротивление самого термоантрацита, a — радиус элементарного a -пятна. Приведенное выражение относится к одному a -пятну радиусом a , оно учитывает как сопротивление сжатия при входе тока в a -пятно, так и сопротивление расширения при выходе тока из a -пятна. В реальных же контактах обычно насчитывается множество контактных пятен. Поскольку электрический ток одновременно протекает по всем имеющимся пятнам, то сопротивление стягивания в целом в n раз будет меньше и составит $\rho_0/2na$.

В математических расчетах используют первое выражение контактного сопротивления, поскольку число отдельных a -пятен подсчитать невозможно. В то же время величину a в выражении $\rho_0/2a$ рассматривают как радиус приведенного a -пятна, представляющего собой сумму отдельных реальных a -пятен. В частности, при анализе схемы перетекания тока с одного куска угля в другой в слое антрацита кубической укладки мы будем рассматривать, как условились выше, одно приведенное a -пятно.

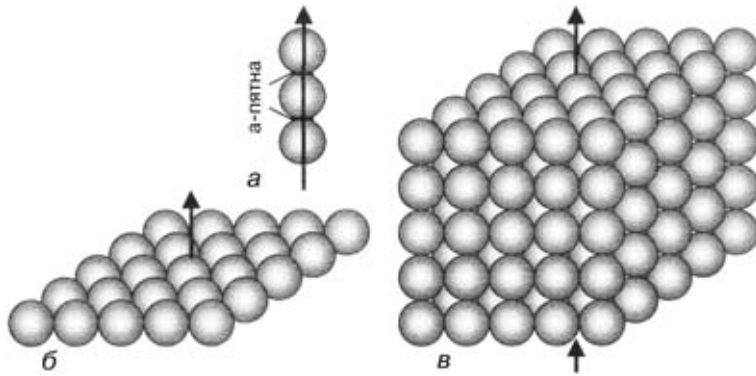


Схема расположения зерен твердого материала: *a* — в один ряд; *б* — в одной плоскости; *в* — в виде куба (стрелками показаны направления электрического тока)

Для расчета электрического сопротивления при прохождении тока по объему шаровидной частицы прибегнем к известному в математике приему — вместо шара мысленно представим себе равнообъемный цилиндр, у которого высота равна радиусу шара, а радиус цилиндра составляет $2\sqrt{3}$ радиуса шара. Тогда электрическое сопротивление при прохождении тока по объему частицы антрацита воображаемой цилиндрической формы составит $\frac{3\rho_0}{4\pi r}$, где r есть принятый нами выше радиус шарообразной частицы антрацита.

Поскольку электрический ток, проходя через каждую частицу при ее рядовой укладке, последовательно преодолевает как контактное сопротивление, так и сопротивление объема самой частицы, то полное сопротивление каждой элементарной частицы сыпучего материала (рис. *a*) есть сумма этих сопротивлений $R_{\Sigma} = \frac{\rho_0}{2a} + \frac{3\rho_0}{4\pi r}$ или после преобразо-

$$\text{вания } R_{\Sigma} = \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{3}{2\pi r} \right).$$

Теперь оценим электрическое сопротивление единицы объема сыпучего материала, будь это кубический сантиметр или кубический метр, что по существу есть УЭС рассматриваемого зернистого материала в разных единицах измерения. Электрическое сопротивление одного слоя частиц рядовой укладки на единице площади будет равно полному сопротивлению каждой элементарной частицы, поделенному на число частиц в этом слое, что следует из правила параллельного включения сопротивлений (рис. *б*). В единице объема, скажем куба (рис. *в*), разместится столько слоев частиц, сколько их уложится на длине ребра этого куба. Следовательно, полученное частное надо будет умножить на количество слоев в этом кубе. Таким образом, электрическое сопротивление единицы объема зернистого материала или то же, что УЭС этого сыпучего материала, будет составлять $\rho_{\text{см}} = \frac{R_{\Sigma}^4 r^2}{2r}$.

