

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ «ПАСТУХА С ИОННЫМ ЛУЧОМ» ОТНОСИТЕЛЬНО ОБЪЕКТА КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

Целью работы является решение задачи нахождения оптимального с точки зрения передаваемого «ионным лучом» силового воздействия положения «пастуха» относительно мишени. Минимизируемая целевая функция определена с учетом эффективности реализации миссии по активному удалению космического мусора в рамках концепции «Пастух с ионным лучом». Предложено использовать информацию о контуре центральной проекции мишени для определения составляющих вектора создаваемой факелом электрореактивного двигателя силы, входящих в целевую функцию. Оптимальное положение «пастуха» для заданной ориентации мишени найдено численно с помощью метода поиска по шаблону. Полученные результаты целесообразно использовать при управлении относительным движением системы «пастух – мишень».

Метою роботи є вирішення задачі знаходження оптимального з погляду переданого «іонним променем» силового впливу положення «пастуха» відносно мішені. Цільова функція, що мінімізується, визначена з урахуванням ефективності реалізації місії з активного видалення космічного сміття в рамках концепції «Пастух з іонним променем». Запропоновано при обчисленні цільової функції використовувати інформацію про контур центральної проекції мішені для визначення складових вектора сили, що створюється факелом електрореактивного двигуна. Оптимальне положення «пастуха» для заданої орієнтації мішені знайдено чисельно за допомогою методу пошуку за шаблоном. Отримані результати доцільно використовувати при керуванні відносним рухом системи «пастух – мішень».

The work aim of the work is to solve the problem of finding an optimal position of a shepherd with respect to a target in terms of forces transmitted by the ion beam. The minimized efficiency function is derived taking into account the effectiveness of the mission to remove actively space debris within the concept of the Ion Beam Shepherd. The information about the contour of the central projection of the target is proposed for determining the efficiency-function vector components of the force transmitted by a plume of the electric thruster. The optimal position of the shepherd for a given attitude position of the target is found numerically using the pattern search method. The results can be used to control the relative motion of the shepherd-target system.

Ключевые слова: активное удаление космического мусора, передаваемая сила, ионный луч, мишень, оптимальное положение, контур центральной проекции.

Введение. В последнее время ведущими космическими державами уделяется повышенное внимание проблеме загрязненности околоземного космического пространства большим количеством искусственно созданных объектов, не выполняющих полезных функций (обломки ступеней ракет-носителей, нефункционирующие космические аппараты и др.). Моделирование популяции космического мусора (КМ), выполненное ведущими космическими агентствами, показывает, что ситуация для некоторых околоземных орбит уже является критической и требуются решительные и эффективные действия для ее улучшения [1]. При этом многими экспертами высказывается мнение, что для решения проблемы необходимо выполнять операции по активному удалению космического мусора, предполагающие непосредственный ввод КМ с околоземных орбит.

Среди многочисленных предложенных и описанных в литературе подходов для активного удаления КМ [2 – 4] концепция бесконтактного увода объектов КМ, получившая название «Пастух с ионным лучом (ПИЛ)» (Ion Beam Shepherd) [5], обладает рядом преимуществ, а именно: эффективность увода, низкий уровень риска, возможность повторного использования, технологическая готовность. Основной принцип этой концепции заключается в использовании потока ионов электрореактивного двигателя (ЭРД) в качестве средства,

передающего силовой импульс объекту КМ для его торможения.

Художественное представление концепции ПИЛ показано на рис. 1. Космический аппарат (КА) – «пастух» оборудован основным ЭРД, который излучает поток ускоренной квазинейтральной плазмы, направленный на объект КМ (мишень) так, чтобы приложить силу к мишени за счет импульса, который несут ионы плазмы. На «пастухе» также предусмотрена дополнительная двигательная установка, которая необходима для того, чтобы предотвратить его удаление от мишени вследствие работы основного ЭРД. Если пренебречь импульсом, связанным с ионами, распыляемыми поверхностью мишени, а также считать, что луч полностью попадает на мишень, то сила, с которой основная двигательная установка действует на мишень, будет равна по модулю тяге ЭРД. Уменьшение полного переданного импульса имеет место тогда, когда часть ионов пролетает мимо мишени из-за расхождения ионного пучка или возможных ошибок наведения луча.



