

Математические модели в экономических исследованиях *Солдатов М.А., Солдатова С.А.*

Математическое моделирование широко проникло в различные области знаний и их приложения: технические, экономические, социальные, биологические и многие другие, на первый взгляд, далекие от математики. Поэтому специалистам различных направлений необходимо владеть концепциями и методами математического моделирования, иметь представление об инструментарии, применяемом при моделировании.

Моделирование в научных исследованиях стало применяться еще в глубокой древности и постепенно захватывало все новые области научных знаний: техническое конструирование, строительство и архитектуру, астрономию, физику, химию, биологию и, наконец, общественные науки. Большие успехи и признание практически во всех отраслях современной науки принес моделированию XX век. Однако методология моделирования долгое время развивалась независимо в различных областях приложения. Отсутствовала единая система понятий, единая терминология. Лишь постепенно стала осознаваться роль моделирования как универсального метода научного познания.

Модель — это такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе исследования замещает объект-оригинал так, что его непосредственное изучение дает новые знания об объекте-оригинале.

Под моделированием понимается триединый процесс построения, изучения и применения моделей. Моделирование тесно связано с такими категориями, как абстракция, аналогия, гипотеза и др. Процесс моделирования обязательно включает и построение абстракций, и умозаключения по аналогии, и конструирование научных гипотез. Модель выступает как своеобразный инструмент познания, который исследователь ставит между собой и объектом и с помощью которого изучает интересующий его объект. Именно эта особенность метода моделирования определяет специфические формы использования абстракций, аналогий, гипотез, других категорий и методов познания.

Необходимость использования метода моделирования определяется тем, что многие объекты (или проблемы, относящиеся к этим объектам) непосредственно исследовать или вовсе невозможно, или же это исследование требует много времени и средств.

Пусть имеется или необходимо создать некоторый объект А. Мы конструируем (материально или мысленно) или находим в реальном мире другой объект В - модель объекта А. Процесс построения модели предполагает наличие некоторых знаний об объекте-оригинале. Познавательные возможности модели обуславливаются тем, что модель отражает какие-либо существенные черты объекта-оригинала. Вопрос о необходимости и достаточной мере сходства оригинала и модели требует конкретного анализа. Очевидно, модель утрачивает свой смысл как в случае тождества с оригиналом (тогда она перестает быть моделью), так и в случае чрезмерного во всех существенных отношениях отличия от оригинала.

Таким образом, изучение одних сторон моделируемого объекта осуществляется ценой отказа от отражения других сторон. Поэтому любая модель замещает оригинал лишь в строго ограниченном смысле. Из этого следует, что для одного объекта может быть построено несколько "специализированных" моделей, концентрирующих внимание на определенных сторонах исследуемого объекта или же характеризующих объект с разной степенью детализации.

В процессе изучения свойств объекта при моделировании модель выступает как самостоятельный объект исследования. Одной из форм такого исследования является проведение "модельных" экспериментов, при которых сознательно изменяются условия функционирования модели и систематизируются данные о ее "поведении". Конечным результатом этого этапа является множество знаний о модели.

В процессе применения моделей осуществляется перенос знаний с модели на оригинал — формирование множества знаний об объекте. Этот процесс переноса знаний проводится по определенным правилам. Знания о модели должны быть скорректированы с учетом тех свойств объекта-оригинала, которые не нашли отражения или были изменены при построении модели. Мы можем с достаточным основанием переносить какой-либо результат с модели на оригинал, если этот результат связан с признаками сходства оригинала и модели.

Если же определенный результат модельного исследования связан с отличием модели от оригинала, то этот результат переносить неправомерно.

Здесь же происходит практическая проверка получаемых с помощью моделей знаний, т.е. проверка адекватности модели и их использования для построения обобщающей теории объекта, его преобразования или управления им.