Если теперь подставить в это выражение значение полного электрического сопротивления элементарной частицы рассматриваемого материала, то после необходимых преобразований получим искомое аналитическое выражение

$$\rho_{\text{см}} = \rho_0 \left(\frac{r}{a} + \frac{3}{2\pi} \right). \quad (1)$$

Данное уравнение можно упростить, убрав второй член в скобках, представляющий собой внутреннее сопротивление материала шара, поскольку оно мало по сравнению с контактным сопротивлением, и тогда получим:

$$\rho_{\text{см}} = \rho_0 \frac{r}{a}. \quad (2)$$

Проанализируем приведенные аналитические зависимости УЭС сыпучего материала от размера составляющих его частиц. Из зависимостей следует, что:

УЭС измельченного электропроводного материала всегда больше УЭС монолитного материала, ибо значение a никогда не может достигнуть, а тем более превысить значение r , что следует из представленного выше определения величины a ; чем крупнее частицы смеси сыпучего материала, то есть, чем больше значение r , тем выше УЭС фракционного материала и, разумеется, больше его отличие от УЭС монолита;

в том, что УЭС сыпучего материала отличается от УЭС монолита, весьма существенную роль играет размер a -пятна реального электрического контакта, что следует из математических и физических соображений;

с ростом силы прижатия контактирующих частиц друг к другу диаметр приведенного a -пятна увеличивается, следовательно УЭС сыпучего материала должно понижаться, что и наблюдается на практике (в толстом слое сыпучего материала, через который проходит электрический ток, в нижнем монослое, ощущающем давление вышележащих слоев, сопротивление всегда ниже, а плотность тока выше). В общем плане радиус реального контакта определяется внешней силой, прилагаемой к контактной паре, и твердостью ее материала, если речь идет об однородном материале, или твердостью более мягкого материала в случае разнородных.

Рассмотрим теперь область применимости полученной зависимости относительно радиуса частиц отдельных фракций термоантрацита. Что касается максимального значения r , то с физической точки зрения ограничений нет, а с точки зрения технологии термообработки «зеленого» антрацита вряд ли будет целесообразно использовать фракцию крупнее, чем 25 мм. В противном случае резко возрастет неоднородность свойств отдельных кусков получаемого в печи термоантрацита. Значение r гипотетически надо признать минимальным, когда оно равно радиусу приведенного a -пятна.

Как известно, значение a увеличивается с ростом давления. До каких же давлений можно пользоваться полученной зависимостью? Специальные исследования показали [4], что для того, чтобы сопротивление порошков углеродных материалов сравнялось с сопротивлением монолита, нужно повысить давление до 150 МПа.



Чтобы пользоваться полученными аналитическими зависимостями в практических расчетах, необходимо знать УЭС самого материала как монолита и его температурную зависимость, а также радиус a -пятна для антрацита при различных давлениях и температуре. Удельное электрическое сопротивление самого материала при комнатной температуре можно определить методом амперметра-вольтметра, вырезав из наиболее крупных частиц термоантрацита образцы в виде параллелепипеда с возможно большим отношением длины последнего к стороне его поперечного сечения. Учитывая неоднородность и анизотропность антрацитов, для получения достоверных данных необходимо проанализировать большое количество образцов.

Недавно мы определили УЭС термоантрацита, полученного в печи газового нагрева, так как только в этой печи обжигается антрацит крупных фракций, пригодных для того, чтобы вырезать из них образцы длиной 40 мм и сечением 7×7 или 8×8 мм. Было измерено УЭС восьми образцов. Как и ожидалось, оно оказалось разным и составило от 74,8 до 134,1 мкОм·м. Воспроизводимость результатов измерений на каждом образце была прекрасной: на шести образцах погрешность определений не выходила за пределы $\pm 1\%$, на двух образцах — за пределы $\pm 2,8\%$.

Результаты определения по ГОСТ 4668–75 УЭС того же термоантрацита, но в измельченной пробе, показали в среднем 900 мкОм·м. Если теперь воспользоваться уравнением (2), то можно определить, что радиус приведенного a -пятна в соответствии с гостовским измерением (фракционный состав угля 0,315... 0,400 мм, давление на прессовку 60 МПа) будет составлять от 15 до 27 мкм.

