

ПРИМЕНЕНИЕ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С УЧЁТОМ ИЗГИБНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ КОРПУСА

Возможности и преимущества применения активного управления движением ракеты-носителя (РН) с учётом изгибных деформаций ее корпуса, которые могут привести к появлению местных углов атаки, порождающих дополнительную распределенную аэродинамическую силу и могущих существенно влиять на режимы и устойчивость движения ракеты, продемонстрированы на упрощённой модели динамики полета РН, деформируемой в полете.

Можливі та переваги застосування активного управління рухом ракети-носія (РН) з врахуванням згинальних деформацій її корпусу, які можуть призвести до появи місцевих кутів атаки, що породжують додаткову розподілену аеродинамічну силу і можуть істотно впливати на режими і стійкість руху ракети, продемонстровано на спрощеній моделі динаміки польоту РН, що деформується у польоті.

Possibilities and advantages of using an active launch vehicle (LV) motion control considering the body bending strain resulting in local angles of attack, which generate an additional distributed aerodynamic force and can affect substantially modes and the stability of the rocket motion, are examined using the simplified model of the flight dynamics of the launch vehicle deformable in the flight.

Проблема уменьшения отклика деформируемых механических структур, в том числе летательных аппаратов (ЛА) на динамические воздействия стала в настоящее время темой интенсивных исследований [1, 2]. Способы управления полетом ЛА с учетом изгибных деформаций его несущих конструкций разделяют на пассивные и активные:

- пассивное управление формируется за счет движения самого ЛА и не связано с дополнительными затратами энергии;
- активное управление требует дополнительной затраты энергии для создания управляющих воздействий.

Функционирование системы активного управления (САУ) полетом ЛА обеспечивается путем измерения внешнего возмущения и/или реакции несущих конструкций ЛА с использованием специальных датчиков, а в САУ сигнал от этих датчиков используется для формирования требуемого управляющего момента; таким образом возникает задача синтеза оптимального управления (СОУ) с учетом изгибных деформаций корпуса ЛА. При решении этой задачи степени свободы ЛА как твердого тела и степени свободы деформируемого ЛА обычно рассматриваются отдельно; однако частотное разделение «жестких» и «упругих» степеней свободы не всегда оправдано, и моделирование полета деформируемого ЛА – это нетривиальная задача. Решение такой задачи потребовало нового подхода, объединяющего в единую математическую формулировку аналитическую динамику, строительную механику, аэродинамику и теорию автоматического регулирования и таким образом позволяющего рассматривать деформируемый ЛА в полете как единую систему [3]. Для оценки возможностей и целесообразности применения интегрированных моделей, предназначенных для анализа и синтеза САУ полетом ракеты-носителя (РН) с учетом изгибных деформаций её корпуса, используем упрощенную модель динамики полета РН, которая объединяет движение РН как абсолютно твердого тела, упругие деформации корпуса РН, а также силы тяги, аэродинамические, гравитационные и управляющие силы [4].

Характерной чертой современных САУ является то, что они, по своей природе, предполагают избыточное число управляющих сигналов (превышающее количество управляющих сил и моментов, достаточное для управле-

ния ЛА). В этой связи при разработке САУ возникает дополнительная за

дача синтеза блока оптимального размещения управлений (ОРУ), который вычисляет командный вектор $u(t)$, соответствующий задаваемому управляющему воздействию, и при этом [5]:

- обеспечивает использование всего набора управляющих органов (УО) для совместного производства полных управляющих сил и моментов, задаваемых САУ, компенсируя при этом возможную деградацию (уменьшение эффективности) и ограничения (насыщение по скорости/положению) УО и/или их отказы;

- оптимизирует энергетические затраты на управление с учетом ограничений на максимальные отклонения (скорости) приводов УО.

Целью работы является демонстрация, по результатам решения задачи синтеза алгоритма САУ, использующей избыточное число УО, преимуществ активного управления РН с учетом изгибных деформаций её корпуса.

Примем такой порядок исследований. Сперва оценим, на основе упрощенной модели [4], предельные возможности использования для реализации САУ деформируемой РН «классического» набора УО, когда каждому каналу управления РН (по тангажу, рысканию и крену) соответствует единственный управляющий сигнал. Затем на основании результатов анализа динамики деформируемой РН с использованием линеаризованной модели, полученной для избыточного числа УО, сформулируем постановку задачи синтеза блока ОРУ и получим решение задачи синтеза алгоритма САУ для избыточного числа УО; предварительные результаты этих исследований изложены в [6].

