

УДК 532.538

# О НИЗКОЧАСТОТНОЙ ОСЦИЛЛЯЦИИ ПУЗЫРЬКОВ В ВИБРИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ

В. А. ПОЗДЕЕВ, В. Н. ЦУРКИН

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, Николаев

Получено 28.09.2001

Приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований осцилляции пузырьков газа в водяном столбе, вибрирующем вследствие колебаний пластины в нижнем торце цилиндрического сосуда. Динамика пузырьков описана с учетом инерционных сил и сил вязкостной природы. Получено качественное согласование теории и эксперимента.

Наведені результати експериментальних і теоретичних досліджень осциляції бульбашок газу у водяному стовпі, що вібрує внаслідок коливань пластины в нижньому торці циліндричної посудини. Динаміку бульбашок описано з урахуванням інерційних сил і сил в'язкісної природи. Отримано якісне узгодження теорії й експерименту.

The results of experimental and theoretical study of oscillation of gaseous bubbles in a vibrating water column are presented. The vibration is caused by oscillation of a plate at the low end surface of a cylindrical vessel. Description of bubble's dynamics includes consideration of inductive forces and forces of viscous nature. Qualitative concordance between the theory and the experiment is obtained.

## ВВЕДЕНИЕ

Различные аспекты теории пузырьков сред изложены в монографии [1]. Особенности поведения таких сред при импульсном возмущении посвящена работа [2]. Динамика газовых включений в ограниченных областях при наложении вибрации теоретически и экспериментально исследовалась в [3–8]. При этом изучались процессы образования отдельных пузырьков, их скоплений, избирательный дрейф пузырьков и их всплытие. Вибрационное воздействие в условиях эксперимента осуществлялось либо путем установки сосуда на вибростенд [3], либо за счет колебаний пластины в днище сосуда [8]. В кратком сообщении [8] отмечено, что, по-видимому, впервые в условиях низкочастотного воздействия наблюдался процесс осцилляции пузырьков в направлении, совпадающем с направлением вибрации жидкости. Насколько нам известно, на сегодняшний день это явление еще не получило теоретического объяснения. Цель данной статьи состоит в рассмотрении экспериментальных результатов и теоретическое обоснование явления осцилляции пузырьков газа в вибрирующей жидкости при низкочастотном воздействии.

## 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Приведем расширенное описание результатов экспериментального исследования, рассмотренного в работе [8]. В состав экспериментального стенда (рис. 1) входил цилиндрический сосуд 1 из кварцевого стекла с толщиной 5 мм, высотой 1 м

и внешним диаметром 0.15 м. В его днище была встроена круглая жесткая пластина, способная совершать поршневые колебания. Пластина приводилась в движение электродинамическим преобразователем, соединенным с ней через жесткий шток. Акселерометр 4 отслеживал величину ускорения пластины. Эти данные записывались с по-

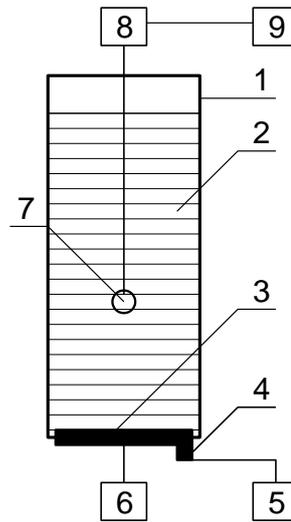


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 – цилиндрический сосуд (стекло), 2 – жидкость (вода), 3 – пластина (поршень), 4 – акселерометр, 5 – блок регистрации, 6 – электродинамический преобразователь, 7 – гидрофон, 8 – предусилитель, 9 – анализатор спектра

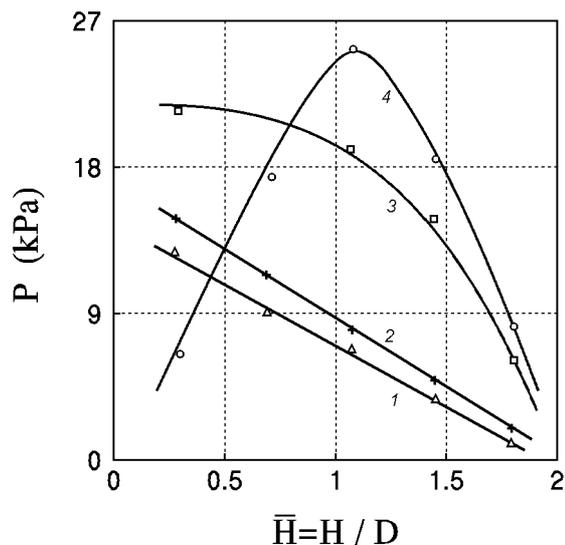


Рис. 2. Распределение давления по высоте жидкого столба высотой  $H=2D$ :