Существуют, по крайней мере, две точки зрения на результаты моделирования. Одна отталкивается от того, что при синтезе модели в нее закладываются такие связи, соотношения, которые уже известны исследователю (естественно, что неизвестные заложить в модель нельзя). Поэтому из модели нельзя получить новых знаний об объекте. В этом случае модель может выступать только как расчетный объект, на котором можно проводить численные эксперименты, в том числе в таких ситуациях, в которых сам объект не существовал, или не существует.

Вторая точка зрения на результаты моделирования исходит из того, что при конструировании в модель закладываются известные сведения (связи, соотношения) об элементах объекта, но они в соответствии со спецификой сложной системы могут в совокупности проявить качественно новые свойства, не присущие отдельным элементам. В этом случае математическое моделирование способно дать новые, до сих пор неизвестные знания об объекте.

Второй подход к результатам моделирования более оптимистичен по сравнению с первым, он не ограничивает мысль исследователя, не сковывает его какими-то рамками, сохраняет надежду на новые знания, на научный и практический прогресс, наполняет процесс моделирования более глубоким смыслом.

Для понимания сущности моделирования важно не упускать из виду, что моделирование — не единственный источник знаний об объекте. Процесс моделирования "погружен" в более общий процесс познания. Это обстоятельство учитывается не только непосредственно при построении модели, но и при завершении моделирования, когда происходит объединение и обобщение результатов исследования, получаемых на основе многообразных средств познания.

Моделирование — циклический процесс. Это означает, что за первым трехуровневым циклом может последовать второй, третий и т.д. При этом знания об исследуемом объекте расширяются и уточняются, а исходная модель постепенно совершенствуется. Недостатки, обнаруженные после первого цикла моделирования, обусловленные малым знанием объекта и ошибками в построении модели, можно исправить в последующих циклах. В методологии моделирования, таким образом, заложены большие возможности саморазвития.

В различных областях науки математика является бесспорным рабочим и связующим инструментом. Дальнейшее развитие многих дисциплин без нее просто невозможно. Предъявляемые в современных условиях развития экономики требования к подготовке управленческих решений вызывают необходимость значительного повышения уровня обработки экономической информации. При этом наиболее эффективным способ ее обработки могут стать экономико-математические методы исследования и прогнозирования.

Проникновение математики в экономическую науку связано с преодолением значительных трудностей. Главные из них заключаются в природе экономических процессов, в специфике экономической науки. Большинство объектов, изучаемых экономической наукой, может быть охарактеризовано кибернетическим понятием "сложная система". Наиболее распространено понимание системы как совокупности элементов, находящихся во взаимодействии и образующих некоторую целостность, единство.

Важным качеством любой системы является наличие таких свойств, которые не присущи ни одному из элементов, входящих в систему. Поэтому при изучении систем недостаточно просто пользоваться методом их расчленения на элементы с последующим изучением этих элементов в отдельности. Одна из трудностей экономических исследований в том, что почти не существует экономических объектов, которые можно было бы рассматривать как отдельные (внесистемные) элементы.

Сложность системы любой природы (технической, экономической, биологической, социальной и т.д.) определяется количеством входящих в нее элементов, связями между этими элементами, а также взаимоотношениями между системой и средой. Экономика обладает всеми признаками очень сложной системы. Она объединяет огромное число элементов, отличается многообразием внутренних связей и связей с другими системами (природной средой, экономической деятельностью других субъектов, социальными отношениями и т.д.). В народном хозяйстве взаимодействуют природные, технологические, социальные процессы, объективные и субъективные факторы.

Сложностью экономических отношений нередко обосновывали невозможность моделирования экономики, изучения ее средствами математики. Моделировать можно объект

любой природы и любой сложности. Сложные объекты представляют наибольший интерес для моделирования; именно здесь моделирование может дать результаты, которые нельзя получить другими методами исследования.