Синтез алгоритма САУ деформируемой РН для единственного УО. Общепринятый алгоритм синтеза оптимального управления (СОУ) основан на линейно-квадратичной теории оптимизации линейных стационарных систем с обратной связью [7]; критерий оптимальности J обычно задается в виде:

$$J = \int_0^{t_f} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

где x – вектор состояния объекта управления, Q и R – весовые матрицы, t_f – продолжительность времени действия САУ.

При решении задачи синтеза используем упрощенную модель динамики РН с учетом изгибных деформаций корпуса при полёте на активном участке траектории, которая представляет двухступенчатую РН как шарнирную связку двух тел (ШСДТ), движущуюся в поле массовых гравитационных сил и совершающую малые колебания под действием [4]:

- поверхностных аэродинамических сил;
- сосредоточенных сил тяги ракетного двигателя;
- сил упругости (упругие свойства ШСДТ полагаются сосредоточенными в шарнире);
- управляющих сил от рулевых двигателей (РД) [4].

При разбиении корпуса РН на отсеки моделирующей его ШСДТ руководствовались конструктивными особенностями ракеты: в качестве отсека 1 связки принята отделяющаяся часть первой ступени, а в качестве отсека 2 – вторая ступень РН. Движение ШСДТ рассматривается в плоскости стрельбы, содержащей оси продольной симметрии отсеков 1 и 2 при ненулевых углах γ между этими осями, и характеризуется следующими угловыми координатами:

- углом тангажа φ_1 отсека 1;
- углом γ поворота в шарнире отсеков один относительно другого (угол γ полагается малым в том смысле, что $\sin \gamma \approx \gamma, \cos \gamma \approx 1$);
- углом δ отклонения РД по каналу тангажа, на величину которого может быть наложено ограничение

$$|\delta| \leq \delta_{\max}. \quad (2)$$

Для расчета и анализа возмущенных траекторий движения деформируемой РН (в плоскости стрельбы) воспользуемся полученной в [4] нестационарной линейной системой уравнений возмущенного движения ШСДТ, которую запишем в каноническом виде как

$$\dot{x} = Ax + b_\delta \delta, \quad (3)$$

или подробнее (начиная с системы (3) и далее, вместо $\delta\varphi, \delta\dot{\varphi}$ будем писать φ, ω , подразумевая под этим отклонение угла тангажа φ_1 отсека 1 связки от программных значений и угловую скорость этого отклонения)

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\Gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_{\varphi\varphi} & k_{\varphi\omega} & k_{\varphi\gamma} & k_{\varphi\Gamma} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_{\gamma\varphi} & k_{\gamma\omega} & k_{\gamma\gamma} & k_{\gamma\Gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ \omega \\ \gamma \\ \Gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ k_{\varphi\delta} \\ 0 \\ k_{\gamma\delta} \end{pmatrix} \cdot \delta, \quad (4)$$

где обозначены соответственно: $x = (\delta\varphi \ \omega \ \gamma \ \Gamma)^T$ – вектор состояний; $\delta\varphi = \varphi_1 - \varphi^*$, ω – величина отклонения угла тангажа φ_1 отсека 1 ШСДТ (от программных значений угла тангажа РН φ^*) и угловой скорости по каналу тангажа; γ, Γ – величина угла и угловой скорости изгиба ШСДТ (в шарнире), соответственно.

Формулы для расчета коэффициентов системы (4), а также таблица изменений во времени численных значения этих коэффициентов приведены в [4]. Анализ этих табличных данных показал возможность использования для предварительного анализа динамики ШСДТ метода «замороженных коэффициентов» [8], причем для проведения такого анализа целесообразно использовать значения коэффициентов системы (4) на момент времени $t = 60$ с; соответствующие численные значения матрицы A и вектора-столбца b_δ системы (4) приведены в табл. 1. Непосредственно можно убедиться, что $\text{rank}[b_\delta, Ab_\delta, A^2b_\delta, A^3b_\delta] = 4$, т. е. система (4) управляема [7]. Для линейного закона управления

$$\delta = K_\delta x \quad (5)$$

матрица-строка коэффициентов автомата стабилизации (АС) записывается как:

$$K_\delta = (k_{\delta\varphi} \ k_{\delta\omega} \ k_{\delta\gamma} \ k_{\delta\Gamma}); \quad (6)$$

решение задачи синтеза алгоритма САУ для системы (4) методом СОУ [7] без учета ограничения (5) даёт для весовых матриц критерия (1)

$$Q = I, R = 1 \quad (7)$$

значения коэффициентов (6):

$$K_{\delta\text{opt}} = (-48,1126 \quad -9,6863 \quad -19,3321 \quad -3,7760). \quad (8)$$