Рис. 1 – Художественное представление концепции ПИЛ

Для того чтобы луч «пастуха» попадал на мишень нужным образом, необходимо управлять его положением относительно мишени. При этом необходимо учитывать следующее:

1. Модуль вектора силы, переданной мишени, должен быть максимальным в каждый момент времени для обеспечения максимального эффекта торможения;
2. Направление вектора силы должно быть максимально близким к направлению вектора скорости, так как наличие его поперечных составляющих может привести к нежелательной эволюции орбиты КМ, что усложнит применение рассматриваемой концепции увода.

Следует отметить, что концепция ПИЛ является достаточно новой и решению связанных с ней задач посвящено небольшое количество работ. Например, в статьях [6, 7] предложены теоретические основы описания факела ЭРД и вычисления передаваемой силы. В работе [8] получены аналитические выражения для передаваемой силы и проведены исследования относительного движения при рассмотрении мишени сферической формы. В работах [9] исследуются вопросы управления положением центра масс «пастуха» относительно мишени цилиндрической формы. При проведении исследований авторы приняли в качестве номинального такое положение «пастуха», когда ось ионного луча проходит через центр масс мишени. Принимая во внимание, что объекты КМ могут представлять собой несимметричные тела либо иметь смещенный центр масс, можно утверждать, что такое допущение

не всегда является оптимальным решением с учетом приведенных выше соображений. К сожалению, в публикациях не представлены результаты, посвященные вопросу определения оптимального положения «пастуха» относительно мишени.

Целью статьи является решение задачи нахождения оптимального с точки зрения передаваемого ионным лучом силового воздействия положения «пастуха» относительно мишени.

Постановка задачи. В соответствии с концепцией ПИЛ будем рассматривать объект КМ на квазикруговой низкой околоземной орбите, который может медленно вращаться относительно центра масс, и КА – «пастух», расположенный на некотором близком расстоянии от мишени и воздействующий на нее с помощью факела ЭРД. Определим положение «пастуха» относительно мишени, оптимальное с точки зрения передачи силового воздействия для увода объекта КМ.

Введем следующие правые ортогональные системы координат.

Связанная с основным ЭРД система координат (СКЭ), $O_T x_T y_T z_T$, начало O_T которой расположено в вершине воображаемого конуса ионного луча. Ось $O_T z_T$ совпадает с осью луча и направлена в сторону сопла двигателя. Будем считать, что ЭРД установлен неподвижно на «пастухе», который сориентирован таким образом, что ось $O_T z_T$ совпадает с касательной к орбите и направлена на мишень, ось $O_T y_T$ совпадает с бинормалью орбиты и направлена от Земли, а ось $O_T x_T$ дополняет систему координат до правой.

Начало связанной с мишенью системы координат (СКМ) $O_M x_M y_M z_M$ расположено в центре масс мишени. Направление осей СКМ совпадает с главными центральными осями инерции мишени. Ориентация осей СКМ относительно СКЭ определяется углами Крылова φ , ϑ , ψ [10].

Поверхность мишени аппроксимируем сетью элементарных площадок. Под сетью здесь понимается топологическое множество точек, связанных между собой ребрами – отрезками прямых линий так, что исходная область разбивается на площадки определенной формы. Выбор метода разбиения зависит от сложности поверхности мишени. Например, в случае объектов цилиндрической формы достаточно задать определенное количество точек, определяющих основания цилиндра. Для мишеней произвольной формы могут быть использованы хорошо разработанные методы триангуляции [11], которые базируются на аппроксимации поверхностей сеткой треугольников.

Векторы, определяющие множество точек мишени в СКЭ, могут быть найдены следующим образом:

$$P_T^l = T_{MT} P_M^l + B_T, \quad l = 1, \dots, L;$$

где P_M^l – векторы, определяющие множество точек мишени в СКМ; $B_T = [b_T^x \quad b_T^y \quad b_T^z]^T$ – вектор, определяющий положение начала СКМ относительно СКЭ; T_{MT} – переходная матрица от СКМ к СКЭ; l – текущий номер точки мишени.

