

**Источники и литература:**

1. Бердышев С. Н. Секреты эффективной интернет-рекламы / С. Н. Бердышев. – М.: Дашков и Ко, 2010. – 120с.
2. Васильев Г. А. Реклама в Интернете / Г. А. Васильев, Д. А. Забегалин. – М.: Юнити-Дана, 2008. – 184с.
3. Вирин Ф. Ю. Интернет-маркетинг. Полный сборник практических инструментов / Ф. Ю. Вирин. – М.: Эксмо, 2010. – 160с.
4. Реклама: теория и практика: учебное пособие для студентов вузов / [Беспаятнова Г. Н., Бобровников С. С., Глебов А. И, Колесникова В. В. и др.]; под ред. В. В. Тулупова. – Воронеж: Издательство Воронежского государственного университета, 2011. – 400с.
5. Украинский рынок интернет-рекламы продолжает рост (Интернет Асоціація України). [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://inau.org.ua/170.4997.0.0.1.0.phtml>.
6. Егорова О. В. Анализ методов оценки эффективности рекламной кампании: материал IV Международной студенческой электронной научной конференции ["Студенческий научный форум 2012"], (15 фев. – 31 марта 2012 г.) / Российская академия естествознания, 2012. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.rae.ru/forum2012/pdf/1419.pdf>.
7. Крючкова М. Н. Два типа рекламных кампаний в Интернете: подходы к планированию и оценке эффективности. / М. Н. Крючкова // Реклама. Теория и практика. – 2005. – №6. – С. 40–45.
8. Уварова Г. Измеряем эффективность рекламы в Интернете. / Г. Уварова // Ваш партнер-консультант. – 2011. – №49.
9. Сайт интернет-агентства «МедиаСфера». [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.media-sfera.com/>.
10. Кандалов В. И. Методы расчета основных технико-экономических показателей эффективности рекламы: учебно-методический комплект. / В. И. Кандалов. – М. – 2010г. – 42с.

**Рыбников М.С., Семенова Ю.А.****УДК 658.7.01****МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ТОВАРНЫМИ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНОГО СПРОСА**

***Аннотация.** В статье представлена математическая модель управления запасами торгового предприятия со стохастическим характером спроса. Указанная модель является многоэтапной и многопродуктовой. Один и тот же товар может быть заказан у нескольких поставщиков, имеющих различные цены и условия доставки. Результатом применения представленной модели управления запасами является получение оперативного плана закупок, позволяющего минимизировать издержки.*

***Ключевые слова:** математическая модель, управление запасами, поставщик, случайный спрос.*

***Анотація.** У статті представлена математична модель управління запасами торгового підприємства зі стохастичним характером попиту. Зазначена модель є багатоетапною і багатопродуктовою. Один і той же товар може бути замовлений у кількох постачальників, що мають різні ціни та умови доставки. Результатом застосування представленої моделі управління запасами є отримання оперативного плану закупівель, що дозволяє мінімізувати витрати.*

***Ключові слова:** математична модель, управління запасами, постачальник, випадковий попит.*

***Summary.** In this work towards the development of analysis tools a mathematical model of inventory management in the conditions of uncertainty associated with stochasticity demand is developed. Implementation of the model and software module constructed on the basis of it will improve the system of inventory management, reduce the time for processing applications agents reduce the risk of biased order that will increase the competitiveness and efficiency of the whole enterprise. In operation processes of the majority of commercial enterprises there are problems of inventory control. The main reason that force the company to keep stocks is the need to meet demand. However a study and a number of problems associated with inventory management and distribution especially in systems with random demand and application for this economic and mathematical modeling are still relevant and that led to the choice of the research topic. In this paper the inventory control model of commodities allocated for instance from group A in the ABC / XYZ – analysis or the frequency of sales in the frequency analysis is researched. These tasks are respectively the prerogatives of logistics and inventory logistics procurement. The logistics goal is to minimize inventory costs and to reduce inventory, goal of logistics procurement is to reduce the unit cost of the order, which was associated with increased order volume. In one case, there is a tendency to reduce the amount of inventory, in other – to increase. The purpose of this article is to combine these logistics tasks into a coherent whole and to construct the corresponding economic-mathematical model. All existing models of inventory control can be divided into single-stage and multi-stage models. In the multi-stage model of inventory management order placing decision is made on each stage. In multi-stage models must be taken into account the money present value. Limitation to the possible application of the constructed model of inventory management is the inability to place an order for the supply of a particular product from multiple vendors simultaneously on the same stage. The presented model will optimize inventory management costs thereby increasing profits. Accounting conditions of supply while problem setting (cost of the order placing and deadline) for various commodities by several suppliers reduces the number of stages of decision-making and increases the efficiency of the decision making process.*

