

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ЗА ДИСКОВОЙ ДИАФРАГМОЙ

Работа посвящена вопросу выбора математической модели при численном моделировании нестационарного течения жидкости в гидравлической системе с кавитирующей дисковой диафрагмой. При определенных условиях в такой гидросистеме могут возникать кавитационные автоколебания, что обуславливает интерес к исследованию данного явления методами вычислительной гидродинамики. В настоящее время для этого используются подходы, основанные на уравнениях Навье–Стокса. Кавитация моделируется путем введения дополнительного уравнения переноса для расчета концентрации паровой фазы в потоке. Целью данной статьи является оценка возможности применения альтернативной (и более простой) модели кавитации, основанной на использовании баротропного уравнения состояния парожидкостной смеси. Для выполнения указанной оценки проведено численное моделирование течения жидкости в гидросистеме с кавитирующей дисковой диафрагмой. В результате расчетным путем воспроизведен режим кавитационных автоколебаний в данной гидравлической системе. Продемонстрировано удовлетворительное согласование расчетных значений параметров кавитационных автоколебаний с имеющимися экспериментальными данными. Таким образом, показана применимость математической модели, основанной на уравнениях Навье–Стокса и баротропном уравнении состояния парожидкостной смеси, при численном моделировании нестационарного течения жидкости в гидравлической системе с кавитирующей дисковой диафрагмой. В дальнейшем необходимо уточнение указанной математической модели путем использования подходящей модели турбулентности. Предполагается применение уточненной модели при расчетах параметров кавитационных колебаний, генерируемых периодически-срывной кавитацией в трубках Вентури, которые используются в кавитационно-импульсных установках различного назначения.

Робота присвячена питанню вибору математичної моделі при чисельному моделюванні нестационарної течії рідини в гідралічній системі з кавітуючою дисковою діафрагмою. За певних умов у такій гідролічній системі можуть виникати кавітаційні автоколивання, що обумовлює інтерес до дослідження даного явища методами обчислювальної гідродинаміки. У цей час для цього використовуються підходи, засновані на рівняннях Нав'є–Стокса. Кавітація моделюється шляхом введення додаткового рівняння переносу для розрахунку концентрації парової фази в потоці. Метою даної статті є оцінка можливості застосування альтернативної (і більш простої) моделі кавітації, заснованої на використанні баротропного рівняння стану парорідинної суміші. Для виконання указаної оцінки проведено чисельне моделювання течії рідини в гідролічній системі з кавітуючою дисковою діафрагмою. У результаті розрахунковим шляхом відтворено режим кавітаційних коливань у даній гідралічній системі. Продемонстровано задовільне узгодження розрахункових значень параметрів кавітаційних автоколивань з наявними експериментальними даними. Таким чином, показана застосовність математичної моделі, заснованої на рівняннях Нав'є–Стокса й баротропном рівнянні стану парорідинної суміші, при чисельному моделюванні нестационарної течії рідини в гідралічній системі з кавітуючою дисковою діафрагмою. Надалі необхідно уточнення указаної математичної моделі шляхом використання відповідної моделі турбулентності. Передбачається застосування уточненої моделі при розрахунках параметрів кавітаційних коливань, що генеруються періодично-срывною кавітацією в трубках Вентури, які використовуються в кавітаційно-імпульсних установках різного призначення.

The present work deals with a problem of mathematical model choosing in a numerical simulation of an unsteady fluid flow through hydraulic system with the cavitating plate orifice. The cavitation self-excited oscillations may appear in such hydraulic system under certain conditions that arouse interest in studying this effect using the computational fluid dynamics methods. At present time the approaches based on the Navier-Stokes equations are employed. Cavitation is simulated by adding the transfer equation for calculations of the vapor phase concentration through flow. The aim of the present article is to estimate the possibility of applying an alternative (and simpler) cavitation model based on a barotropic equation of liquid-vapor mixture conditions. For the mentioned estimation a numerical simulation of the fluid flow through hydraulic system with the cavitating plate orifice is carried out. The cavitation self-excited oscillation flow regime in a given hydraulic system is simulated from calculations. An appropriate agreement of the calculated values of the cavitation self-excited oscillation parameters with the available experimental data is demonstrated. By this means the applicability of the mathematical model based on the Navier-Stokes equations and the barotropic equation of liquid-vapor mixture conditions is shown in a numerical simulation of an unsteady fluid flow through hydraulic system with the cavitating plate orifice. In what follows the refinement of the mentioned mathematical model is required using an appropriate turbulence model. The application of the refined model is supposed for calculations of the parameters of the cavitation oscillations generated by a cloud cavitation in the Venturi tubes which are used in various cavitation-pulse facilities.