1 – 50 Гц, 2 – 300 Гц, 3 – 1200 Гц, 4 – 1800 Гц

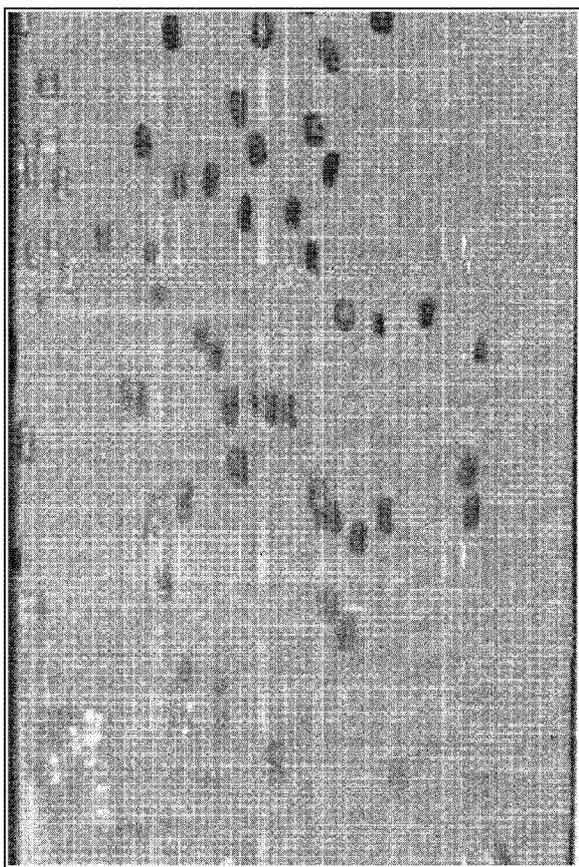


Рис. 3. Кинематика пузырьков при частоте вибровоздействия 50 Гц (фотоснимок)

мощью блока регистрации 5. Сосуд заполнялся недегазированной водой, уровень которой составлял целое число внутренних диаметров цилиндра. Гидрофон 7 с предусилителем 8 и анализатором спектра 9 позволял регистрировать давление на оси цилиндра и его спектральный состав на разных глубинах. Для этого использовалась аппаратура фирмы Bruel & Kjaer с диапазоном рабочих частот от 2 Гц до 200 кГц и анализатор спектра СК4-56 с рабочей полосой частот от 20 Гц до 60 кГц.

На рис. 2 представлены результаты измерений динамического давления  $P$  в зависимости от глубины  $\bar{H} = H/D$  для случая заполнения сосуда до уровня  $2D$ . Спектр сигнала включал основной тон и от трех до шести высших гармоник, уровень которых был на 10 дБ ниже уровня основного тона. Уровень широкополосного шума от схлопывания пузырьков на частотах до 60 кГц не превышал предела чувствительности измерительного тракта.

Для нижнего диапазона частот ( $20 \div 100$  Гц) при значениях виброускорения ( $6 \div 12$ )g пузырьки образовывали рой (так же как в экспериментах [3, 4]). При виброускорениях, превышающих  $g$ , но ниже некоторого порога, в воде появлялись пузырьки, имеющие характерные значения радиусов – примерно 1, 2, 3 мм. При этом пузырьки больших диаметров дрейфовали к пластине, малых – всплывали, а средних – двигались неупорядоченно. Авторы работ [5, 6] подразделяли пузырьки на два класса – большие и малые. Интересно, что в [5] отмечается всплытие больших пузырьков и погружение малых под действием акустического поля. В то же время, согласно наблюдениям [6], большие пузырьки погружаются, а малые всплывают.

При проведении эксперимента в диапазоне частот от 20 до 100 Гц и для умеренных виброускорений в начальный период времени – до образования роя – пузырьки всех характерных размеров начинают осциллировать вдоль оси цилиндра (рис. 3). Приведенный фотоснимок соответствует частоте вибрации 50 Гц и величине виброускорения до 10g. Ширина изображения соответствует диаметру цилиндра.