Потенциальная возможность математического моделирования любых экономических объектов и процессов не означает, разумеется, ее успешной осуществимости при данном уровне экономических и математических знаний, имеющейся конкретной информации и вычислительной техники. И хотя нельзя указать абсолютные границы математической формализуемости экономических проблем, всегда будут существовать еще неформализованные проблемы, а также ситуации, где математическое моделирование недостаточно эффективно.

Этапы процесса моделирования. В различных отраслях знаний этапы процесса моделирования приобретают свои специфические черты. Но во всех случаях можно выделить несколько этапов, присущих в той или иной мере процессу моделирования в любой сфере [1].

1. *Постановка проблемы и ее качественный анализ.* Главное здесь — четко сформулировать сущность проблемы, принимаемые допущения и те вопросы, на которые требуется получить ответы. Этот этап включает

- выделение важнейших черт и свойств моделируемого объекта и абстрагирование от второстепенных;
- изучение структуры объекта и основных зависимостей, связывающих его элементы;
- формулирование гипотез (хотя бы предварительных), объясняющих поведение и развитие объекта.

2. *Построение математической модели.* Это — этап формализации проблемы, выражения ее в виде конкретных математических зависимостей и отношений (функций, уравнений, неравенств и т.д.). Обычно сначала определяется (или задается в случае применения формальных моделей) основная конструкция (тип) математической модели, а затем уточняются детали этой конструкции (конкретный перечень переменных и параметров, форма связей). Таким образом, построение модели подразделяется в свою очередь на несколько стадий.

Неправильно полагать, что чем больше факторов (т.е. входных и выходных переменных состояния) учитывает модель, тем она лучше "работает" и дает лучшие результаты. То же можно сказать о таких характеристиках сложности модели, как используемые формы математических зависимостей (линейные и нелинейные), учет факторов случайности и неопределенности и т.д. Излишняя сложность и громоздкость модели затрудняют процесс исследования. Нужно не только учитывать реальные возможности информационного и математического обеспечения, но и сопоставлять затраты на моделирование с получаемым эффектом (при возрастании сложности модели нередко рост затрат на моделирование может превысить рост эффекта от внедрения моделей в задачи управления). Естественно, необходимо стремиться к тому, чтобы получить модель, принадлежащую хорошо изученному классу математических задач, пути и методы решения которых известны и хорошо разработаны. Часто это удается сделать путем некоторого упрощения исходных предпосылок модели, не искажающих существенных черт моделируемого объекта. Однако возможна и такая ситуация, когда формализация проблемы приводит к неизвестной ранее математической структуре, в этом случае актуальность приобретают вычислительные методы, с помощью которых можно исследовать модель и ее свойства (в конечном счете — свойства исходного объекта).

3. *Математический анализ модели.* Целью этого этапа является выяснение общих свойств модели. Здесь применяются чисто математические приемы исследования. Наиболее важный момент — доказательство существования решений в сформулированной модели (теорема существования). Если удастся доказать, что математическая задача не имеет решения, то необходимость в последующей работе по первоначальному варианту модели отпадает; следует скорректировать либо постановку задачи, либо способы ее математической формализации. При аналитическом исследовании модели выясняются такие вопросы, как, например, единственно ли решение, какие переменные могут входить в решение, каковы будут соотношения между ними, в каких пределах и в зависимости от каких исходных условий они изменяются, каковы тенденции их изменения и т.д.

Модели сложных объектов с большим трудом поддаются аналитическому исследованию. В тех случаях, когда аналитическими методами не удается выяснить общих свойств модели, а упрощения модели приводят к недопустимым результатам, связанным с потерей ее адекватности, переходят к численным методам исследования.

4. *Подготовка исходной информации.* Моделирование предъявляет жесткие требования к системе информации. В процессе подготовки информации широко используются методы теории вероятностей, теоретической и математической статистики. При системном математическом моделировании исходная информация, используемая в одних моделях, является результатом функционирования других моделей.