Собственные значения системы (4), замкнутой линейным законом управления с коэффициентами (8), приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты сравнения эффективности управления в системах (4), (12)

Матрица A систем (4) и (12)	Матрица-столбец b_δ системы (4)	Матрица B системы (12)	Собственные значения системы (4), (8)	Собственные значения системы (12), (16)
0 1 0 0 40,75 2,3 139,68 0 0 0 0 1 -10 -0,3 -246,78 0	0 -6,06 0 9,01	0 0 -6,06 6,27 0 0 9,01 -15,28	-4,9427 +14,4876i -4,9427 -14,4876i -7,6661 -4,8255	-9,8893 +12,0916i -9,8893- 12,0916i -7,6980 -4,6350

Линеаризация системы уравнений движения ШСДТ для единственного управления – угла δ отклонения УО была выполнена в [4]. Создадим теперь второй УО, поместив на ШСДТ активный компенсатор изгиба в шарнире, и повторим процедуру линеаризации уравнений движения для избыточного числа (двух) управлений. Не вдаваясь в технические подробности реализации активного компенсатора изгиба, ограничимся замечанием, что управляющие моменты, создаваемые рулевым двигателем и компенсатором изгиба для парирования конкретного возмущения $\delta\varphi$ или γ , должны быть направлены на уменьшение γ . Таким образом, система уравнений углового движения ШСДТ, совершающей малые колебания по углам φ_1, γ , приобретает вид:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1(\varphi_1, \gamma, \omega, \Gamma, \delta) + k_m m_u \\ b_2(\varphi_1, \gamma, \omega, \Gamma, \delta) - k_m m_u \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где k_m – коэффициент усиления активного компенсатора изгиба в шарнире, m_u – соответствующий управляющий сигнал; выражения коэффициентов a_{ij} , $i, j = 1, 2$ и слагаемых b_1, b_2 правых частей системы (9) приведены в [4].

Полагая отклонения $\delta\varphi = \varphi_1 - \varphi^*$ угла тангажа φ_1 отсека 1 связки от программных значений φ^* , а также величин угла γ и соответствующих производных ω, Γ малыми, линеаризуем систему (9) в окрестности траектории движения абсолютно жесткой связки (для $\gamma(t) \equiv 0$); таким образом получим линейную нестационарную систему уравнений возмущенного движения ШСДТ (как и в системе (3), вместо $\delta\varphi, \delta\dot{\varphi}$ пишем φ, ω):

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21|\gamma=0} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \dot{\gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\varphi\varphi}\varphi + c_{\varphi\omega}\omega + c_{\varphi\gamma}\gamma + c_{\varphi\Gamma}\Gamma \\ c_{\gamma\varphi}\varphi + c_{\gamma\omega}\omega + c_{\gamma\gamma}\gamma + c_{\gamma\Gamma}\Gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{\varphi\delta} & c_{\varphi m} \\ c_{\gamma\delta} & c_{\gamma m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta \\ m_u \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Коэффициенты правых частей системы (10) получим, используя стандартную процедуру линеаризации правых частей системы (9):

$$\begin{aligned} c_{\varphi\varphi} &= -C_{L1} + bC_C; \\ c_{\varphi\dot{\varphi}} &= -2\mu b\dot{x}_{T1}; \\ c_{\varphi\gamma} &= \mu q S b \cdot \frac{C'_{y2}}{m_2} + M'_z; \\ c_{\varphi\dot{\gamma}} &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{\gamma\varphi} &= -C_{L2} + aC_C; \\
c_{\gamma\dot{\varphi}} &= -2\mu a\dot{x}_{T1}; \\
c_{\gamma\ddot{\gamma}} &= -C_{L2} + \mu a \left(qS \cdot \frac{C_{x2} + C'_{y2}}{m_2} + \frac{P - qSC_{x1}}{m_1} + \ddot{x}_{T1} \right) - M'_z; \\
c_{\gamma\dot{\gamma}} &= 0,
\end{aligned}$$

где для краткости обозначено:

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \\
a &= x_2 - x_{T2}; \\
b &= x_{T1} - x_2; \\
C_{L1} &= qSC'_{y1}(x_{D1} - x_{T1}); \\
C_{L2} &= qSC'_{y2}(x_{D2} - x_{T2}); \\
C_C &= \mu qS \left(\frac{C_{x2} - C'_{y2}}{m_2} - \frac{C_{x1} - C'_{y1}}{m_1} \right).
\end{aligned}$$