Отметим, что на снимках осцилляция выглядит как цилиндрические образования с полусферическими концами. Было замечено, что размах колебаний пузырьков (удвоенная амплитуда) линейно зависит от величины виброускорения и при 15g на частоте вибраций 50 Гц достигает значений  $6 \div 8$  мм. Кроме того, размах колебаний увеличивался с уменьшением частоты вибрации жидкости и практически не зависел от размера пузырьков. Характер дрейфа осциллирующих пузырьков во

всех случаях сохранялся. Частота осцилляции не определялась.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСЦИЛЛЯЦИИ ПУЗЫРЬКОВ

Рассмотрим приближенную математическую модель динамики пузырьков газа в вибрирующей жидкости. Известно, что наличие газовой фазы в жидкой среде изменяет ее физические параметры [1, 2, 9]. При низкочастотном возмущении среды, когда длина волны значительно превышает размеры газовых включений, газожидкостную смесь можно представить как некоторую однородную эквивалентную сплошную среду, плотность и скорость звука которой определяют выражениями

$$\rho = \rho_1(1 - \varphi_1) + \rho_2\varphi_2, \quad (1)$$

$$C = \left( \frac{\rho}{\rho_1} \frac{1 - \varphi_2}{C_1^2} + \frac{\rho}{\rho_2} \frac{\varphi_2}{C_2^2} \right)^{-1/2}, \quad (2)$$

где  $\rho$ ,  $C$  – плотность и скорость звука в равновесной эквивалентной сплошной среде;  $\rho_1$ ,  $C_1$  – параметры жидкости;  $\rho_2$ ,  $C_2$  – параметры газа;  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  – объемные концентрации жидкости и газа в смеси,  $\varphi_1 + \varphi_2 = 1$  (см., например, [2]). В дальнейшем примем следующие обозначения:  $\varphi_2 = \varphi$ ,  $\varphi_1 = 1 - \varphi$ .

В случае гармонических колебаний длина волны определяется соотношением  $\lambda = C/f$ , где  $f$  – частота волновых возмущений. Пусть длина волны значительно превышает высоту столба жидкости ( $\lambda \gg H$ ). Это допущение позволяет вибрацию жидкости рассматривать в рамках модели несжимаемой среды. Как следует из кривых 1 и 2 на рис. 2, в диапазоне частот от 20 Гц до 300 Гц это допущение справедливо, по крайней мере, для  $H = 0.3$  м.

Таким образом, можно считать, что вся масса жидкости совершает виброколебания в соответствии с законом движения пластины

$$X_1(t) = A_X \sin \omega t, \quad (3)$$

где  $A_X$  – амплитуда колебаний пластины;  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота колебаний;  $t$  – время.

Давление жидкости на пластину определяется выражением

$$P(t) = \rho H X_1(t). \quad (4)$$

Тогда выражение для амплитудного значения давления на пластине будет

$$A_p = A_X \rho H \omega^2. \quad (5)$$

Перейдем к описанию динамики пузырьков в вибрирующей жидкости. Полагаем, что давление

внутри пузырьков однородно, а тепловыделением в пузырьке пренебрегаем. Амплитуды пульсаций и скорости пульсаций пузырьков столь малы, что их влиянием на движение пузырьков также можно пренебречь.

Согласно [3, 4], в рамках сделанных допущений действие несущей среды на пузырьки описывается следующими силами:

- сила межфазного трения, которая при малых числах Рейнольдса соответствует силе Стокса [10];
- сила, обусловленная эффектом воздействия присоединенных масс;
- сила, возникающая вследствие наличия градиента поля давления в несущей среде.

Уравнение движения пузырька относительно жидкости имеет вид

$$\rho_2 V \frac{du}{dt} = -6\mu\pi R(u - \vartheta) + p_1 V \frac{d\vartheta}{dt} - K\rho_1 V \frac{d}{dt}(u - \vartheta), \quad (6)$$

где  $R$  – радиус пузырька;  $V$  – объем пузырька;  $u = \dot{X}_2$  – скорость движения пузырька;  $\vartheta = \dot{X}_1$  – скорость вибрационного движения жидкости;  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости среды.

Коэффициент  $K$  учитывает влияние соседних пузырьков на величину присоединенной массы пузырька. Так, если расстояние между крупными пузырьками значительно превышает размеры пузырьков, то  $K = 1/2$ . При уменьшении межпузырькового расстояния величина  $K$  растет. В работе [11] приведены результаты исследования методом ЭГДА взаимного влияния размещения шаров в пространственной решетке. Так, если расстояние между шарами в решетке к диаметру шара относится как 1.75, то  $K = 1$ , а для отношения, равного единице, получено  $K = 1.75$ .