Дисковые диафрагмы, являющиеся одним из видов местных сопротивлений, широко применяются в различных гидравлических системах для изме-

рения расходов жидкости, для обеспечения заданных величин расходов, а также для понижения давления на отдельных участках гидросистем. При определенных условиях, реализующихся, например, в процессе заполнения топливных магистралей летательных аппаратов или на гидравлических стендах во время испытаний, дисковые диафрагмы могут работать в кавитационном режиме. При этом в гидравлической системе, расположенной за дисковой диафрагмой, возникают кавитационные автоколебания, что может приводить к вибрациям конструкции гидросистемы и к появлению кавитационной эрозии. Как свидетельствуют результаты экспериментальных исследований, приведенные в [1], указанные автоколебания существуют в широком диапазоне изменения давления жидкости за диафрагмой, характеризуются большими величинами импульсов давления, которые могут превышать величину полного давления в жидкости перед диафрагмой, а частоты автоколебаний существенно зависят от геометрических параметров дисковой диафрагмы.

Отмеченные особенности нестационарного течения в гидравлической системе за кавитирующей дисковой диафрагмой обуславливают интерес к исследованию данного течения методами численного моделирования. В настоящее время для этого используются подходы, основанные на уравнениях Навье–Стокса. Кавитация моделируется путем введения дополнительного уравнения для концентрации паровой фазы в парожидкостной смеси в предположении, что в жидкости имеется некоторое заданное количество паровых пузырьков, объемы которых изменяются в соответствии с уравнением Рэлея [2, 3]. В связи с этим представляет интерес оценка возможности применения альтернативной и более простой модели кавитации [4], основанной на использовании баротропного уравнения состояния парожидкостной смеси и позволяющей вычислять параметры кавитационного течения в расчетной области без привлечения каких-либо дополнительных соотношений.

Целью данной работы является оценка применимости математической модели, основанной на уравнениях Навье–Стокса и баротропном уравнении состояния парожидкостной смеси, при численном моделировании процесса кавитационных автоколебаний в гидросистеме за дисковой диафрагмой.

Рассматривается течение жидкости на участке гидравлической системы с установленной на нем дисковой диафрагмой (рис. 1) при постоянных значениях

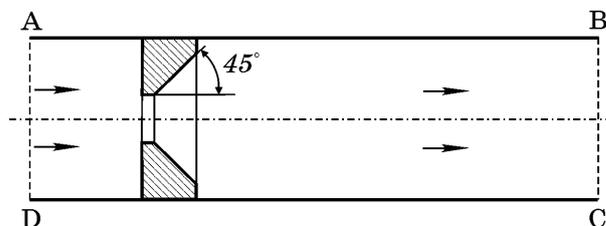


Рис. 1

полного давления в жидкости на входе AD в расчетную область и статического давления на выходе BC. Течение рассматривается в осесимметричном приближении. Коэффициент турбулентной вязкости  $\mu$  принимается

постоянным во всей расчетной области. Выбор формы отверстия диафрагмы, выходная кромка которого скошена под углом  $45^\circ$ , обусловлен наличием результатов экспериментальных исследований кавитационных автоколебаний в гидросистеме за дисковой диафрагмой данной формы [1].

Математическая модель течения включает систему полных уравнений Навье–Стокса [5, 6], представленных в интегральной форме