***Keywords:** mathematical model, inventory management, supplier, random demand.*

**Введение.** При функционировании большинства торговых предприятий существуют проблемы управления запасами. Основной причиной, по которой предприятие вынуждено хранить запасы, является необходимость удовлетворения спроса. С одной стороны, излишки запасов могут быть причиной убытков предприятия, а, с другой стороны, недостаточный уровень запасов ведет к потере прибыли.

Рынки товаров представляют собой сложную экономическую систему, которая имеет определенные особенности и обусловлена потребительскими свойствами различных товарных групп. Специфической товарной группой на рынке потребительских товаров является группа, в которой спрос имеет вероятностную природу. Для такой товарной группы существующим стратегиям и методам управления запасами можно придать большей эффективности и качества путем использования инструментария экономико-математического моделирования.

Теоретические и практические аспекты исследуемой проблемы, нашли отражение в работах известных ученых: Дж. Букана [ 1 ], Э. Кенигсберга [ 1 ], Б.Н. Кудрявцева [ 2 ], Ю.И. Рыжикова [ 3, 4 ], В.И. Сергеева [ 5 ], В.Я. Зарубы [ 6 ], В.В. Витлинського, С.И. Наконечного, А.Д. Шарапова [ 7, 8 ] и других.

Однако исследование и решение ряда проблем, связанных с управлением запасами и их распределением особенно в системах со случайным спросом и применением для этого экономико-математического моделирования остаются актуальными, что и обусловило выбор темы исследования.

В данной работе исследуется модель управления запасами совокупности товаров, выделенной, например, из группы А в ходе ABC/XYZ – анализа, или по частоте продаж в ходе частотного анализа [9]. Указанная совокупность является наиболее важной в деятельности торгового предприятия, поскольку она постоянно фигурирует в продажах и приносит основную прибыль.

Практически всегда управление запасами сводится к решению двух отдельных, самостоятельных задач: определению момента пополнения запаса и объема этого пополнения, а также выбору поставщика и осуществлению выполнения заказа.

Эти задачи являются, соответственно, прерогативами логистики запасов и логистики закупок. Целью логистики запасов является минимизация издержек и сокращение запасов, целью логистики закупок – сокращение удельной стоимости заказа, которое сопряжено с увеличением объема заказа. В одном случае имеется тенденция к снижению объема запасов, в другом – к увеличению. Целью данной статьи является объединение указанных задач логистики в единое целое и построение соответствующей экономико-математической модели.

**Основной материал.** Все существующие модели управления запасами условно можно разделить на одноэтапные и многоэтапные модели. В многоэтапных моделях управления запасами решение о размещении очередного заказа принимается на каждом этапе. В отличие от одноэтапных моделей, в которых на каждом периоде условия поставки, заказываемые ресурсы и характер спроса могут быть разными, будем считать, что в многоэтапных моделях управления запасами перечисленные особенности являются постоянными.

Разобьем промежуток времени длительностью  $\tau$ , на котором происходит поиск решения, разбивается на  $K$  равных этапов и будем представлять его вектором  $T = (t_1, t_2, \dots, t_K)$ ,  $t_k = \tau_0 + \frac{k}{K}\tau$ ,  $k = \overline{1, K}$ , где

$\tau_0$  – начало промежутка времени  $\tau$ ,

В многоэтапных моделях необходимо учитывать приведенную стоимость денег. Если  $\sigma$  – коэффициент дисконтирования ( $\sigma < 1$ ) для одного этапа, то сумма, после  $k$ -го этапа будет эквивалентна сумме  $\sigma^k S$  в настоящий момент времени [2]. Кроме того, в рассматриваемой модели управления запасами предположим возможность задолженности спроса и предположим, что спрос  $D$  на каждом периоде описывается стационарной плотностью распределения вероятности  $f(D)$ .