Уравнение (6) можно приближенно переписать в виде

$$\ddot{X}_2 + B X_2 = \frac{K+1}{K} \ddot{X}_1 + B X_1, \quad (7)$$

где  $B = 9\nu/(R^2 K)$ ;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости ( $\nu = \mu/\rho$ ). Анализ уравнения (7) показывает, что амплитуда осцилляции пузырька в жидкости не может превышать амплитуду вибропульсаций самой жидкости более чем в два раза (максимум достигается при  $K = 1$ ,  $B = 0$ ). В этом случае, учитывая выражение (5), получаем, что

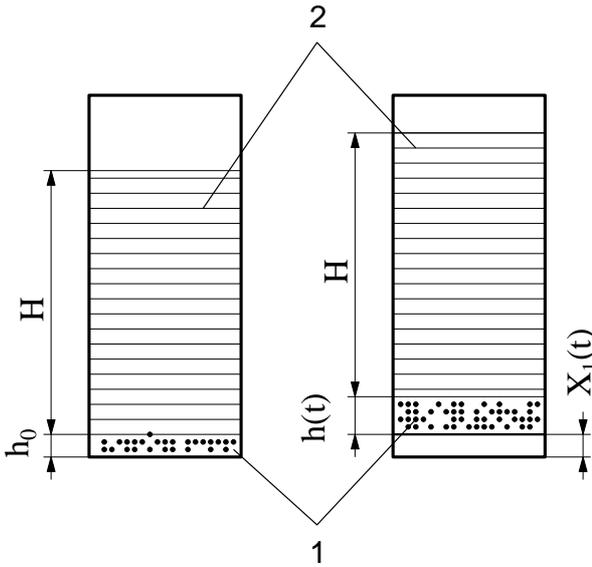


Рис. 4. Модель динамической системы “упругая газовая подушка – инерционный элемент в виде столба жидкости”:  
1 – газ, 2 – жидкость

размах осцилляций пузырьков (удвоенная амплитуда) будет

$$L_{osc} = \frac{2A_p}{\rho H \omega^2}. \tag{8}$$

Таким образом, при  $A_p = 15$  кПа,  $H = 0.3$  м,  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\omega = 2\pi 50$  рад/с имеем  $L_{osc} = 1$  мм. Следовательно, приведенная выше математическая модель не объясняет феномен осцилляции с размахом до 10 мм.

Как отмечается в [3], наличие вблизи пластины локальных скоплений газовых пузырьков при определенных условиях может обусловить образование новой колебательной системы жидкость – газ. В этой системе локальная концентрация пузырьков выполняет роль упругого элемента – своеобразной пружины, а столб жидкости над ним играет роль инерционного элемента (рис. 4). Для большей наглядности результатов воспользуемся упрощенным, по сравнению с [3], математическим представлением системы. Так, динамику столба жидкости будем описывать уравнением

$$M \frac{d^2 X_{11}}{dt^2} = P_{\Gamma 0} \left[ 1 - \left( \frac{h_0}{h(t)} \right)^\gamma \right], \tag{9}$$

$$h(t) = h_0 - (X_{11} + X_1),$$

$$M = \rho H, \quad P_{\Gamma 0} = Mg,$$

где  $X_1$  – закон движения пластины;  $X_{11}$  – за-

кон движения столба жидкости,  $P_{\Gamma 0}$  – равновесное давление столба жидкости;  $h_0, h$  – начальная и текущая толщины эквивалентной воздушной подушки;  $\gamma$  – показатель адиабаты газа.

Считая, как и ранее, закон движения пластины гармоническим –  $X_1(t) = A_X \sin(\omega t)$  – из уравнения (9) находим уравнение колебаний столба жидкости на газовой подушке в виде

$$\ddot{X}_{11} + \Omega^2 X_{11} = -\Omega^2 A_X \sin \omega t, \tag{10}$$

где  $\Omega^2 = g\gamma/h_0$ .