$$\iint_S \frac{r}{a^2} \frac{\partial p}{\partial t} dS + \oint_L \rho r v_n dL = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \iint_S r \frac{\partial \rho v_z}{\partial t} dS + \oint_L \rho r v_n v_z dL = - \oint_L p r n_z dL + \mu \oint_L \text{grad}(v_z) \cdot \vec{n} r dL + \\ + \frac{\mu}{3} \oint_L \text{div}(\vec{v}) r n_z dL, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \iint_S r \frac{\partial \rho v_r}{\partial t} dS + \oint_L \rho r v_n v_r dL = - \oint_L p r n_r dL + \iint_S p dS + \\ + \mu \oint_L \text{grad}(v_r) \cdot \vec{n} r dL - \mu \iint_S \frac{v_r}{r} dS + \frac{\mu}{3} \oint_L \text{div}(\vec{v}) r n_r dL - \frac{\mu}{3} \iint_S \text{div}(\vec{v}) dS, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $r, z$  – цилиндрические координаты;  $S$  – площадь, ограниченная замкнутым контуром  $L$  в плоскости  $rz$ ;  $\rho$  – плотность парожидкостной смеси;  $p$  – давление;  $a$  – скорость звука в потоке;  $v_r, v_z$  – радиальная и осевая составляющие вектора скорости  $\vec{v}$ ;  $n_r, n_z$  – компоненты вектора внешней нормали  $\vec{n}$  к элементу контура  $dL$ ;  $v_n = \vec{v} \cdot \vec{n}$ .

Для моделирования кавитации используется баротропное уравнение состояния парожидкостной смеси. При этом вид функции  $\rho(p)$  зависит от четырех параметров:  $\rho_{ж}$  – плотности жидкости;  $\rho_n$  – плотности пара; диапазона давлений  $(p_1, p_2)$ , в котором существует смесь пара и жидкости. При  $p \geq p_2$  плотность парожидкостной смеси полагается равной плотности жидкости  $\rho_{ж}$ , а скорость звука в потоке – скорости звука в жидкости. При  $p \leq p_1$  плотность смеси полагается равной плотности пара  $\rho_n$ , скорость звука – скорости звука в паре. В диапазоне  $(p_1, p_2)$  плотность парожидкостной смеси изменяется линейно от  $\rho_n$  до  $\rho_{ж}$ , скорость звука в этом случае определяется по соотношению  $a = 1/\sqrt{d\rho/dp}$ .

Граничные условия задачи ставятся следующим образом. Во входном сечении AD расчетной области ABCD (рис. 1) задается постоянная во времени величина полного давления в жидкости. На твердых поверхностях граничные условия формулируются с использованием метода пристеночных функций. Эти соотношения применяются для расчета силы трения на твердых поверхностях. В сечении BC, расположенном на выходе из расчетной области, задается постоянная величина статического давления.

Дискретные аналоги исходных уравнений (1) – (3) применительно к неструктурной расчетной сетке с треугольными элементами и методика численного интегрирования этих аналогов приведены в [7]. При проведении численного моделирования, результаты которого изложены ниже, использована модификация указанных дискретных аналогов, состоящая в том, что для повышения точности аппроксимации конвективных членов в дискретных аналогах уравнений движения жидкости использована схема Колгана MinMod [8].

На основе описанного подхода выполнено численное моделирование нестационарного течения жидкости на участке гидравлической системы с установленной на нем дисковой диафрагмой. В соответствии с [1] были выбраны следующие значения геометрических параметров дисковой диафрагмы и трубопровода: диаметр цилиндрического участка отверстия диафрагмы – 0,017 м; диаметр трубопровода – 0,06 м. Форма отверстия диафрагмы показана на рис. 1. Длина участка трубопровода, расположенного за диафрагмой, принята равной 0,2 м. Численное моделирование проведено при значении полного давления в жидкости на входе в расчетную область, составляющем 2 МПа. Статическое давление на выходе из расчетной области полагалось равным 0,6 МПа. Согласно результатам экспериментальных исследований, приведенным в [1], при указанных значениях геометрических и режимных параметров в гидравлической системе за дисковой диафрагмой возникают кавитационные автоколебания.

Расчеты проведены при следующих значениях параметров уравнения состояния парожидкостной смеси:  $p_1 = 0$  МПа;  $p_2 = 0,4$  МПа;  $\rho_n = 0,01 \rho_{ж}$ . Коэффициент турбулентной вязкости  $\mu$  полагался равным  $50 \mu_l$ , где  $\mu_l$  – коэффициент молекулярной вязкости жидкости. Скорость звука в жидкости была принята равной 800 м/с, скорость звука в паре – 400 м/с.

Использована неструктурная расчетная сетка, построенная по методике работы [9] и содержащая 11851 треугольный элемент. Часть расчетной сетки показана на рис. 2. Отметим, что в силу осесимметричности рассматриваемого течения вычисления проводились только в области, расположенной на рис. 1 снизу от оси симметрии потока.