Коэффициенты $c_{\varphi\delta}$, $c_{\gamma\delta}$ в системе (10) запишем в виде:

$$\begin{aligned}
c_{\varphi\delta} &= -\frac{P_{РД}}{2} \left(x_p - x_{T1} + \frac{\mu b}{m_1} \right); \\
c_{\gamma\delta} &= -\frac{P_{РД} \mu a}{2m_1},
\end{aligned}$$

где $P_{РД}$ – тяга РД, а $\begin{pmatrix} c_{\varphi m} \\ c_{\gamma m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_m \\ -k_m \end{pmatrix}$ – коэффициент усиления в канале « m »;

чтобы обеспечить одинаковый порядок коэффициентов $c_{i\delta}$, c_{im} , $i = \varphi, \gamma$, полагаем $k_m = 10^6$.

Входящие в формулы коэффициентов массово-габаритные и аэродинамические характеристики отсеков ШСДТ (m_1, m_2 – массы отсеков 1, 2; M'_z – удельный изгибающий момент в шарнире связки; x_2 – длина отсека 2; x_p – расстояние от некоторой начальной (по ходу движения связки) точки до оси вращения камер сгорания РДУ; x_{T1}, x_{T2} – расстояние от начальной точки до центров масс отсеков 1, 2; x_{D1}, x_{D2} – расстояние от начальной точки до центров давления отсеков 1, 2; $C_{x1}, C_{x2}, C'_{y1}, C'_{y2}$ – аэродинамические коэффициенты отсеков 1, 2) можно получить из характеристик ступеней РН, учитывая коэффициент ξ аэродинамического затенения отсека 1 отсеком 2, $\xi < 1$, по формулам, приведенным в [4].

Синтез алгоритма САУ деформируемой РН для избыточного числа УО. Для анализа возмущенного движения связки с избыточным числом УО удобнее пользоваться системой (10), разрешенной относительно старших произ-

водных; такую систему запишем в каноническом виде, как

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad B = (b_\delta : b_m) \quad (11)$$

или подробнее:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\Gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_{\varphi\varphi} & k_{\varphi\omega} & k_{\varphi\gamma} & k_{\varphi\Gamma} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_{\gamma\varphi} & k_{\gamma\omega} & k_{\gamma\gamma} & k_{\gamma\Gamma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi \\ \omega \\ \gamma \\ \Gamma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_{\varphi\delta} & k_{\varphi m} \\ 0 & 0 \\ k_{\gamma\delta} & k_{\gamma m} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta \\ m_u \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Коэффициенты системы (12) определяются через коэффициенты системы (10) по формулам [4]:

$$k_{\varphi j} = \frac{1}{\Delta_0} \begin{vmatrix} c_{\varphi j} & a_{12} \\ c_{\gamma j} & a_{22} \end{vmatrix}; \quad k_{\gamma j} = \frac{1}{\Delta_0} \begin{vmatrix} a_{11} & c_{\varphi j} \\ a_{21} & c_{\gamma j} \end{vmatrix}, \quad j = (\varphi, \omega, \gamma, \Gamma, \delta, \mu),$$

где $\Delta_0 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = J_1(J_2 + \mu ab) + J_2 \mu b^2 > 0$ – определитель системы (10).

Численные значения векторов-столбцов b_δ, b_m , образующих матрицу B системы (12), приведены в табл. 1. Непосредственно можно убедиться, что $\text{rank}[B, AB, A^2B, A^3B] = 4$, т. е. система (12) управляема. Для линейного закона управления

$$\begin{pmatrix} \delta \\ m_u \end{pmatrix} = Kx, \quad (13)$$

матрица коэффициентов регулятора записывается в виде

$$K = \begin{pmatrix} k_{\delta\varphi} & k_{\delta\omega} & k_{\delta\gamma} & k_{\delta\Gamma} \\ k_{m\varphi} & k_{m\omega} & k_{m\gamma} & k_{m\Gamma} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Решение задачи синтеза алгоритма САУ для системы (12) методом СОУ [7] без учета ограничений на угол поворота УО (2) и, возможно, на величину управляющего момента $k_m m_u$, создаваемого активным компенсатором изгиба в шарнире,

$$m_u \leq m_{\max}, \quad (15)$$

дает для весовых матриц критерия оптимальности (7) значения коэффициентов (14):

$$K_{\text{opt}} = \begin{pmatrix} -31,6732 & -6,4237 & -20,8172 & -2,4379 \\ -15,7285 & -3,0744 & -10,3964 & -2,4035 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Собственные значения системы (12), замкнутой линейным законом управления с коэффициентами (16), приведены в табл. 1.