Сила воздействия луча на мишень может быть описана с помощью следующей функции

$$F_T = \begin{bmatrix} f_T^x & f_T^y & f_T^z \end{bmatrix}^T = F(\varphi, \vartheta, \psi, B_T). \quad (1)$$

С учетом (1) рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом. Для заданной ориентации мишени, определяемой углами φ , ϑ , ψ , найти вектор B_T , который обеспечивает максимальное значение составляющей f_T^x и минимальные значения f_T^y , f_T^z . Кроме того, очевидно, что для максимального попадания потока плазмы на мишень «пастух» целесообразно размещать как можно ближе к мишени. Минимальное расстояние выбирается из соображений возможности исключения столкновений между «пастухом» и мишенью. То есть, при решении рассматриваемой задачи составляющую b_T^z вектора B_T можно считать заданной величиной. Таким образом, решение рассматриваемой задачи найдем путем нахождения минимума в области параметров b_T^x , b_T^y следующей целевой функции

$$G(b_T^x, b_T^y) = (f_T^x)^2 + (f_T^y)^2 - (f_T^z)^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Взаимодействие ионного луча с мишенью. Факел ЭРД (ионный луч), представляет собой поток тяжелых ионов рабочего тела (например, ксенона), ускоренных до энергетического уровня нескольких килоэлектрон-вольт. При воздействии такого луча на твердое тело последнему сообщается сила, которая в основном обусловлена импульсом ионов плазмы, бомбардирующих мишень. Пренебрегая эффектами покидания ионами плазмы поверхности мишени, распыления ее материала, а также давления электронов, элементарную силу, воздействующую на объект КМ, можно вычислить следующим образом [9]:

$$dF = mnU (-V \cdot U) ds, \quad (3)$$

где m – масса частицы; n – плотность плазмы на поверхности элементарной площадки; U – вектор скорости частицы; ds – площадь элементарной площадки поверхности мишени; V – единичный вектор нормали к элементарной площадке.

Сила F , передаваемая мишени ионным лучом, может быть вычислена путем интегрирования элементарных сил (3) по облучаемой поверхности мишени S

$$F = \int_S dF. \quad (4)$$

Факел ЭРД принято условно разбивать на ближнюю (обычно меньше метра) и дальнюю области. Для описания дальней области предложено достаточное количество математических моделей, отличающихся сложностью и точностью [9]. При этом в качестве компромиссного варианта может быть выбрана так называемая автоподобная модель (self-similar model) распространения плазмы.

Автоподобные модели основываются на предположении, что характер распространения ионов может быть описан с помощью безразмерной функции подобия $h(\tilde{z})$ следующим образом

$$r(z) = r_0 h(\tilde{z}), \quad \tilde{z} = z / R_0,$$

где r , z – радиальные и аксиальные координаты, характеризующие направления распространения ионов; R_0 , r_0 – радиус луча и радиальные координаты ионов в начале дальней области ($z = 0$).

С использованием функции $h(\tilde{z})$ плотность плазмы в произвольной точке с координатами r , z может быть определена следующим образом [9]:

$$n = \frac{n_0}{h^2(\tilde{z})} \exp\left(-C \frac{\tilde{r}^2}{2h^2(\tilde{z})}\right), \quad \tilde{r} = r / R_0, \quad (5)$$

где n_0 – плотность плазмы в начале дальней области луча; C – коэффициент, определяющий, какая часть потока плазмы попадает в окружность радиуса R_0 (например, $C = 3$ соответствует 95% попадания потока).

Для случаев, когда число Маха в начале дальней области луча $M_0 \gg 1$, характер распространения ионов плазмы приближается к конусу, хотя, строго говоря, им не является. В то же время при $M_0 \geq 40$ и расстоянии до мишени менее 7 метров характер распространения плазмы можно считать коническим. В этом случае функция подобия может быть определена в следующем виде

$$h = \tilde{z} \operatorname{tg} \alpha_0, \quad (6)$$

где α_0 – начальный угол расхождения луча.