Решение уравнения (10) получаем в виде

$$X_{11} = A_X \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \omega^2} \left( \sin \omega t - \frac{\omega}{\Omega} \sin \Omega t \right) \tag{11}$$

при  $\Omega \neq \omega$ ,

$$X_{11} = -\frac{A_X}{2} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t) \tag{12}$$

при  $\Omega = \omega$ ,

Из соотношений (11), (12) следует, что

$$X_{11} = -A_X \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \rightarrow 0 \tag{13}$$

при  $\omega \gg \Omega$ ,

$$X_{11} = -A_X \sin \omega t \tag{14}$$

при  $\omega \ll \Omega$ ,

$$X_{11} = A_X \frac{1+2\varepsilon}{2\varepsilon} [\sin \omega t - (1-\varepsilon) \sin \omega t (1+\varepsilon)], \tag{15}$$

$$\varepsilon = \frac{\Omega - \omega}{\omega} = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{g\gamma}{h_0}} - 1$$

при  $\Omega = \omega$ .

Как следует из соотношения (12), в резонансном случае  $\omega = \Omega$  амплитуда колебаний столба жидкости растет с течением времени и теоретически может стать бесконечно большой. В действительности же, с ростом амплитуды колебаний система, по-видимому, просто перестраивается. В случае близости частот  $\omega$  и  $\Omega$  нужно пользоваться решением вида (15). Полагая, что размах колебаний в два раза больше амплитуды колебаний пузырька, найдем представление для размаха:

$$L_{osc} = 4A_X \frac{1+2\varepsilon}{2\varepsilon} = 2 \frac{A_p}{\rho H} \frac{1+2\varepsilon}{\varepsilon} \frac{1}{\omega^2}. \tag{16}$$

Представление (16) позволяет получить величину размаха, соответствующую экспериментальным значениям.

## ВЫВОДЫ

1. Приведены результаты экспериментальных исследований вибрации газожидкостной смеси в цилиндрическом сосуде, вызванной гармоническими колебаниями пластины. Выявлена осцилляция крупных пузырьков газа, имеющая размах до  $6 \div 8$  мм.
2. Представлены две математические модели динамики газожидкостной среды. Согласно первой из них столб эквивалентной сплошной среды играет роль инерционного элемента. Вторая модель соответствует колебательной системе, состоящей из упругого (газовой подушки) и инерционного (столба жидкости) элементов.
3. Показано, что первая модель дает амплитуду осцилляции пузырьков, сравнимую с амплитудой колебаний пластины. Осцилляция пузырьков с большим размахом, предсказываемая в рамках второй модели, объясняется значительной амплитудой колебаний столба жидкости на воздушной подушке.
1. *Нигматулин Р. И.* Динамика многофазных сред. Том 2.– М.: Наука, 1987.– 360 с.
2. *Поздеев В. А., Бескаравайный Н. М., Ковалев В. Г.* Импульсные возмущения в газожидкостных средах.– К.: Наук. думка, 1988.– 116 с.
3. *Кубенко В. Д., Лакиза В. Д., Павловский В. С., Пельх Н. А.* Динамика упругогазожидкостных систем при вибрационных воздействиях.– К.: Наук. думка, 1988.– 256 с.
4. *Кубенко В. Д., Дзюба В. В.* Акустическое поле в жестком цилиндрическом сосуде при вибровозбуждении колебания по заданному закону сферой // Прикл. мех.– 2000.– **36**, N 6.– С. 88–98.
5. *Пельх Н. А.* Разнонаправленные движения пузырьков газа в вибрирующих жидкостях при наличии физических неоднородностей // Прикл. мех.– 1985.– **21**, N 6.– С. 100–107.
6. *Якимов Ю. Д.* Эффект избирательного дрейфа пузырьков газа в вибрирующей жидкости в зависимости от их размеров // Изв. АН СССР. МЖГ.– 1978.– N 4.– С. 138–140.
7. *Духневич Л. М., Приходько М. А., Ткаченко В. О., Яковлев Е. В.* Еволюція газової бульбашки з урахуванням дифузії та коагуляції // Прикл. гідромех.– 1999.– **1(73)**, N 1.– С. 12–19.
8. *Цуркин В. Н., Чечель В. К.* О крупномасштабной осцилляции и дрейфе пузырьков в жидкости в зависимости от их размеров // Тез. докл. II межд. симпоз. “Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред”.– М.: МАИ.– 1996.– С. 111–112.
9. *Пучка Г. Н.* О гидроударе в жидкости с пузырьками газа // Прикл. мех.– 2001.– **37**, N 2.– С. 139–144.
10. *Хашпель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса.– М.: Мир, 1976.– 630 с.
11. *Короткин А. И.* Присоединенные массы судна: справочник.– Л.: Судостроение, 1986.– 312 с.