Сравнивая помещенные в табл. 1 собственные значения системы (4), замкнутой линейным законом управления с коэффициентами (8), и системы (12), замкнутой линейным законом управления с коэффициентами (16), убеждаемся, что, вообще говоря, закон управления (13) обеспечивает больший запас устойчивости. В этой связи имеет смысл проанализировать также и систему

$$\dot{x} = Ax + b_m m_u, \quad (17)$$

управляющие усилия в которой создаются только активным компенсатором изгиба в шарнире [9]. Эта система также управляема: ($\text{rank}[b_m, Ab_m, A^2 b_m, A^3 b_m] = 4$), и соответствующий ей линейный закон управления

$$m_u = K_m x, \quad (18)$$

$$K_m = (k'_{m\varphi} \quad k'_{m\omega} \quad k'_{m\gamma} \quad k'_{m\Gamma}), \quad (19)$$

синтезированный методом СОУ [7] для весовых матриц критерия оптимальности (7) без учета ограничения (15)

$$K_{m\text{opt}} = (-117.7726 \quad -23.4356 \quad -92.4630 \quad -11.6753), \quad (20)$$

дает собственные значения управляемой системы:

$$\begin{aligned} & -8,5624 + 13,3456i; \\ & -8,5624 - 13,3456i; \\ & -7,2831; \\ & -4,7498. \end{aligned}$$

Сравнение этих собственных значений с соответствующими значениями, приведенными в табл. 1 для ранее полученных законов управления (5) и (13), показывает абсолютное преимущество закона (13) перед остальными двумя – (5) и (18): закон (13) обеспечивает наибольший запас устойчивости. На втором месте стоит закон (18), который обеспечивает больший запас устойчивости по сравнению с законом (5). Однако, задачи синтеза всех этих законов решали без учета ограничений (2), (15) при единичных значениях матриц Q и R критерия эффективности (1) – т. е. пренебрегая сравнением возможных потерь от неточности управления (матрица Q) и затрат на создание требуемых управляющих усилий (матрица R). В этой связи, уточним постановку задачи синтеза блока ОРУ.

Постановка и особенности решения задачи синтеза блока ОРУ для избыточного числа УО. Основные требования к блоку ОРУ были неформально изложены в начале статьи; сформулируем теперь математическую постановку задачи синтеза блока ОРУ. С математической точки зрения блок ОРУ решает переопределенную систему уравнений, как правило, при наличии ограничений. Вход блока ОРУ – это полное управление, которое требуется создать, – $v(t) \in \mathbf{R}^k$; выход – это истинное управление $u(t) \in \mathbf{R}^m$, $m > k$. При заданном $v(t)$ требуется найти такое $u(t)$, чтобы

$$g(u(t)) = v(t), \quad (21)$$

где $g : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^k$ – это отображение истинного управления в полное. В литературе, посвященной задаче ОРУ [10], почти исключительно изучается линейный случай, для которого (21) переходит в

$$Gu(t) = v(t), \quad (22)$$

где матрица эффективности управления G – это $k \times m$ матрица с $\text{rank } k$. Чтобы учесть ограничения на положения УО потребуем, чтобы

$$u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}. \quad (23)$$

Оптимальное управление u получается решением двухшаговой задачи оптимизации [10]:

$$\begin{aligned} u &= \arg \min_{u \in \Omega} \|W_u(u - u^*)\|; \\ \Omega &= \arg \min_{u_{\min} \leq u \leq u_{\max}} \|W_v(Gu - v)\|. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь u^* – это желаемое управление, а W_u и W_v – весовые матрицы. Выражения (24) интерпретируются следующим образом: дано Ω – допустимое множество истинных управлений, которые минимизируют $Gu - v$ (для весовой матрицы W_v), требуется выбрать управление u , которое минимизирует $u - u^*$ (для весовой матрицы W_u). В (24) W_u , и W_v – это проектные параметры, u^* – это заданное управление.

Уравнение (22) с условиями (23, 24) составляют стандартную формулировку линейной задачи ОРУ. Множество решений может быть представлено пересечением гиперплоскости $Gu = v$ и гиперкуба ограничений (23). Так как оба эти множества – выпуклые, то и множество решений также будет выпуклым. Поэтому, перебирая решения задачи (22) – (24), имеем три возможных результата: имеется бесконечное число решений; имеется единственное решение; решения не существует.