Для рассматриваемой задачи принято считать, что аксиальная составляющая скорости ионов плазмы практически не меняется

$$u_z = u_{z0} = \text{const}. \quad (7)$$

Радиальная составляющая скорости в рамках рассмотренной модели определяется следующим выражением [9]:

$$u_r = u_z \tilde{r} \frac{h'}{h}, \quad (8)$$

где h' – производная от функции $h(\tilde{z})$ по \tilde{z} .

С учетом выражения (6) радиальная составляющая скорости может быть представлена таким образом

$$u_r = u_{z0} \frac{\tilde{r}}{\tilde{z}}. \quad (9)$$

Использование центральной проекции мишени при вычислении передаваемой силы. Расчет передаваемой силы с использованием формул (3) – (9) приводит к достаточно громоздким вычислительным процедурам, так как необходимо выполнять вычисление и интегрирование элементарных сил с учетом сложной поверхности мишени. Для того чтобы сделать вычисление целевой функции проще, используем подход, предложенный в работе [12] для расчета силы по информации о центральной проекции мишени на вспомогательную плоскость.

В рамках этого подхода предполагается конический характер распространения плазмы. Так как площадь сечения луча возрастает пропорционально квадрату расстояния от источника, а плотность плазмы убывает пропорционально квадрату расстояния от источника (5), а также с учетом описанного выше механизма взаимодействия луча с поверхностью мишени, элементарная сила, действующая на элементарную площадку мишени ds , равна элементарной силе, действующей на центральную проекцию этой площадки на некоторую плоскость, перпендикулярную оси конуса луча. Следовательно, при расчете силы можно рассматривать не поверхность мишени, а ее центральную проекцию на перпендикулярную вспомогательную плоскость (рис. 2).

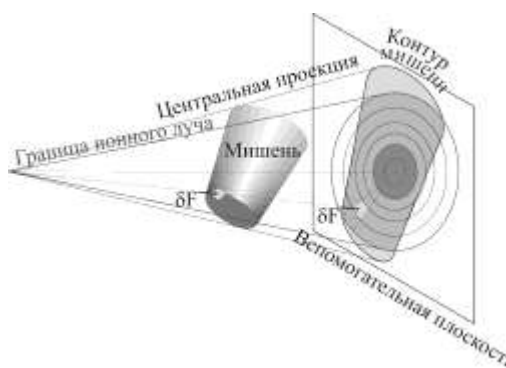


Рис. 2 – Центральная проекция мишени на вспомогательную плоскость

Будем считать, что расстояние до мишени и характеристики ЭРД отвечают условиям, отмеченным выше, и для вычисления передаваемой силы может быть использовано представление потока плазмы в виде конуса. Свойства плазмы неодинаковы в различных конических областях луча, поэтому методика [12] основана на его разбиении на конечные элементы в сферических координатах, как показано на рис. 3. Здесь φ_1^i – угол расхождения i -го конического элемента луча, $\delta\varphi_1$ – шаг разбиения луча на конические элементы, φ_2^j – угол характеризующий положение j -го сектора сечения луча, $\delta\varphi_2$ – шаг разбиения сечения луча на секторы.

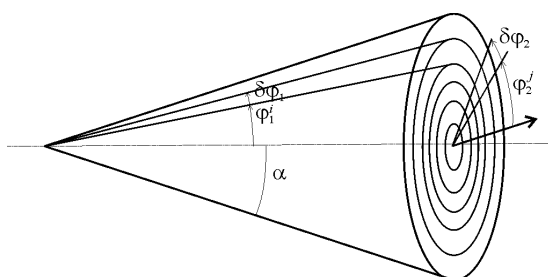


Рис. 3 – Разбиение луча ЭРД на конечные элементы

Очевидно, что если весь луч попадает на мишень, то на нее действует сила, направленная по оси луча и равная полной тяге ЭРД. Если же на мишень

попадают ионы из некоторой области луча $\delta\varphi_1 \times \delta\varphi_2$, то направление действующей силы совпадает с линией проецирования центра этой области. Теперь предположим, что на мишень попадает поток ионов, несомый некоторой частью кольцевой области. С учетом конического характера распределения свойств луча нет необходимости интегрировать элементарную силу по поверхности мишени, достаточно просуммировать равнодействующие всех сил, создаваемыми элементарными областями луча, которые попадают в контур центральной проекции мишени на плоскость, перпендикулярную оси луча (рис. 2).