В современных условиях один и тот же ресурс предлагается, как правило, множеством поставщиков. Пусть число поставщиков, предлагающих  $N$  товаров, равно  $M$ . Представим эту информацию в виде бинарной матрицы  $G$  с элементами  $(g_{ij})$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ , где:

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й товар предлагается } j\text{-м поставщиком;} \\ 0, & \text{если } i\text{-й товар не предлагается } j\text{-м поставщиком.} \end{cases}$$

Введем следующие обозначения:

- стоимость размещения заказа представим матрицей  $A = (a_{ij})$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ ,
- стоимость хранения запаса  $H = (h_i)$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,
- штраф за дефицит ресурса  $P = (p_i)$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,
- срок выполнения заказа каждым поставщиком  $L = (l_{ij})$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$ .

Одинаковые товары могут быть закуплены по разным ценам у различных поставщиков. Для учета этого обстоятельства составим матрицу  $C = (c_{ij})$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$  цен закупки  $i$ -го товара у  $j$ -го поставщика.

Введем в рассмотрение матрицу  $Y^* = (y_{ij}^*)$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, M}$  оптимальных объемов закупки  $i$ -го товара у  $j$ -го поставщика. Усложнение многоэтапной модели управления запасами с одним товаром [2] приводит к следующему уравнению относительно  $y_{ij}^*$ :

$$\int_0^{y_{ij}^*} f_i(D) dD = \frac{p_i - c_{ij}}{p_i + h_i}, \quad i = \overline{1, N}, \quad \forall j : (j = x_{ik}, \quad x_{ik} > 0), \quad (1)$$

где  $x_{ik}$  – номер поставщика, у которого размещается заказ  $i$ -го товара за период  $t_k$ .

Функция затрат  $z$  за период  $t_k$  по товару  $i$  имеет следующий вид:

$$z_{ik}(s) = (a_{ix_{ik}} \theta(x_{ik}) + r_{ik} c_{ix_{ik}}) + h_i s + p_i \int_s^\infty (D - s) f_i(D) dD, \quad (2)$$

где  $s$  – остаток товара на начало периода  $t_k$ ;  $h_i s$  – стоимость хранения  $s$  единиц товара  $i$  (спрос за период  $t_k$  удовлетворяется не мгновенно, а в течение всего периода);  $a_{ix_{ik}} \theta(x_{ik}) + r_{ik} c_{ix_{ik}}$  – стоимость заказа товара  $i$  за период  $t_k$  по цене  $c_{ix_{ik}}$  объемом  $r_{ik}$ ;  $p_i \int_s^\infty (D - s) f_i(D) dD$  – ожидаемая сумма штрафа за дефицит;  $a_{ix_{ik}}$  – стоимость подачи заказа по товару  $i$  поставщику  $x_{ik}$ . Если  $x_{ik} = 0$ , то заказ не размещается.

В выражении затрат используется одна из разновидностей функций Хевисайда  $\theta(x_{ik})$ , которая равна

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Значение функции  $\theta(x_{ik}) = 1$  указывает на размещение заказа товара у поставщика  $x_{ik}$  за период  $t_k$ . Объем заказа вычисляется по формуле:

$$r_{ik} = \theta^*(j, y_{ij}^*) = \begin{cases} y_{ij}^*, & j > 0 \\ 0, & j = 0 \end{cases}, \quad j = x_{ik}. \quad (3)$$

Функция  $\theta^*(x, y)$  есть функция двух переменных, являющаяся разновидностью функций Хевисайда, которая связана с последней функцией равенством:  $\theta(x_{ik}) = \theta^*(x_{ik}, 1)$ .

Ограничением для возможного применения модели управления запасами (1)–(3) является невозможность размещения заказа на поставку конкретного товара у нескольких поставщиков одновременно на одном этапе.

Таким образом, в целях получения дополнительной прибыли от оптимального размещения заказов, торговому предприятию предлагается находить решение следующей задачи оптимизации:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N z_{ik}(s) \rightarrow \max_x \quad (4)$$