5. *Численное решение.* Этот этап включает разработку алгоритмов для численного решения задачи, составления программ на компьютере и непосредственное проведение расчетов. Здесь приобретают актуальность различные методы обработки данных, решения разнообразных уравнений, вычисления интегралов и т.п. Нередко расчеты по математической модели носят многовариантный, имитационный характер. Благодаря высокому быстродействию современных компьютеров удается проводить многочисленные "модельные" эксперименты, изучая "поведение" модели при различных изменениях некоторых условий. Для решения таких задач важное значение имеют методы оптимизации, т.е. поиска наилучших (экстремальных) значений каких-либо функций и функционалов.

Исследование, проводимое численными методами, может существенно дополнить результаты аналитического исследования, а для многих моделей оно является единственно осуществимым. Класс задач, которые можно решать численными методами, значительно шире, чем класс задач, доступных аналитическим методам.

6. *Анализ численных результатов и их применение.* На этом заключительном этапе цикла встает вопрос о правильности и полноте результатов моделирования, об адекватности модели, о степени ее практической применимости. Математические методы проверки результатов могут выявлять некорректность построения модели и тем самым сужать класс потенциально правильных моделей. Неформальный анализ теоретических выводов и численных результатов, получаемых посредством модели, сопоставление их с имеющимися знаниями и фактами действительности также позволяют обнаруживать недостатки исходной постановки задачи, сконструированной математической модели, ее информационного и математического обеспечения.

Поскольку современные математические задачи могут быть сложны по своей структуре, иметь большую размерность, то часто случается, что известные алгоритмы и программы для компьютера не позволяют решить задачу в первоначальном виде. Если невозможно в короткий срок разработать новые алгоритмы и программы, исходную постановку задачи и модель упрощают: снимают и объединяют условия, уменьшают число учитываемых факторов, нелинейные соотношения заменяют линейными т.д.

Недостатки, которые не удается исправить на промежуточных этапах моделирования, устраняются в последующих циклах. Но результаты каждого цикла имеют и вполне самостоятельное значение. Начав исследование с построения простой модели, можно быстро получить полезные результаты, а затем перейти к созданию более совершенной модели, дополняемой новыми условиями, включающей уточненные математические зависимости.

Применение математического моделирования в решении практических проблем. Теория математического анализа моделей экономики развилась в особую ветвь современной математики — математическую экономику. Модели, изучаемые в рамках математической экономики, теряют непосредственную связь с экономической реальностью; они имеют дело с исключительно идеализированными экономическими объектами и ситуациями. При построении таких моделей главным принципом является не столько приближение к реальности, сколько получение возможно большего числа аналитических результатов посредством математических доказательств. Ценность этих моделей для экономической теории и практики состоит в том, что они служат теоретической базой для моделей прикладного типа.

Можно выделить, по крайней мере, четыре аспекта применения математических методов в решении практических проблем.

1. *Совершенствование системы сбора информации о сложном объекте.* Математические методы позволяют упорядочить систему информации, выявлять недостатки в имеющейся информации и вырабатывать требования для подготовки новой информации или ее корректировки. Разработка и применение математических моделей указывают пути совершенствования системы сбора и анализа информации, ориентированной на решение определенных задач планирования и управления. Прогресс в информационном обеспечении планирования и управления опирается на бурно развивающиеся технические и программные средства информатики.

2. *Интенсификация и повышение точности технических и экономических расчетов.* Формализация проектных технических и экономических задач и применение компьютеров многократно ускоряют типовые, массовые расчеты, повышают точность и сокращают трудоемкость, позволяют проводить многовариантные технические и экономические обоснования сложных мероприятий, недоступные при "ручной" технологии.

3. *Углубление количественного анализа проблем в технических, экономических и других приложениях.* Благодаря применению метода моделирования значительно усиливаются возможности конкретного количественного анализа: изучение многих факторов, оказывающих влияние на процессы, количественная оценка последствий изменения условий развития объектов и т.п.