Дополнительно введем правую ортогональную систему координат $O_P X_P Y_P Z_P$, связанную с расположенной между "пастухом" и мишенью плоскостью проецирования луча (СКПЛ), начало O_P которой расположено в точке пересечения плоскости проецирования и оси луча ЭРД. Ось $O_P Z_P$ перпендикулярна плоскости проецирования и направлена в сторону мишени, оси $O_P X_P$ и $O_P Y_P$ лежат в плоскости проецирования.

Координаты точек мишени P_T^I , спроецированных на рассматриваемую плоскость, определяются следующим образом:

$$x_P^I = f \frac{x_T^I}{z_T^I}, \quad y_P^I = f \frac{y_T^I}{z_T^I}, \quad (10)$$

где f – расстояние между точками начала СКПЛ и СКЭ; x_T^I, y_T^I, z_T^I – координаты точек мишени в СКЭ; x_P^I, y_P^I – координаты центральных проекций точек мишени на рассматриваемую плоскость в СКПЛ.

Как было уже сказано выше, луч ЭРД может не всегда полностью попадать на мишень. В таком случае не все элементарные элементы проекции луча попадают в область, ограниченную контуром проекции мишени, и, следовательно, необходимо определить эти элементы. Для этого подход [12] предполагает выделение K точек C_P^I ($k=1, \dots, K$) из всего множества точек мишени P_P^I , спроецированных на рассматриваемую плоскость, которые являются вершинами многоугольника, аппроксимирующего контур проекции мишени.

В случаях, когда мишень представляет собой выпуклое тело, контур ее проекции может быть найден путем решения задачи построения выпуклых оболочек, которая является фундаментальной в вычислительной геометрии и алгоритмы решения которой хорошо разработаны [13].

Для мишеней произвольной формы может быть использован, например, достаточно простой и эффективный алгоритм построения невыпуклых оболочек, характеризующих форму множества расположенных на плоскости точек [14]. В основе алгоритма лежит триангуляция Делоне [11]. Форма контура, получаемая с помощью этого алгоритма, контролируется с помощью одного нормализованного параметра. Выбор этого параметра позволяет получать разные результаты от невыпуклого многоугольника с минимальной площадью до выпуклого многоугольника. Эффективность этого алгоритма сравнима с оптимальными алгоритмами построения выпуклых оболочек, а именно время вычислений пропорционально $n \log n$, где n – количество

входных точек. Тем не менее, следует отметить, что предположение о выпуклости мишени позволяет использовать меньшее количество точек, аппроксимирующих ее поверхность, и, следовательно, существенно сократить время расчетов.

После того как определен контур мишени, конечные элементы проекции луча, ограниченные контуром мишени, выделяются с использованием известных алгоритмов определения принадлежности точки многоугольнику [15].

С использованием выражений (7) и (9) вектор скорости ионов плазмы, действующих на конечный элемент мишени, в СКЭ определяется как

$$U_T^{ij} = \left[u_0 \frac{\hat{x}_T^{ij}}{f}; u_0 \frac{\hat{y}_T^{ij}}{f}; u_0 \right]^T, \quad (11)$$

где \hat{x}_T^{ij} , \hat{y}_T^{ij} – координаты центра конечного элемента в СКЭ.

Сила, действующая на конечный элемент, определяется согласно выражениям

$$dF_T^{ij} = mn^{ij} U_T^{ij} \left(-V_T^0 \cdot U_T^{ij} \right) ds^{ij}, \quad (12)$$

$$n^{ij} = \frac{n_0 R_0^2}{f^2 \tan^2 \alpha_0} \exp \left(-C \frac{(\hat{x}_T^{ij})^2 + (\hat{y}_T^{ij})^2}{2f^2 \tan^2 \alpha_0} \right), \quad (13)$$

где $V = [0 \ 0 \ -1]^T$ – единичный вектор нормали к плоскости, перпендикулярной лучу.

Суммарная сила, действующая на мишень, вычисляется следующим образом

$$F_T = \sum_{i=1}^I \sum_{j=0}^{J-1} dF_T^{ij}, \quad (14)$$

где I – количество конических конечных элементов луча; J – количество секторов в разбиении сечения луча.