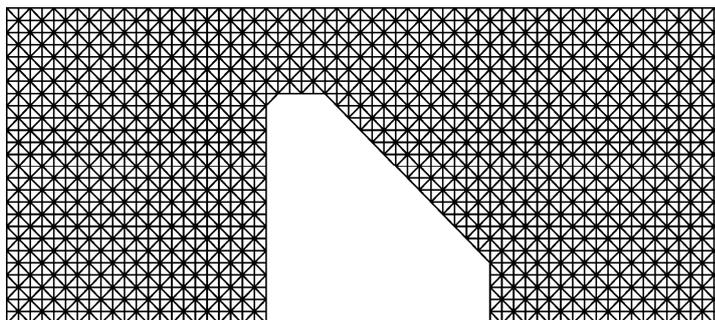


Рис. 2

Интегрирование по времени дискретных аналогов уравнений (1) – (3) проводилось с шагом  $10^{-8}$  с. В начальный момент времени задавалось постоянное давление во всей расчетной области, равное давлению на выходе, а скорости во всех точках полагались равными нулю. Затем в процессе расчета, после некоторого переходного процесса, в исследуемой гидравлической системе возникали периодические колебания давления и расхода жидкости.

На рис. 3,а – 3,е изолиниями показаны последовательные фазы изменения положения и размеров зон пониженной плотности парожидкостной смеси, которые для краткости будем называть “кавернами”. Приведенные изображения разделены временными интервалами, составляющими примерно 0,8

мс. Прослеживается возникновение “каверн” вблизи критического сечения на выходе из диафрагмы (рис. 3,а), рост “каверн” и их движение с потоком жидкости, а также последующее схлопывание вблизи выхода из расчетной области (рис. 3,з, 3,д). Расчеты показывают, что вокруг движущихся

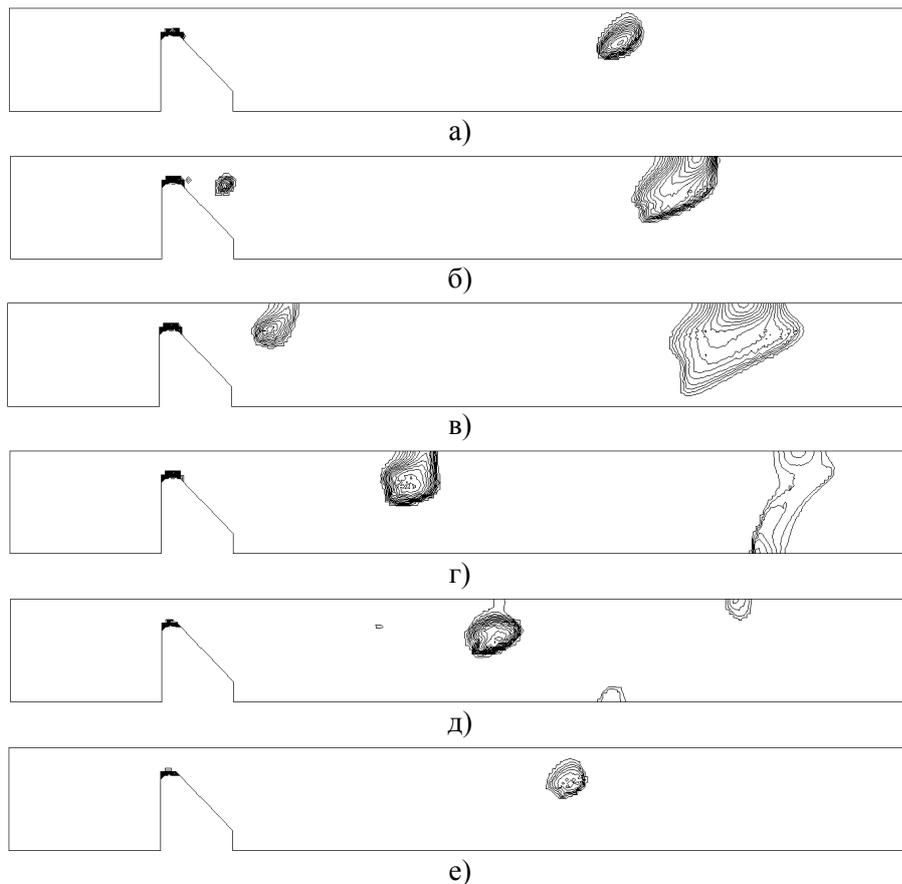


Рис. 3

“каверн” существует заметное вихревое движение жидкости. Видна также тонкая присоединенная “каверна” на поверхности цилиндрического участка отверстия диафрагмы.