Прямой метод решения задачи ОРУ [5] позволяет относительно просто решить эту задачу путем геометрических построений. В общем случае задача ОРУ с учетом ограничений – на положение и скорость УО решается с применением метода наименьших квадратов (МНК) [10]. Таким образом, задача ОРУ, вообще говоря, отделена от основной задачи теории оптимального управления – задачи СОУ [7]. Однако можно показать [10], что результат последовательного решения (без учета ограничений (23)):

– задачи СОУ [7] для полного управления $v(t) \in \mathbf{R}^k$;

– линейно-квадратичной задачи ОРУ (22) – (24) с использованием МНК [10], эквивалентен результату решения задачи ОРУ методом СОУ [7] непосредственно для истинного управления $u(t) \in \mathbf{R}^m$, $m > k$.

Решение задачи синтеза алгоритма блока ОРУ. Предварительно заметим, что синтез алгоритмов системы управления РН, обеспечивающих надёжную управляемость ступеней ракеты, представляет собой довольно сложную, многоплановую задачу, связанную, в частности, с необходимостью объективной оценки совокупного влияния возмущений, действующих на ракету в полёте; при этом обычно учитывают случайный характер всех факторов, влияющих на управляемость ракеты [8, 9]. Проиллюстрируем практические возможности решения этой задачи с использованием упрощенной модели [4] на примере учета одного типичного возмущения. Для численного решения примера воспользуемся уравнениями возмущенного движения системы (12), замкнутой законом управления (13, 14):

$$\begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\Gamma} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \bar{k}_{\varphi\varphi} & \bar{k}_{\varphi\omega} & \bar{k}_{\varphi\gamma} & \bar{k}_{\varphi\Gamma} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \bar{k}_{\gamma\varphi} & \bar{k}_{\gamma\omega} & \bar{k}_{\gamma\gamma} & \bar{k}_{\gamma\Gamma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varphi \\ \omega \\ \gamma \\ \Gamma \end{pmatrix}, \quad (25)$$

коэффициенты которой (для случая, когда комплекс командных приборов расположен в отсеке 2 связки) представим как:

$$\begin{aligned}\bar{k}_{i\varphi} &= k_{i\varphi} + k_{i\delta}k_{\delta\varphi} + k_{im}k_{m\varphi}; \\ \bar{k}_{i\omega} &= k_{i\omega} + k_{i\delta}k_{\delta\omega} + k_{im}k_{m\omega}; \\ \bar{k}_{i\gamma} &= k_{i\gamma} + k_{i\delta}(k_{\delta\gamma} + k_{\delta\varphi}) + k_{im}(k_{m\gamma} + k_{m\varphi}); \\ \bar{k}_{i\Gamma} &= k_{i\Gamma} + k_{i\delta}(k_{\delta\Gamma} + k_{\delta\omega}) + k_{im}(k_{m\Gamma} + k_{m\omega}); \\ i &= (\varphi, \gamma).\end{aligned}$$

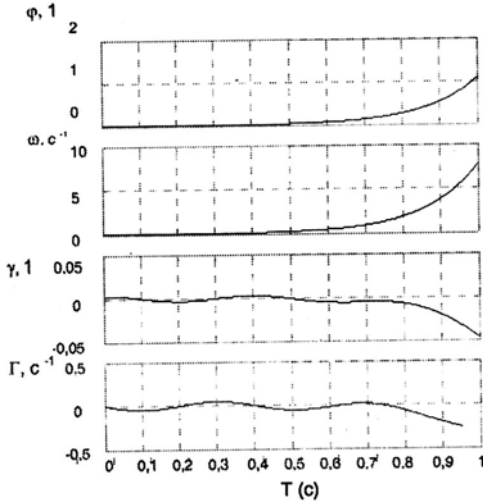


Рис. 1

Пример. Рассмотрим возмущенное движение ШСДТ под действием единственного возмущения – начального прогиба в шарнире $\gamma(0) = 10'$, $\Gamma(0) = 0$ (возмущение подобного рода может быть связано с действием на РН порыва ветра в плоскости стрельбы в момент старта с открытой стартовой позиции). Для анализа динамики ШСДТ используем метод «замороженных коэффициентов» (для значений коэффициентов рассматриваемых линейных стационарных систем на момент времени $t = 60$ с).

Естественно, неуправляемая ШСДТ, движение которой описывается системой (4), при $\delta(t) \equiv 0$ теряет устойчивость в считанные секунды (рис. 1). В то же время ШСДТ, движение которой описывается системой (12) с учетом двух УО: РД в канале тангажа и активного компенсатора изгиба в шарнире, вполне управляема (рис. 2).