Численный пример. Рассмотрим особенности численного решения оптимизационной задачи (2) с учетом использованного способа расчета передаваемой силы (11) – (14). Определим оптимальное положение «пастуха» относительно мишени цилиндрической формы со смещенным центром масс. При проведении расчетов используем следующие исходные данные.

Высота цилиндра $h = 2,6$ м. Диаметр основания цилиндра $d = 2,2$ м. Вектор, характеризующий положение центраоида цилиндра в СКМ, имеет следующие значения: $[0,55 \ 0,55 \ -0,65]^T$ м. Мишень ориентирована относительно СКЭ следующим образом: $\varphi = 0$ град, $\vartheta = 45$ град, $\psi = 45$ град. Расстояние между «пастухом» и мишенью $b_T^z = 7$ м. Расстояние между центром проецирования и плоскостью проецирования $f = 0,2$ м.

Параметры ЭРД следующие: начальный радиус $R_0 = 0,1$ м; масса ионов (ксенон) $m = 2,2 \cdot 10^{-25}$ кг; начальная плотность плазмы $n_0 = 2,6 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$;

начальная аксиальная скорость ионов $u_0 = 38000$ м/с; число Маха $M_0 = 50$; угол расхождения луча $\alpha_0 = 15$ град.

Перед выбором численного метода решения оптимизационной задачи рассмотрим особенности целевой функции. На рис. 4 изображены значения целевой функции в области оптимизируемых параметров b_7^x и b_7^y . Следует отметить, что использование алгоритма расчета передаваемой силы, основанного на разбиении проекции луча ЭРД на конечные элементы, приводит к тому, что критерий оптимизации представляет собой негладкую функцию с локальными минимумами. Для иллюстрации этой особенности на рис. 5 изображена зависимость значений целевой функции от параметра b_7^y ($b_7^x = 0$) при разбиении проекции луча на конечные элементы для случая $I = 6$ и $J = 6$.

Отмеченные особенности целевой функции не позволяют использовать для решения задачи градиентные методы. В связи с этим для нахождения оптимальных значений выбран метод поиска по шаблону [16]. Этот метод основан на выборе некоторого набора точек, называемых шаблоном, который расширяется или сжимается в зависимости от того, имеет или нет целевая функция для какой-либо точки данного шаблона меньшее значение, чем для текущей точки. Поиск заканчивается после того, как будет достигнут минимальный размер рассматриваемого шаблона. В алгоритмах поиска по шаблону не используются какие-либо значения производных вследствие чего этот метод пригоден для оптимизации негладких функций. Метод поиска по шаблону эффективен при поиске глобальных минимумов и в большинстве случаев требует значительно меньших компьютерных затрат в сравнении с другими методами глобальной оптимизации [17], например генетическими алгоритмами.