Значение давления в критическом сечении диафрагмы в процессе интегрирования по времени незначительно отличалось от 0,4 МПа, что соответствует заданному значению параметра  $p_2$  в уравнении состояния парожидкостной смеси. Исходя из этого, принято, как и в работе [7], что при сопоставлении результатов численного моделирования с имеющимися экспериментальными результатами “давление в каверне” следует полагать равным  $p_2$ . С учетом данного предположения значение критериального параметра кавитации для рассматриваемого режима течения в гидросистеме с дисковой диафрагмой составляет 0,125.

Полученное в результате расчета изменение во времени давления  $p(t)$  на стенке трубопровода вблизи выхода из диафрагмы (на расстоянии от диафрагмы, соответствующем примерно одному калибру трубопровода) показано на рис. 4. Колебания давления имеют существенно негармонический ха-

рактически и проявляются в виде импульсов давления различной величины, однако минимальные значения давления не опускаются ниже величины  $p_2 = 0,4$  МПа.

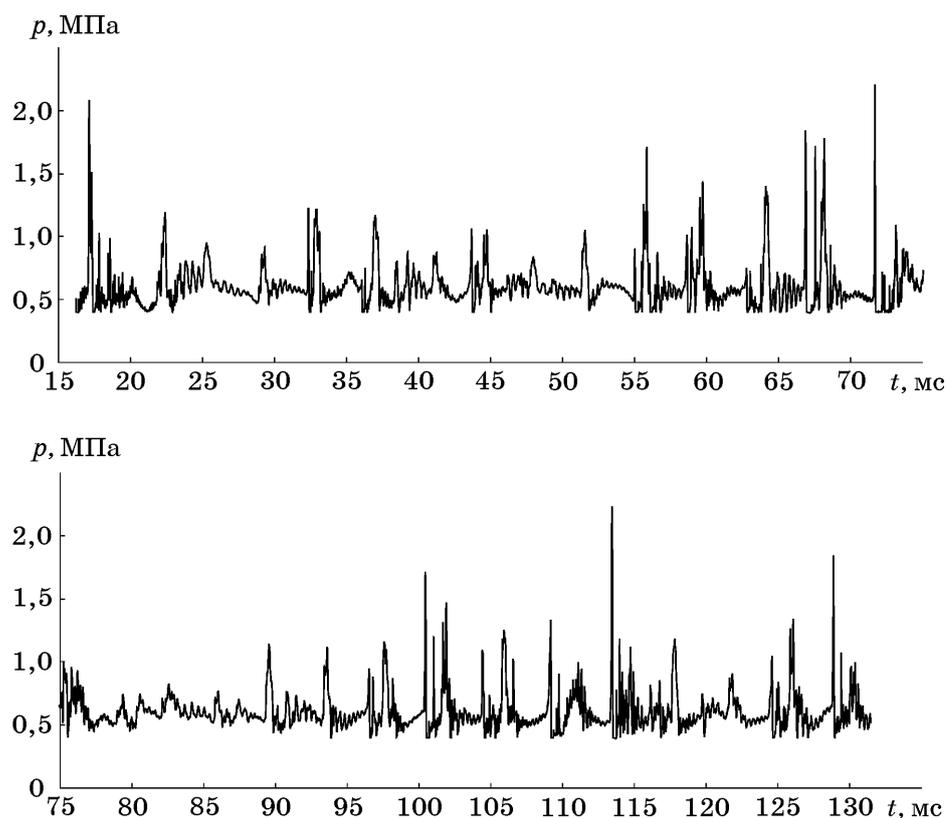


Рис. 4

Отметим, что расчетная величина размаха колеблющейся величины давления в рассматриваемом случае составляет 1,84 МПа, а экспериментально определенное значение данной величины, приведенное в [1], примерно равно 2,2 МПа.

На рис. 5 показан амплитудный спектр функции  $p(t)$  (в безразмерном виде), показывающий, что в функции  $p(t)$  присутствуют несколько периодических компонент, из которых можно выделить две периодические компоненты, соответствующие частотам  $f_1$  и  $f_2$ . Частота  $f_1 = 260$  Гц сопоставима с приведенным в [1] экспериментальным значением частоты кавитационных автоколебаний в гидросистеме за дисковой диафрагмой, примерно равным 300 Гц. Частота  $f_2 = 743$  Гц может быть отождествлена со струхалевой частотой колебаний (частотой срыва вихрей на выходе из цилиндрического участка отверстия диафрагмы), равной примерно 700 Гц в рассматриваемом случае.