Для отработки заданного начального возмущения потребовались максимальные значения управлений:

$$\begin{aligned}\delta(0) &= 0,06 \approx 3,45^\circ; \\ m_u(0) &= 0,029.\end{aligned}$$

Пока мы не предъявляли никаких требований по учету ограничений (2), (15). Предположим теперь, что на УО наложены ограничения:

$$\delta_{\max} = 0,2, m_{\max} = 0,01 \quad (26)$$

(малая величина второго ограничения объясняется тем, что в канале компенсации изгиба в шарнире принят большой коэффициент усиления $k_m = 10^6$). С появлением ограничений (26) ситуация меняется – теперь управление по каналу « m » выходит за указанные пределы (26). Тем не менее, манипулируя при решении задачи синтеза управления коэффициентами матриц критерия оптимальности (1) Q и R и полагая в конце концов в матрице R её элемент $R_{22} = 4,4$, добиваемся значения $m_u(0) = 0,01$ (рис. 2; пунктирной линией обозначена траектория движения управляемой ШСДТ, рассчитанная без учета ограничений на управления; сплошной линией – траектория движение управляемой ШСДТ, рассчитанная с учетом ограничений (26)). При этом получаем матрицу коэффициентов АС:

$$\begin{aligned}-38,8348 & -7,8327 & -20,0083 & -2,9608 \\ -6,6628 & -1,3200 & -3,4459 & -0,9855\end{aligned} \quad (27)$$

которой соответствуют собственные значения системы (12), замкнутой линейным законом управления с коэффициентами (27):

$$\begin{aligned} & -6,4074 + 13,9773i ; \\ & -6,4074 - 13,9773i ; \\ & -7,6728 ; \\ & -4,7832 . \end{aligned}$$

Сравнивая полученные величины с собственными значениями системы (4) с коэффициентами АС (8), приведенными в табл. 1, убеждаемся, что двухканальная система (12) с коэффициентами АС (27) сохраняет преимущество перед одноканальной системой (4), (8). Таким образом, результаты сравнения эффективности управления в системе (4), замкнутой законом управления (5) с коэффициентами (8), и в системе (12), (26), замкнутой законом управления (13) с коэффициентами (27), показывают преимущество (по крайней мере, по запасу устойчивости) САУ, снабженной дополнительным УО – активным компенсатором изгиба в шарнире и блоком ОРУ; при этом ограничения на максимальные отклонения УО (26) удовлетворяются.