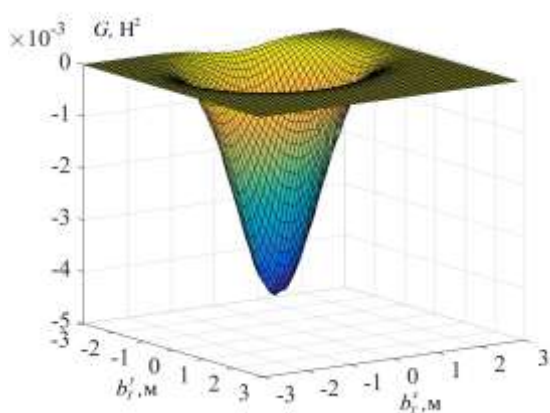


Рис. 4 – Значения целевой функции в области оптимизируемых параметров

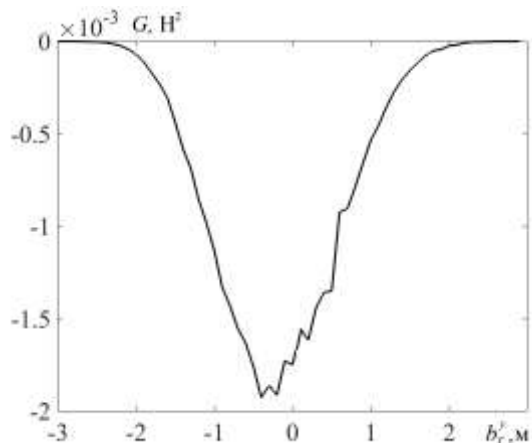


Рис. 5 – Значения целевой функции при $b_r^x = 0$

Для рассмотренных исходных данных минимальное значение целевой функции $G = -0,0048 \text{ Н}^2$ достигается при $b_r^x = -0,953 \text{ м}$ и $b_r^y = 0,029 \text{ м}$. На рис. 6 пунктиром показана проекция луча ЭРД на вспомогательную плоскость и ее разбиение на конечные элементы. На этом же рисунке сплошной жирной линией изображен контур мишени при оптимальном размещении «пастуха» (случай 1), а точками показан контур мишени для случая 2, когда ось луча проходит через центр масс мишени ($b_r^x = 0$ и $b_r^y = 0$). В первом случае на мишень действует сила $F = [3,077 \cdot 10^{-5} \quad -1,29 \cdot 10^{-5} \quad 0,067]^T \text{ Н}$, а во втором – $F = [2,9 \cdot 10^{-3} \quad 7,247 \cdot 10^{-4} \quad 0,046]^T \text{ Н}$. Неоптимальное размещение «пастуха» относительно мишени приводит к тому, что значительная часть потока плазмы проходит мимо мишени. Это приводит к уменьшению силового воздействия в нужном направлении и снижает эффективность миссии по уводу космического мусора. Кроме того, следствием смещения оси луча относительно мишени является появление боковых составляющих силы, которые могут привести к нежелательной эволюции орбиты космического мусора и усложнению задачи увода КМ в соответствии с концепцией ПИЛ.

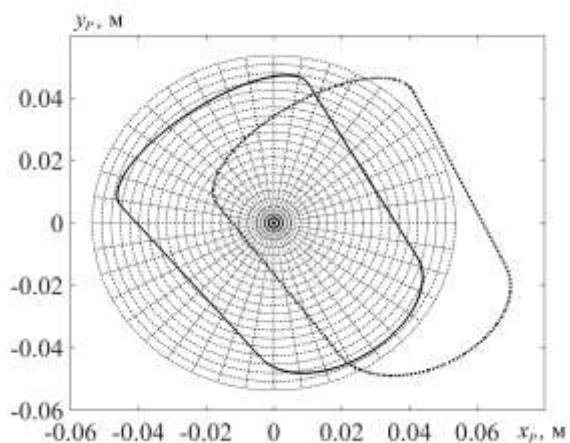


Рис. 6 – Проекция луча ЭРД и контуров мишени на вспомогательную плоскость

Выводы. В статье рассмотрена задача определения оптимального положения «пастуха с ионным лучом» относительно объекта космического мусора. Минимизируемая целевая функция определена с учетом эффективности реализации миссии по активному удалению космического мусора в рамках концепции «Пастух с ионным лучом», а именно обеспечения максимального торможения объекта космического мусора. Предложено использовать информацию о контуре центральной проекции мишени для определения составляющих вектора создаваемой факелом ЭРД силы, входящих в целевую функцию. Такой подход позволяет существенным образом повысить скорость расчетов, поскольку дает возможность перейти от интегрирования элементарных сил по сложной поверхности мишени, облучаемой потоком плазмы, к определению силы на двумерной области, ограниченной контуром ее центральной проекции. Оптимальное положение «пастуха» для заданной ориентации мишени найдено численно с помощью метода поиска по шаблону. Полученные результаты целесообразно использовать при управлении относительным движением системы «пастух–мишень». Оптимальные положения «пастуха» могут быть определены заранее для различных угловых положений мишени с выбранным шагом либо вычисляться непосредственно на орбите. Во втором случае целесообразно провести дополнительные исследования с целью определения наиболее эффективного метода численного нахождения оптимальных значений в рамках сформулированной задачи.

Представленные в статье результаты получены при выполнении проекта LEOSWEEP, финансируемого в рамках 7-й Европейской рамочной программы (грант № N.607457).