Сколь значительно влияние давления на электрическое сопротивление слоя измельченного угля можно показать, если измерить УЭС этого угля в слое толщиной 210... 250 мм без внешнего давления. Так, УЭС термоантрацита фракции 4... 6 мм составляет 41460 мкОм·м. Этому значению УЭС соответствует радиус приведенного a -пятна, равный 6 мкм, а для фракции 8... 10 мм — 10 мкм.

Этот пример свидетельствует о том, что в электрокальцинаторе, в котором столб угольной шихты достигает двух метров, УЭС сыпучего материала изменяется в процессе обжига антрацита от десятков тысяч мкОм·м в верхних слоях столба шихты (но не в самых верхних, куда поступает «зеленый» антрацит) до нескольких тысяч мкОм·м в нижних слоях перед выгрузкой из печи и это только в связи с влиянием давления, не говоря уже о других факторах, скажем, температуре.

Зная зависимость УЭС сыпучего материала от его фракционного состава и что УЭС смеси аддитивно по отношению к ее фракциям [5, 6], можно получить расчетное значение электрического сопротивления смеси дробленого антрацита при комнатной температуре и отсутствии давления на уголь. Для этого надо только задаться значением радиуса a -пятна.

Примем, что фракционный состав угля (по массе), поступающего на кальцинацию, таков: фракции 6... 10 мм — 40 %, фракции 10... 15 мм — 30 %, фракции 15... 20 мм — 20 %, а фракции 20... 25 мм — 10 %. Примем также, что средний радиус приведенного a -пятна составляет 20 мкм (это самое смелое предположение). Теперь, воспользовавшись полученной выше зависимостью, определим УЭС каждой фракции при комнатной температуре и отсутствии давления на слой угля, используя в расчете среднеарифметический радиус частиц фракции. УЭС угля фракции 6... 10 мм будет составлять 20000, фракции 10... 15 мм — 31250, фракции 15... 20 мм — 43750 и, наконец, фракции 20... 25 мм — 56250 мкОм·м. Средневзвешенное значение УЭС смеси в этих условиях составит 31750 мкОм·м.

Разумеется, в печи УЭС термоантрацита будет иным (меньшим), так как последний будет находиться под изменяющимися по высоте столба шихты давлением и температуре. Кроме того, хотелось бы подчеркнуть, что указанное УЭС кускового антрацита есть величина истинная, а не условная, определяемая по ГОСТу.

Из сказанного выше видно, что радиус a -пятна имеет большое значение для расчетов УЭС электротермоантрацита, особенно его зависимость от давления на пятно контакта и свойств антрацита как контактного материала. В литературе, насколько нам известно, такие данные отсутствуют. Кстати, отсутствует также и представление о структуре a -пятна на антраците. Можно только по аналогии с процессом измерения микротвердости антрацита предполагать, что реальное контактное пятно для определения электросопротивления при прохождении электрического тока будет подобно отпечатку индентора при измерении микротвердости. Что же касается последнего, то авторитеты в области углеродных материалов признают [7], что «микротвердость антрацита можно измерить лишь на очень небольших участках исследуемого образца, да и то при полном отсутствии пластических деформаций». В связи с этим можно предположить, что a -пятно на антраците будет представлять собой очень малую по размерам локальную зону хрупкого разрушения, в которой присутствуют не удаленные микропродукты разрушения.

1. Чудновский А. Ф. Теплообмен в дисперсных средах. — М.: Гостехтеоретиздат, 1954. — 444 с.
2. Хольм Р. Электрические контакты. — М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. — 464 с.
3. Шлыков Ю. П., Ганин Е. А., Царевский С. Н. Контактное термическое сопротивление. — М.: «Энергия», 1977. — 328 с.
4. Агроскин А. А. Физика угля. — М.: Недра, 1965. — 352 с.
5. Агроскин А. А. Тепловые и электрические свойства углей. — М.: Металлургия, 1959. — 266 с.
6. Арьякос Г. Я. Электропроводность смеси порошкообразных углистых материалов. — ЖТФ. — 1934. — Т. IV, вып. 2. — С. 307–312.
7. Фалков А. С. Углерод, межслоевые соединения и композиты на его основе. — М.: «Аспект пресс», 1997. — 418 с.

Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины, Киев

Поступила 05.05.2003