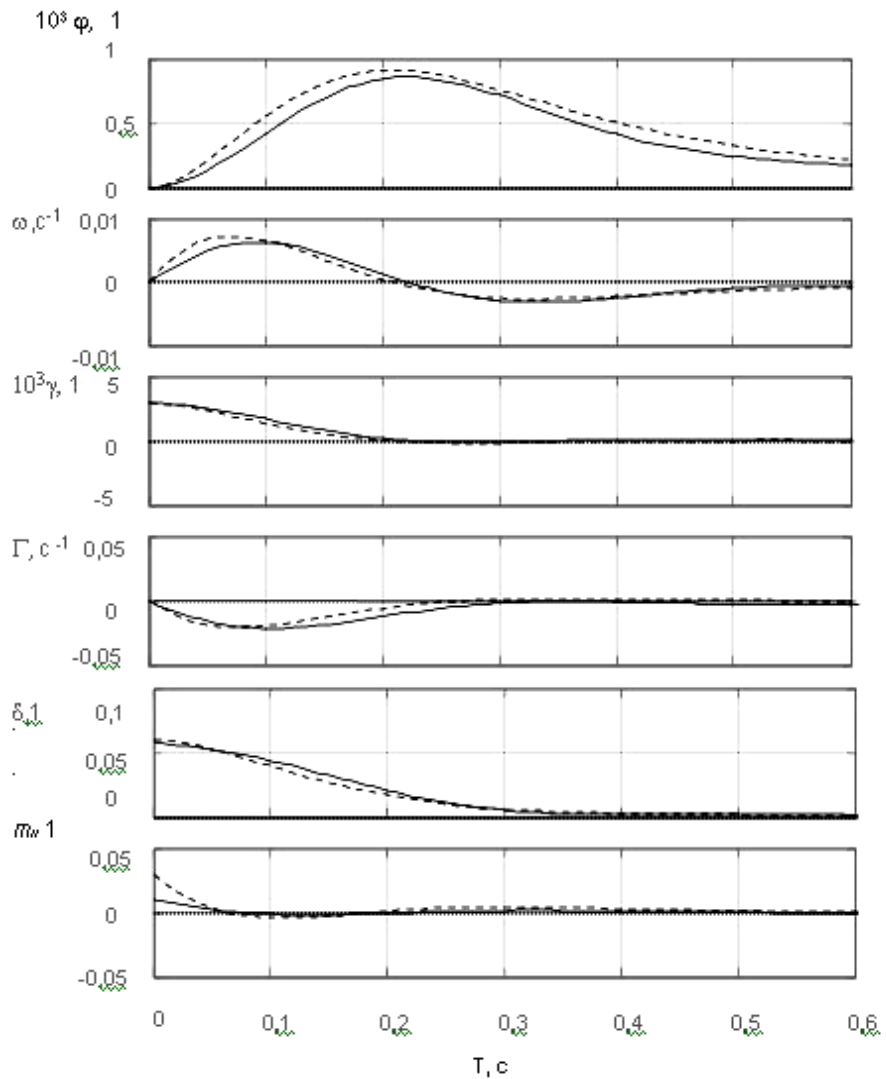


Рис. 2

Выводы

1. Упрощённая модель динамики полета деформируемой в полете РН, представляющая двухступенчатую РН как шарнирную связку двух тел, которая движется в поле массовых гравитационных сил, совершая малые колебания под действием аэродинамических сил, сил тяги ракетного двигателя, сил упругости и управляющих сил [4], успешно использована для демонстрации возможности и преимущества применения активного управления движением РН с учётом изгибных деформаций ее корпуса, могущих существенно влиять на режимы и устойчивость движения ракеты.

2. Результаты сравнения эффективности управления в системе с обратной связью:

– снабженной традиционным управляющим органом – рулевым двигателем и замкнутой одноканальным законом управления;

– снабженной системой активного управления с блоком оптимального размещения управлений и дополнительным управляющим органом – активным компенсатором изгиба корпуса и замкнутой двухканальным законом управления;

показывают преимущество (по крайней мере, по запасу устойчивости) системы активного управления; при этом ограничения на максимальные отклонения управляющих органов оказалось возможным удовлетворить, манипулируя коэффициентами матриц критерия оптимальности при решении задачи синтеза управления.

1. *Datta T. K.* A state-of-the-art review on active control of structures / *T. K. Datta* // ISET Journal of Earthquake Technology. – 2003. – Vol. 40, No. 1. – P. 1 – 17.
2. *Schmidt D. K.* Modeling and Simulation of Flexible Flight Vehicles / *D. K. Schmidt, D. L. Raney* // J. Guidance, Control and Dynamics. – 2001. – Vol. 24. – P. 539 – 546.
3. *Meirovitch L.* Multidisciplinary Approach to the Modeling of Flexible Aircraft / *L. Meirovitch, I. Tuzcu* // International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, June, 2001, Madrid, Spain. – P. 435 – 448.
4. *Горбунцов В. В.* Упрощенная модель динамики ракеты-носителя с учетом изгибных деформаций корпуса при полёте на активном участке траектории / *В. В. Горбунцов, А. Н. Заволока* // Техническая механика. – 2010. – № 2. – С. 93 – 102.
5. *Durham W. C.* Constrained control allocation / *W. C. Durham* // J. Guidance, Control and Dynamics. – 1993. – Vol. 16. – P. 717 – 725.
6. *Горбунцов В. В.* Решение задачи оптимального формирования управлений применительно к системе активного управления деформируемым летательным аппаратом / *В. В. Горбунцов, А. Н. Заволока* // Информационные технологии в управлении сложными системами : научная конференция, июнь, 2011, Днепропетровск : сборник докладов. – Днепропетровск : Изд-во «Свидлер А.Л.», 2011. – С. 187 – 191.
7. *Андреев Ю. Н.* Управление конечномерными линейными объектами / *Ю. Н. Андреев*. – М. : Наука, 1976. – 424 с.
8. *Айзенберг Я. Е.* Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов / *Я. Е. Айзенберг, В. Г. Сухорезный*. – М. : Машиностроение, 1986. – 220 с.
9. Ракета как объект управления / *И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун*. – Днепропетровск : АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
10. *Bodson M.* Evaluation of optimization methods for control allocation / *M. Bodson* // J. Guidance, Control and Dynamics. – 2002. – Vol. 25. – P. 703 – 711.

Институт технической механики
НАН Украины и НКА Украины,
Днепропетровск

Получено 03.10.11,
в окончательном варианте 27.10.11