Варьируемыми переменными в задаче (4) являются элементы матрицы  $X = (x_{ik})$ . Каждый элемент  $x_{ik}$  может принимать значения 0 или 1. В результате получается задача (0,1)-целочисленного программирования [3]. Если решать данную задачу полным перебором возможных вариантов, то уже при небольших значениях числа этапов, торговых позиций и поставщиков (до числа 5), получается огромное число комбинаций, поскольку величина вариантов перебора задается выражением:

$$Q = ((M + 1)^N)^K.$$

Также следует учесть, что стоимость вычисления каждой комбинации может оказаться очень высокой. Вычисление каждого варианта связано с расчетом затрат и предполагаемых продаж для всех периодов за исследуемый промежуток времени. Стратегия управления запасами предполагает многократный запуск процедуры поиска эффективного решения для повышения оперативности принятия решения. Учитывая вышесказанное, важно отбросить заведомо неперспективные варианты, уменьшив тем самым объем перебора. В данном случае объем перебора может быть уменьшен, если учесть, что во время выполнения заказа очередной заказ не размещается, то есть  $x_{ik} = 0$ , если  $e_{ik-1} > 1$ , где  $e_{ik}$  – оставшееся время (количество этапов) выполнения заказа определяется выражением:

$$e_{ik} = \begin{cases} l_{ix_{ik}}, & r_{ik} > 0; \\ e_{ik-1} - 1, & r_{ik} = 0, e_{ik-1} > 0; \\ 0, & r_{ik} = 0, e_{ik-1} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Если по аналогии с функцией  $\theta^*(x, y)$  ввести функцию трех переменных

$$\theta_1^*(x, y, z) = \begin{cases} y, & x > 0; \\ z, & x \leq 0. \end{cases} \quad (6)$$

то с учетом (6) выражение (5) можно переписать в виде:

$$e_{ik} = \theta_1^*(r_{ik}, l_{ix_{ik}}, \theta^*(e_{ik-1}, e_{ik-1} - 1)) \quad (7)$$

Уменьшение числа рассматриваемых вариантов при решении задачи (4) возможно для случая, когда срок выполнения заказа  $l_{ix_{ik}}$  меньше времени расходования полученного ресурса. В противном случае заказа размещается каждый раз, как только уровень запаса уменьшается до некоторого критического уровня, который приблизительно можно рассчитать как разность оптимального запаса и среднего расхода ресурса за «эффективный» срок [2].

**Заключение.** В данной работе в направлении развития инструментария анализа, построена математическая модель управления товарными запасами в условиях неопределенности, связанной со стохастичностью спроса. Внедрение разработанной модели и построенного на ее основе программного модуля позволит улучшить работу системы управления запасами, сократить время на обработку заявок агентов, уменьшить риски необъективного заказа, что повысит конкурентоспособность и эффективность функционирования предприятия в целом.

Задачу (4) вполне реально можно решать методом «ветвей и границ», который можно назвать «усовершенствованным перебором» [4].

Представленная модель управления запасами позволит оптимизировать издержки, увеличивая тем самым прибыль. Учет в постановке задачи условий поставок (стоимость размещения заказа и срок выполнения) различных товаров несколькими поставщиками сокращает число этапов принятия решения и увеличивает оперативность процесса принятия решений.

#### Источники и литература:

1. Букан Дж. Научное управление запасами / Дж. Букан, Э. Кенігсберг. – М.: Наука, 2007. – 423 с.
2. Кудрявцев Б. М. Модели управления запасами / Б. М. Кудрявцев, Ю.А. Беляев, Н. Н. Голдобина. – М.: Ин-т управления им. С. Орджоникидзе, 2007. – 52 с.
3. Рыжиков Ю. И. Теория очередей и управление запасами / Ю. И. Рыжиков. – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.
4. Рыжиков Ю. И. Управление запасами / Ю. И. Рыжиков. – М.: Наука, 2009. – 344 с.
5. Сергеев В. И. Логистика в бизнесе: учебник / В. И. Сергеев. – М.: ИНФРА, 2001. – 608 с. – (Серия «Высшее образование»).
6. Заруба В. Я. Аналитическое проектирование мотивационных процедур планирования / В. Я. Заруба. – Харьков: Бизнес Информ, 2008. – 248 с.
7. Вітлінський В. В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику : підручник / В. В. Вітлінський. – К.: ДЕМІУР, 2006. – 212 с.
8. Вітлінський В. В. Економічний ризик і методи його оцінювання / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний, О. Д. Шарапов. – К.: ІЗМН, 2006. – 400 с.
9. Кэмпбелл Р. Макконнелл Экономикс. 13-е изд. – М.: ИНФРА-М, 2001. – 533 с.
10. Таха Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е изд.: пер. с англ / Таха Хемди А. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
11. Кофман А., Анри-Лабордер А. Методы и модели исследования операций / А. Кофман, А. Анри-Лабордер: пер. с франц. Т. 1. – М.: Мир, 1966. – 524 с.
12. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М.: Советское радио, 1972. – 552 с.