4. *Решение принципиально новых научных и практических задач в любой сфере приложений.* Посредством математического моделирования удается решать такие задачи, которые иными средствами решить невозможно, например:

- нахождение оптимального варианта выпуска продукции,
- создание объекта любой природы с заранее заданными свойствами,
- автоматизация контроля над функционированием сложных технико-экономических объектов и т.п.

Одним из примеров применения математического моделирования в решении практических проблем является моделирование региональной экономики [3].

Моделирование региональной экономики. В современных условиях приоритетности развития экономики на региональном уровне одной из наиболее актуальных является задача исследования ресурсной базы регионов и формирования региональной программы развития. Эту задачу наиболее оптимально можно решить, систематизировав экономическую работу в виде:

- конкретизации целей, содержания и направлений экономического анализа и прогнозирования состояния экономики региона;
- разработки системы показателей, отвечающих требованиям анализа экономических отношений региона;
- определения источников получения исходной информации;
- формирования информационных баз;
- разработки программных продуктов, обеспечивающих аккумуляцию и расчет экономических показателей;
- систематизации и обработки получаемых показателей по тематическим и отраслевым признакам экономики региона;
- разработки методологии и методики анализа, включая разработку инструментов прогнозирования на региональном уровне, а также определения факторных зависимостей ресурсных секторов организаций региона;
- подготовки на регулярной основе статистических и аналитических материалов для принятия решений управленческого характера.

Прогнозно-аналитическая работа должно вестись по следующим направлениям:

- анализ и прогнозирование общеэкономических процессов на региональном уровне;
- выявление и анализ тенденций в сфере денежно-кредитных, валютно-финансовых и ценовых отношений в регионе;
- деятельность банковской системы, тенденции развития и ее роль в региональной экономике.

Разработка системы показателей охватывает два основных направления.

Первое направление включает показатели, характеризующие социально-экономическое положение региона. Исследуются показатели, отражающие состояние и структуру производства в реальном секторе экономики, финансовые результаты деятельности предприятий и организаций, уровень инвестиций в регионе, ситуацию на товарных рынках региона, состояние расчетов предприятий и организаций, доходы населения, а также занятость трудоспособного населения.

Второе направление охватывает показатели, характеризующие состояние и развитие конкретного сектора экономики (в зависимости от цели исследования): промышленности, банковской системы, транспорта, торговли, туризма, сферы обслуживания и т.п.

Завершающим этапом для принятия управленческих решений на уровне региона является подготовка аналитико-прогнозной информации по различным тематическим разделам:

- анализ экономики региона, например региона Большая Ялта;

- экономика Большой Ялты в АР Крым;
- анализ функционирования различных отраслей;
- прогноз деятельности отдельных секторов экономики;
- взаимосвязь региональной экономики и деятельности различных отраслей.

В заключении можно отметить, что математическое моделирование как инструмент познания завоевывает все новые и новые позиции в различных областях деятельности человека. Оно становится главенствующим направлением в проектировании и исследовании новых систем, выборе и обосновании оптимальных условий их функционирования и т.п. Это позволяет по-новому рассматривать моделирование и направления перспективного развития экономики на региональном уровне.

Литература

1. Васильков Ю.В., Василькова Н.Н. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 1999.
2. Горстко А.Б. и др. Введение в моделирование эколого-экономических систем. – Ростов-на-Дону: Из-во Ростовского университета, 1998.
3. Каримов Р.М. Моделирование региональной экономики и банковская система // Деньги и кредит, 2000, № 3 – стр. 17-22.
4. Ляшенко И.Н. и др. Методы эколого-экономического моделирования. – Нукус, Билим, 1994.
5. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. – М.: Энергоатомиздат, 1996.
6. Рюмина Б.В. Экологический фактор в экономико-математических моделях. – М.: Наука, 1980.
7. Baum, Thomas. Economic and Management Methods for Tourism and Hospitality Research. – JOHN WILEY & SONS, 1999.