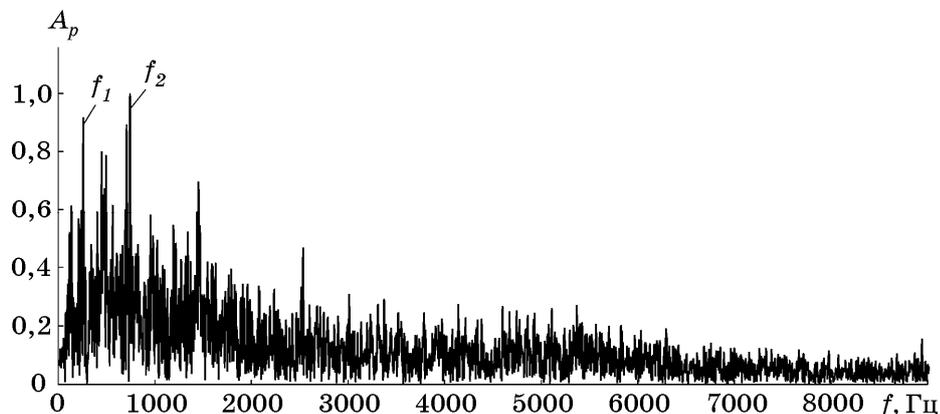


Рис. 5

### Выводы.

1. Показана применимость математической модели, основанной на полных уравнениях Навье–Стокса и баротропном уравнении состояния парожидкостной смеси, при численном моделировании нестационарного течения жидкости в гидравлической системе с кавитирующей дисковой диафрагмой. Расчетным путем воспроизведен режим кавитационных автоколебаний в гидравлической системе за дисковой диафрагмой.

2. Получено удовлетворительное согласование расчетных значений размаха колеблющейся величины давления и частоты кавитационных автоколебаний с имеющимися экспериментальными данными.

3. В дальнейшем необходимо уточнение указанной математической модели за счет использования подходящей модели турбулентности. Предполагается применение уточненной модели при численном моделировании кавитационных колебаний, генерируемых периодически-срывной кавитацией в трубках Вентури, которые используются в кавитационно-импульсных установках различного назначения.

1. Пулипенко В. В. Кавитационные автоколебания / В. В. Пулипенко. – Киев : Наук. думка, 1989. – 316 с.
2. Palau-Salvador G. Numerical modelling of cavitating flows for simple geometries using FLUENT V6.1 / G. Palau-Salvador, P. Gonzalez-Altozano, J. Arviza-Valverde // Spanish Journal of Agriculture Research. – 2007. – №5. – P. 460–469.
3. Ahuja V. Simulations of Cavitation in Orifice and Venturis / V. Ahuja, A. Hosangadi // Proc. ASME PVP 2007 / CREEP 8-11 Conf. – Hyatt Regency San Antonio, Texas (USA), 2007. – 9 p.
4. Кваша Ю. А. Численное моделирование кавитационного обтекания решетки пластин вязкой жидкостью / Ю. А. Кваша // Динамика гидромеханических систем летательных аппаратов. – Киев : Наук. думка, 1992. – С. 99–104.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – Москва : Наука, 1978. – 736 с.
6. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика / Г. Н. Абрамович. – Москва : Наука, 1976. – 888 с.
7. Болотова Н. В. Численное моделирование нестационарного течения в гидравлической системе с кавитирующей трубкой Вентури на неструктурной расчетной сетке / Н. В. Болотова, Ю. А. Кваша // Техническая механика. – 2011. – № 3. – С. 61–67.
8. Колган В. П. Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики / В. П. Колган // Ученые записки ЦАГИ. – 1972. – Т. 3, № 6. – С. 68–77.
9. Болотова Н. В. Построение неструктурных расчетных сеток с треугольными элементами в плоских многосвязных областях / Н. В. Болотова // Техническая механика. – 2006. – № 1. – С. 115–118.

Институт технической механики  
НАН Украины и ГКА Украины,  
Днепропетровск

Получено 18.02.13,  
в окончательном варианте 18.02.13