1. *Liou J.-C.* Stability of the Future Leo Environment – an IADC Comparison Study / *J.-C. Liou, A.K. Anilkumar, B. Bastida et al.* // Proc. “6th European Conference on Space Debris”, Germany, 22–25 April 2013, Darmstadt, (ESA SP-723, August 2013). – 2013.
2. *Bondarenko S.* Prospects of Using Lasers and Military Space Technology for Space Debris Removal / *S. Bondarenko, S. Lyagushin, G. Shifrin* // Second European Conference on Space Debris. – 1997. – 393. – P. 703.
3. *Phipps C. R.* ORION: Clearing Near-Earth Space Debris in Two Years Using a 30-kW Repetitively-Pulsed Laser / *C. R. Phipps, J. P. Reilly* // SPIE Proceedings of the International Society for Optical Engineering. – 1997. – P. 728 – 731.
4. *Bombardelli C.* Space Debris Removal with Bare Electrodynamic Tethers / *C. Bombardelli, J. Herrera, A. Iturri, J. Pelaez* // Proceedings of the 20th AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, San Diego, CA. – 2010.
5. *Takeichi N.* Practical Operation Strategy for Deorbit of an Electrodynamic Tethered System / *N. Takeichi* // J. of Spacecraft and Rockets. – 2006. – 43, N 6. – P. 1283 – 1288. doi:10.2514/1.19635.
6. *Bombardelli C.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal / *C. Bombardelli, J. Peláez*, // JGCD. – 2011. – 34, N 3, May – June. – P. 916 – 920.
7. *Cichocki F.* Collisionless Plasma thruster plume expansion model / *F. Cichocki, M. Merino, E. Ahedo* // 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. – 2014.
8. *Bombardelli C.* Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite / *C. Bombardelli, H. Urrutxua, M. Merino, E. Ahedo, and J. Pelaez* // Spaceflight mechanics 2012, volume 143. – 2012. – P. 2145 – 2158.
9. *Bombardelli C.* Ariadna call for ideas: Active removal of space debris ion beam shepherd for contactless debris removal / *C. Bombardelli, M. Merino, E. Ahedo, J. Pel_aez, H. Urrutxua, A. Iturri-Torreay, J. Herrera-Montojoy* // Technical report. – 2011. – 90 p.
10. *Лурье А. И.* Аналитическая механика / *А. И. Лурье*. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
11. *Frey P.J.* Mesh Generation Application to Finite Elements / *P.J. Frey, P.L. George* // HERMES Science Europe Ltd. – 2000. – 814 p.
12. *Алпатов А. П.* Расчет воздействия факела электрореактивного двигателя на объект космического мусора / *А.П. Алпатов, А.Е. Закржевский, М. Мерино, А.А. Фоков, С.В. Хорошилов, Ф. Чичокки* // Международная конференция «Космические технологии: настоящее и будущее». Тезисы докладов, – Днепропетровск, 2015. – С. 84.

13. *De Berg M.* Computational Geometry: Algorithms and Applications / *M. De Berg, M. Van Kreveld, M. Overmars, O. Schwarzkopf.* – N.Y.: Springer. – 2000. – 360 p.
14. *Duckham M.* Efficient generation of simple polygons for characterizing the shape of a set of points in the plane / *M. Duckham, L. Kulik, M. Worboys, A. Galton* // Pattern Recognition. – 2008. – Volume 41, Issue 10. – P. 2965 – 3270.
15. *Hormann K.* The point in polygon problem for arbitrary polygons / *K. Hormann, A. Agathos* // Comput. Geom. Theory Appl. – 20 (2001). – P. 131 – 144.
16. *Hooke R.* "Direct search" solution of numerical and statistical problems / *R. Hooke, T. A. Jeeves* // Journal of the Association for Computing Machinery (ACM). – 1961. – No 8(2). – P. 212 – 229.
17. *Horst R.* Introduction to Global Optimization, Second Edition / *R. Horst, P.M. Pardalos, N.V. Thoai.* – Kluwer Academic Publishers, 2000.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 26.03.15,
в окончательном варианте 20.05.15

Институт механики имени С. П. Тимошенко
Национальной академии наук Украины,
Киев